Solutionnaire du chapitre 11

1. La longueur d'onde du pic est

$$\begin{aligned}\lambda_{pic} &= \frac{2,898\times10^{-3}mK}{T}\\ &= \frac{2,898\times10^{-3}mK}{3273K}\\ &= 885nm\end{aligned}$$

C'est une lumière dans l'infrarouge.

2. On a

$$\begin{aligned}\lambda_{pic} &= \frac{2,898\times10^{-3}mK}{T}\\ 502\times10^{-9}m &= \frac{2,898\times10^{-3}mK}{T}\\ T &= 5773K\end{aligned}$$

3. La puissance est

$$\begin{aligned}P &= \sigma A\left(T^4 - T_0^4\right)\\ &= 5,67\times10^{-8}\tfrac{W}{m^2K^4}4\pi\left(3,2\times10^{10}m\right)^2\left(\left(6015K\right)^4 - \left(0K\right)^4\right)\\ &= 9,55\times10^{29}W\end{aligned}$$

Ce qui est environ 2500 fois plus lumineux que le Soleil.

4. a) La puissance est

$$\begin{aligned} P &= \sigma A\left(T^4 - T_0^4\right) \\ &= 5,67\times10^{-8} \tfrac{W}{m^2K^4}\cdot 1,8m^2 \cdot\left(\left(310K\right)^4 - \left(293K\right)^4\right) \\ &= 190,4W \end{aligned}$$

(C'est la même puissance que pour faire du vélo avec un effort un peu soutenu.)

a) La puissance est

$$\begin{aligned} P &= \sigma A\left(T^4 - T_0^4\right) \\ &= 5,67\times10^{-8} \tfrac{W}{m^2K^4}\cdot 1,8m^2 \cdot\left(\left(310K\right)^4 - \left(243K\right)^4\right) \\ &= 586,7W \end{aligned}$$

(C'est équivalent à un exercice vraiment très soutenu. Allez sur un vélo stationnaire qui affiche la puissance et essayez d'atteindre cette puissance…)

5. Le filament est un cylindre dont l'aire est

$$\begin{aligned} A &= 2\pi rl \\ &= 2\pi \cdot 0,0005m \cdot 0,1m \\ &= 3,1416\times10^{-4} m^2 \end{aligned}$$

On a donc

$$\begin{aligned} P &= \sigma A\left(T^4 - T_0^4\right) \\ 60W &= 5,67\times10^{-8} \tfrac{W}{m^2K^4}\cdot 3,1416\times10^{-4} m^2 \cdot\left(T^4 - \left(293K\right)^4\right) \\ T &= 1355K = 1082°C \end{aligned}$$

6. L'énergie est

$$\begin{aligned} E &= \frac{1240eV\cdot nm}{\lambda} \\ &= \frac{1240eV\cdot nm}{550nm} \\ &= 2,25eV \end{aligned}$$

7. L'énergie d'un photon est

$$\begin{aligned} E &= \frac{1240eV \cdot nm}{\lambda} \\ &= \frac{1240eV \cdot nm}{632nm} \\ &= 1,962eV \\ &= 3,143 \times 10^{-19} J \end{aligned}$$

L'énergie émise par seconde est

$$\begin{aligned} E &= Pt \\ &= 0,001W \cdot 1s \\ &= 0,001J \end{aligned}$$

Le nombre de photons est donc

$$\begin{aligned} N &= \frac{\text{Énergie totale émise}}{\text{Énergie d'un photon}} \\ &= \frac{0,001J}{3,143 \times 10^{-19} \frac{J}{photons}} \\ &= 3,182 \times 10^{15}\ photons \end{aligned}$$

8. L'énergie d'un photon est

$$\begin{aligned} E &= \frac{1240eV \cdot nm}{\lambda} \\ &= \frac{1240eV \cdot nm}{585nm} \\ &= 2,12eV \\ &= 3,396 \times 10^{-19} J \end{aligned}$$

L'énergie reçue en 20 secondes est

$$\begin{aligned} E &= IAt \\ &= 50 \tfrac{W}{m^2} \cdot 3m^2 \cdot 20s \\ &= 3000J \end{aligned}$$

Le nombre de photons est donc

$$\begin{aligned} N &= \frac{\text{Énergie totale émise}}{\text{Énergie d'un photon}} \\ &= \frac{3000J}{3,396\times10^{-19}\,\frac{J}{photons}} \\ &= 8,835\times10^{21}\ photons \end{aligned}$$

9. L'énergie d'un photon est

$$\begin{aligned} E &= \frac{1240eV\cdot nm}{\lambda} \\ &= \frac{1240eV\cdot nm}{470nm} \\ &= 2,638eV \\ &= 4,227\times10^{-19}J \end{aligned}$$

L'énergie reçue par seconde est

$$\begin{aligned} E &= IAt \\ &= 200\,\tfrac{W}{m^2}\cdot\pi\left(0,0025m\right)^2\cdot 1s \\ &= 0,003927J \end{aligned}$$

Le nombre de photons est donc

$$\begin{aligned} N &= \frac{\text{Énergie totale émise}}{\text{Énergie d'un photon}} \\ &= \frac{0,003927J}{4,227\times10^{-19}\,\frac{J}{photons}} \\ &= 9,291\times10^{15}\ photons \end{aligned}$$

10. L'énergie des photons est

$$\begin{aligned} E &= \frac{1240eV\cdot nm}{\lambda} \\ &= \frac{1240eV\cdot nm}{150nm} \\ &= 8,267eV \end{aligned}$$

L'énergie maximale des électrons éjectés est donc

$$\begin{aligned} E_{k\max} &= hf - \phi \\ &= 8,267eV - 4,5eV \\ &= 3,767eV \end{aligned}$$

11. Le travail d'extraction du césium est

$$\begin{aligned} \phi &= \frac{1240eV \cdot nm}{\lambda_0} \\ &= \frac{1240eV \cdot nm}{686nm} \\ &= 1,808eV \end{aligned}$$

a) Avec une longueur d'onde de 690 nm, l'énergie des photons est

$$\begin{aligned} E &= \frac{1240eV \cdot nm}{\lambda} \\ &= \frac{1240eV \cdot nm}{690nm} \\ &= 1,797eV \end{aligned}$$

L'énergie des électrons éjectés est alors

$$\begin{aligned} E_{k\max} &= hf - \phi \\ &= 1,797eV - 1,808eV \\ &= -0,011eV \end{aligned}$$

Cela signifie qu'il n'y a pas d'électrons éjectés puisqu'une énergie cinétique négative est impossible. Les photons n'ont tout simplement pas assez d'énergie pour éjecter des électrons.

b) Avec une longueur d'onde de 450 nm, l'énergie des photons est

$$\begin{aligned} E &= \frac{1240eV \cdot nm}{\lambda} \\ &= \frac{1240eV \cdot nm}{450nm} \\ &= 2,756eV \end{aligned}$$

L'énergie des électrons éjectés est alors

$$\begin{aligned} E_{k\max} &= hf - \phi \\ &= 2,756eV - 1,808eV \\ &= 0,948eