Solutionnaire du chapitre 13

1. a) Le nombre de protons est 18

Le nombre de neutrons est 39 – 18 = 21

b) Le nombre de protons est 76

Le nombre de neutrons est 180 – 76 = 104

2. a) Le rayon est

$$\begin{aligned} r_{noyau} &= 1,2\ fm\ \sqrt[3]{A} \\ &= 1,2\ fm\ \sqrt[3]{18} \\ &= 3,14\ fm \end{aligned}$$

b) Le rayon est

$$\begin{aligned} r_{noyau} &= 1,2\ fm\ \sqrt[3]{A} \\ &= 1,2\ fm\ \sqrt[3]{235} \\ &= 7,41\ fm \end{aligned}$$

3. Le noyau de carbone a un rayon de

$$\begin{aligned} r_{noyau} &= 1,2\ fm\ \sqrt[3]{A} \\ &= 1,2\ fm\ \sqrt[3]{12} \\ &= 2,75\ fm \end{aligned}$$

La masse du noyau est la masse de l'atome moins la masse des électrons.

$$\begin{aligned} m_{noyau} &= 12,000\,000u - 6 \cdot 0,000\,549u \\ &= 11,996\,706u \end{aligned}$$

Ainsi, la densité est

$$\begin{aligned}\rho &= \frac{m}{Vol}\\ &= \frac{m}{\frac{4}{3}\pi r^3}\\ &= \frac{11{,}996\,706\times 1{,}6605\times 10^{-27}kg}{\frac{4}{3}\pi\left(2{,}75\times 10^{-15}m\right)^3}\\ &= 2{,}287\times 10^{17}\,\tfrac{kg}{m^3}\end{aligned}$$

Si la Terre avait cette densité, on aurait alors

$$\begin{aligned}\rho &= \frac{m}{Vol}\\ 2{,}287\times 10^{17}\,\tfrac{kg}{m^3} &= \frac{6\times 10^{24}kg}{\frac{4}{3}\pi r^3}\\ r &= 184m\end{aligned}$$

La Terre aurait à peine un rayon de 184 m !

4. On veut faire

$$^{26}_{12}Mg \rightarrow {}^{25}_{12}Mg + {}^{1}_{0}n$$

Avec les masses dans les tables, on a

$$\begin{aligned}Q &= \left(m_{avant} - m_{après}\right)\times 931{,}5\,\tfrac{MeV}{u}\\ &= \left(25{,}982\ 593\ u - \left(24{,}985\ 837\ u + 1{,}008\ 665\ u\right)\right)\times 931{,}5\,\tfrac{MeV}{u}\\ &= -0{,}01191\ \text{u}\times 931{,}5\,\tfrac{MeV}{u}\\ &= -11{,}09MeV\end{aligned}$$

On doit fournir 11,09 MeV pour arracher le neutron.

5. On veut faire

$$^{26}_{12}Mg \rightarrow {}^{25}_{11}Na + {}^{1}_{1}H$$

Avec les masses dans les tables, on a

$$
\begin{aligned}
Q &= \left(m_{avant} - m_{après}\right) \times 931,5 \tfrac{MeV}{u} \\
&= \left(25,982\ 593\ u - \left(24,989\ 954\ u + 1,007\ 8255\ u\right)\right) \times 931,5 \tfrac{MeV}{u} \\
&= -0,015186\ u \times 931,5 \tfrac{MeV}{u} \\
&= -14,15 MeV
\end{aligned}
$$

On doit fournir 14,15 MeV pour arracher le proton.

6. a) L'énergie de liaison est

$$
\begin{aligned}
E_{liaison} &= \left(Zm_{^1H} + Nm_n - m_X\right) \times 931,5 \tfrac{MeV}{u} \\
&= \left(13 \cdot 1,007\ 83u + 23 \cdot 1,008\ 66u - 36,006\ 21u\right) \times 931,5 \tfrac{MeV}{u} \\
&= \left(0,29476u\right) \times 931,5 \tfrac{MeV}{u} \\
&= 274,6 MeV
\end{aligned}
$$

b) L'énergie de liaison est

$$
\begin{aligned}
E_{liaison} &= \left(Zm_{^1H} + Nm_n - m_X\right) \times 931,5 \tfrac{MeV}{u} \\
&= \left(84 \cdot 1,007\ 825u + 120 \cdot 1,008\ 665u - 203,980\ 318u\right) \times 931,5 \tfrac{MeV}{u} \\
&= \left(1,716782u\right) \times 931,5 \tfrac{MeV}{u} \\
&= 1599 MeV
\end{aligned}
$$

7. L'énergie de liaison du cuivre 60 est

$$
\begin{aligned}
E_{liaison} &= \left(Zm_{^1H} + Nm_n - m_X\right) \times 931,5 \tfrac{MeV}{u} \\
&= \left(29 \cdot 1,007\ 825u + 31 \cdot 1,008\ 665u - 59,937\ 365u\right) \times 931,5 \tfrac{MeV}{u} \\
&= \left(0,558175u\right) \times 931,5 \tfrac{MeV}{u} \\
&= 519,9 MeV
\end{aligned}
$$

L'énergie de liaison du cobalt 60 est

$$\begin{aligned} E_{liaison} &= \left(Zm_{^1H} + Nm_n - m_X\right)\times 931,5\tfrac{MeV}{u} \\ &= \left(27\cdot 1,007\ 825u + 33\cdot 1,008\ 665u - 59,933\ 817u\right)\times 931,5\tfrac{MeV}{u} \\ &= \left(0,563403u\right)\times 931,5\tfrac{MeV}{u} \\ &= 524,8MeV \end{aligned}$$

8. La réaction est

$$^{112}_{54}Xe \rightarrow {}^{108}_{52}Te + {}^{4}_{2}He$$

L'énergie libérée est

$$\begin{aligned} Q &= \left(m_{Xe} - m_{Te} - m_{He}\right)\times 931,5\tfrac{MeV}{u} \\ &= \left(111,935\ 62\ \text{u} - 107,929\ 44\ \text{u} - 4,002\ 60\ \text{u}\right)\times 931,5\tfrac{MeV}{u} \\ &= \left(0{,}003\ 58\ \text{u}\right)\times 931,5\tfrac{MeV}{u} \\ &= 3,33MeV \end{aligned}$$

L'énergie cinétique de la particule alpha est

$$\begin{aligned} E_{k\alpha} &= \frac{m_{Te}}{m_{He} + m_{Te}}Q \\ &= \frac{107,929\ 44\ \text{u}}{4,002\ 60\ \text{u} + 107,929\ 44\ \text{u}}3,33MeV \\ &= 3,21MeV \end{aligned}$$

9. La réaction est

$$^{85}_{36}Kr \rightarrow {}^{85}_{37}Rb + e^- + \overline{\nu}$$

L'énergie libérée est

$$\begin{aligned} Q &= \left(m_{Kr} - m_{Rb}\right)\times 931,5\tfrac{MeV}{u} \\ &= \left(84,912\ 527\ 3u - 84,911\ 789\ 7u\right)\times 931,5\tfrac{MeV}{u} \\ &= \left(0{,}000\ 737\ 6\ \text{u}\right)\times 931,5\tfrac{MeV}{u} \\ &= 0,687MeV \end{aligned}$$

10. La réaction est

$$^{40}_{19}K \rightarrow {}^{40}_{18}Ar + e^{+} + \nu$$

L'énergie libérée est

$$\begin{aligned} Q &= \left(m_K - m_{Ar} - 2m_e\right) \times 931,5 \tfrac{MeV}{u} \\ &= \left(39,963\ 998\ 48u - 39,962\ 383\ 12u - 2 \cdot 0,000\ 548\ 58\right) \times 931,5 \tfrac{MeV}{u} \\ &= \left(0,000\ 518\ 2\ \text{u}\right) \times 931,5 \tfrac{MeV}{u} \\ &= 0,483 MeV \end{aligned}$$

11. La réaction est

$$^{29}_{15}P \rightarrow {}^{29}_{14}Si + \nu$$

L'énergie libérée est

$$\begin{aligned} Q &= \left(m_P - m_{Si}\right) \times 931,5 \tfrac{MeV}{u} \\ &= \left(28,981\ 800\ 6u - 28,976\ 494\ 7u\right) \times 931,5 \tfrac{MeV}{u} \\ &= \left(0,005\ 305\ 9\ \text{u}\right) \times 931,5 \tfrac{MeV}{u} \\ &= 4,94 MeV \end{aligned}$$

12. La réaction est

$$^{49}_{24}Cr^{*} \rightarrow {}^{49}_{24}Cr + \gamma$$

13. a) La réaction serait

$$^{25}_{10}Ne \rightarrow {}^{25}_{11}Na + e^{-} + \overline{\nu}$$

L'énergie libérée par cette réaction serait

$$\begin{aligned} Q &= \left(m_{Ne} - m_{Na}\right) \times 931,5 \tfrac{MeV}{u} \\ &= \left(24,997\ 737u - 24,989\ 954u\right) \times 931,5 \tfrac{MeV}{u} \\ &= \left(0,007\ 783\text{u}\right) \times 931,5 \tfrac{MeV}{u} \\ &= 7,25 MeV \end{aligned}$$

Comme la valeur de Q est positive, cette réaction est possible.

b) La réaction serait

$${}^{28}_{13}Al \to {}^{28}_{12}Mg + e^{+} + \nu$$

L'énergie libérée par cette réaction serait

$$\begin{aligned} Q &= \left(m_{Al} - m_{Mg} - 2m_e\right) \times 931,5 \tfrac{MeV}{u} \\ &= \left(27,981\ 910\ 3u - 27,983\ 876\ 8u - 2 \cdot 0,000\ 548\ 6\right) \times 931,5 \tfrac{MeV}{u} \\ &= \left(\text{-0,012 938 5u}\right) \times 931,5 \tfrac{MeV}{u} \\ &= -12,05 MeV \end{aligned}$$

Comme la valeur de Q est négative, cette réaction est impossible.

14. a) Le nombre initial de noyaux est

$$\begin{aligned} N_0 &= \frac{masse}{masse\ atomique} N_A \\ &= \frac{0,002g}{83 \frac{g}{mol}} 6,02 \times 10^{23} \\ &= 1,45 \times 10^{19} \end{aligned}$$

b) Le nombre de noyaux est

$$\begin{aligned} N &= N_0 e^{-\lambda t} \\ &= N_0 e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}} t} \\ &= 1,45 \times 10^{19} \cdot e^{-\frac{\ln 2}{32,41h} 72h} \\ &= 3,11 \times 10^{18} \end{aligned}$$

15. a) Le nombre de noyaux initial est

$$\begin{aligned} N_0 &= \frac{masse}{masse\ atomique} N_A \\ &= \frac{5\times 10^{-6} g}{201 \frac{g}{mol}} 6{,}02\times 10^{23} \\ &= 1{,}498\times 10^{16} \end{aligned}$$

La constante de désintégration est

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \\ &= \frac{\ln 2}{15{,}3\cdot 60s} \\ &= 7{,}55\times 10^{-4} s^{-1} \end{aligned}$$

L'activité initiale est donc

$$\begin{aligned} R_0 &= \lambda N_0 \\ &= 7{,}55\times 10^{-4} s\cdot 1{,}498\times 10^{16} \\ &= 1{,}131\times 10^{13} Bq \\ &= 305{,}6Ci \end{aligned}$$

b) Dans 1 heure, l'activité sera de

$$\begin{aligned} R &= R_0 e^{-\lambda t} \\ &= R_0 e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}} t} \\ &= 305{,}6Ci\cdot e^{-\frac{\ln 2}{15{,}3\min} 60\min} \\ &= 20{,}17Ci \end{aligned}$$

16. On a

$$\begin{aligned} R &= R_0 e^{-\lambda t} \\ R &= R_0 e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}}} \\ 16{,}9\mu Ci &= 20\mu Ci\cdot e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}} 48h} \\ T_{1/2} &= 197{,}5h \end{aligned}$$

17. Avec 20 g de carbone, l'activité initiale était de

$$\begin{aligned} R_0 &= 0,25\tfrac{Bq}{g}\cdot 20g \\ &= 5Bq \end{aligned}$$

On a donc

$$\begin{aligned} R &= R_0 e^{-\lambda t} \\ R &= R_0 e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}}} \\ 4,4Bq &= 5Bq\cdot e^{-\frac{\ln 2}{5730 ans}t} \\ T &= 1057 ans \end{aligned}$$

Ce morceau de bois date donc de l'an 2016 – 1057 = 959. Il date donc du 10e siècle.

18. La constante de désintégration est

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{\ln 2}{T_{1/2}} \\ &= \frac{\ln 2}{1\,287\,360s} \\ &= 5,384\times 10^{-7}s^{-1} \end{aligned}$$

Le nombre de noyaux se trouve avec

$$\begin{aligned} R &= \lambda N \\ 25\cdot 3,7\times 10^{10}Bq &= 5,384\times 10^{-7}s^{-1}\cdot N \\ N &= 1,718\times 10^{18} \end{aligned}$$

On trouve finalement la masse.

$$\begin{aligned} N &= \frac{masse}{masse\ atomique}N_A \\ 1,718\times 10^{18} &= \frac{masse}{225\frac{g}{mol}}6,02\times 10^{23} \\ masse &= 6,42\times 10^{-4}g \end{aligned}$$

19. Seules les désintégrations alpha changent le nombre de nucléons. Comme on est passé de 235 nucléons à 207 nucléons et qu'on en perd 4 par désintégration, on a

$$\begin{aligned} N_\alpha &= \frac{235-207}{4} \\ &= 7 \end{aligned}$$

Si on avait eu que des désintégrations alpha, le nombre de protons aurait diminué de

$$7 \cdot 2 = 14$$

Puisqu'on perd 2 protons à chaque désintégration. Or l'uranium a 92 protons et le plomb en a 82. On a donc perdu seulement 10 protons. On a donc dû avoir 4 désintégrations bêta qui ont changé 4 neutrons en protons pour qu'on perde seulement 10 protons au lieu de 14.

Il y a donc eu 7 désintégrations alpha et 4 désintégrations béta.

20. Le nombre d'atomes de potassium qui reste est

$$N_K = N_0 e^{-\lambda t}$$

Le nombre d'atomes d'argon est égal au nombre d'atomes de potassium qui s'est transformé en argon. Ce nombre est égal au nombre initial d'atomes de potassium moins le nombre d'atomes de potassium qui reste. On a donc

$$\begin{aligned} N_{Ar} &= N_0 - N_K \\ &= N_0 - N_0 e^{-\lambda t} \end{aligned}$$

Le rapport du nombre d'atomes d'argon et de potassium est donc

$$\begin{aligned} \frac{N_{Ar}}{N_K} &= \frac{N_0 - N_0 e^{-\lambda t}}{N_0 e^{-\lambda t}} \\ &= \frac{1-e^{-\lambda t}}{e^{-\lambda t}} \\ &= \frac{1}{e^{-\lambda t}} - \frac{e^{-\lambda t}}{e^{-\lambda t}} \\ &= e^{\lambda t} - 1 \end{aligned}$$

On a donc

$$\frac{N_{Ar}}{N_K} = e^{\lambda t} - 1$$
$$0{,}15 = e^{\frac{\ln(2)}{1{,}248Ga}t} - 1$$
$$1{,}15 = e^{\frac{\ln(2)}{1{,}248Ga}t}$$
$$\ln(1{,}15) = \frac{\ln(2)}{1{,}248Ga}t$$
$$t = 0{,}252Ga = 252Ma$$

21. Pour chaque réaction, le nombre de protons et le nombre de nucléons doivent être le même de chaque côté de l'équation. On a donc

1) ${}^{15}_{7}N + {}^{1}_{1}H \rightarrow {}^{12}_{6}C + {}^{4}_{2}He$
2) ${}^{18}_{8}O + {}^{1}_{1}H \rightarrow {}^{18}_{9}F + {}^{1}_{0}n$
3) ${}^{7}_{3}Li + {}^{1}_{1}H \rightarrow {}^{7}_{4}Be + {}^{1}_{0}n$
4) ${}^{10}_{5}B + {}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{7}_{3}Li + {}^{4}_{2}He$

22. On trouve l'énergie libérée à partir des masses avec

$$Q = \left(m_{avant} - m_{après}\right) \times 931{,}5 \tfrac{MeV}{u}$$

1) On a

$$\begin{aligned} Q &= \left(m_{avant} - m_{après}\right) \times 931{,}5 \tfrac{MeV}{u} \\ &= \left(\left(m_N + m_{He}\right) - \left(m_O + m_H\right)\right) \times 931{,}5 \tfrac{MeV}{u} \\ &= \begin{pmatrix} \left(14{,}003\ 074\ u + 4{,}002\ 603\ u\right) - \\ \qquad \left(16{,}999\ 131\ u + 1{,}007\ 825\ u\right) \end{pmatrix} \times 931{,}5 \tfrac{MeV}{u} \\ &= \left(\text{-0,001 279 u}\right) \times 931{,}5 \tfrac{MeV}{u} \\ &= -1{,}19 MeV \end{aligned}$$

Il faut donc fournir 1,19 MeV pour que cette réaction se produise.

2) On a

$$\begin{aligned}
Q &= \left(m_{avant} - m_{après}\right) \times 931,5 \tfrac{MeV}{u} \\
&= \left(\left(m_{Be} + m_{He}\right) - \left(m_C + m_n\right)\right) \times 931,5 \tfrac{MeV}{u} \\
&= \begin{pmatrix} \left(9,012\ 182\ u + 4,002\ 603\ u\right) - \\ \left(12,000\ 000\ u + 1,008\ 665\ u\right) \end{pmatrix} \times 931,5 \tfrac{MeV}{u} \\
&= \left(0,006\,120\ \text{u}\right) \times 931,5 \tfrac{MeV}{u} \\
&= 5,70 MeV
\end{aligned}$$

Cette réaction libère donc 5,70 MeV.

3) On a

$$\begin{aligned}
Q &= \left(m_{avant} - m_{après}\right) \times 931,5 \tfrac{MeV}{u} \\
&= \left(\left(m_{Al} + m_{He}\right) - \left(m_P + m_n\right)\right) \times 931,5 \tfrac{MeV}{u} \\
&= \begin{pmatrix} \left(26,981\ 539\ u + 4,002\ 603\ u\right) - \\ \left(29,978\ 314\ u + 1,008\ 665\ u\right) \end{pmatrix} \times 931,5 \tfrac{MeV}{u} \\
&= \left(\text{-}0,002\,837\ \text{u}\right) \times 931,5 \tfrac{MeV}{u} \\
&= -2,64 MeV
\end{aligned}$$

Il faut donc fournir 2,64 MeV pour que cette réaction se produise.

4) On a

$$\begin{aligned}
Q &= \left(m_{avant} - m_{après}\right) \times 931,5 \tfrac{MeV}{u} \\
&= \left(\left(m_N + m_n\right) - \left(m_C + m_H\right)\right) \times 931,5 \tfrac{MeV}{u} \\
&= \begin{pmatrix} \left(14,003\ 074\ u + 1,008\ 665\ u\right) - \\ \left(14,003\ 242\ u + 1,007\ 825\ u\right) \end{pmatrix} \times 931,5 \tfrac{MeV}{u} \\
&= \left(0,000\,672\ \text{u}\right) \times 931,5 \tfrac{MeV}{u} \\
&= 0,626 MeV
\end{aligned}$$

Cette réaction libère donc 0,626 MeV.

23. Dans une réaction, le nombre de protons et le nombre de nucléons doivent être le même de chaque côté de l'équation. On a donc

$$ {}_{0}^{1}n + {}_{92}^{235}U \to {}_{55}^{144}Cs + {}_{37}^{90}Rb + 2\,{}_{0}^{1}n $$

24. On trouve l'énergie libérée à partir des masses avec

$$ Q = \left(m_{avant} - m_{après} \right) \times 931{,}5 \tfrac{MeV}{u} $$

On a donc

$$ \begin{aligned} Q &= \left(m_{avant} - m_{après} \right) \times 931{,}5 \tfrac{MeV}{u} \\ &= \left(\left(m_n + m_U \right) - \left(m_{Xe} + m_{Sr} + 3 \cdot m_n \right) \right) \times 931{,}5 \tfrac{MeV}{u} \\ &= \begin{pmatrix} \left(1{,}008\ 66\ u + 235{,}043\ 93\ u \right) - \\ \qquad \left(142{,}935\ 11\ u + 89{,}907\ 74\ u + 3 \times 1{,}008\ 66\ u \right) \end{pmatrix} \times 931{,}5 \tfrac{MeV}{u} \\ &= \left(0{,}183\ 76\ \mathrm{u} \right) \times 931{,}5 \tfrac{MeV}{u} \\ &= 171{,}2 MeV \end{aligned} $$

25. Le nombre d'atomes dans 100 g d'uranium 235 pur est de

$$ \begin{aligned} N &= \frac{100 g}{235 \frac{g}{mol}} 6{,}02 \times 10^{23} \\ &= 2{,}562 \times 10^{23} \end{aligned} $$

On peut donc obtenir ce nombre de fissions. À 200 MeV chacune, l'énergie totale est de

$$ \begin{aligned} E &= 2{,}562 \times 10^{23} \cdot \left(200 \times 10^{6} \cdot 1{,}602 \times 10^{-19} J \right) \\ &= 8{,}208 \times 10^{12} J \end{aligned} $$

En consommant 250 MJ par jour, on a assez d'énergie pour un nombre de jours valant

$$ \frac{8{,}208 \times 10^{12} J}{250 \times 10^{6} \frac{J}{jour}} = 32\,830\, jours = 89{,}9 ans $$

26. a) On trouve l'énergie libérée à partir des masses avec

$$Q = \left(m_{avant} - m_{après}\right) \times 931,5 \tfrac{MeV}{u}$$

On a donc

$$\begin{aligned} Q &= \left(m_{avant} - m_{après}\right) \times 931,5 \tfrac{MeV}{u} \\ &= \left(\left(m_{H2} + m_{H2}\right) - \left(m_{He3} + m_n\right)\right) \times 931,5 \tfrac{MeV}{u} \\ &= \left(\left(2,014\ 101u + 2,014\ 101u\right) - \left(3,016\ 029u + 1,008\ 665u\right)\right) \times 931,5 \tfrac{MeV}{u} \\ &= \left(0,003\ 508\ \text{u}\right) \times 931,5 \tfrac{MeV}{u} \\ &= 3,27 MeV \end{aligned}$$

b) Une molécule d'eau a une masse molaire de 18 g/mol. Le nombre de molécules d'eau dans une tonne d'eau est

$$\begin{aligned} N &= \frac{1\ 000\ 000 g}{18 \frac{g}{mol}} 6,02 \times 10^{23} \\ &= 3,34 \times 10^{28} \end{aligned}$$

Le nombre d'atomes d'hydrogène est deux fois plus grand, puisqu'il y a 2 atomes d'hydrogène par molécule d'eau. On a donc 6,68 x 10^{28} atomes d'hydrogène.

Puisqu'un atome d'hydrogène sur 6500 est un atome de deutérium, le nombre d'atomes de deutérium est

$$\frac{6,68 \times 10^{28}}{6500} = 1,029 \times 10^{25}$$

Comme il faut deux atomes de deutérium pour faire une réaction nucléaire, le nombre de réactions qu'on peut faire est

$$\frac{1,029 \times 10^{25}}{2} = 5,145 \times 10^{24}$$

Avec 3,27 MeV par réaction, l'énergie qu'on peut obtenir est de

$$5,145 \times 10^{24} \cdot \left(3,27 \times 10^{6} \cdot 1,602 \times 10^{-19} J\right) = 2,7 \times 10^{12} J$$

N.B. Ceci est l'équivalent de l'énergie qu'on peut obtenir avec 57 tonnes d'essence ou d'environ 135 tonnes de charbon…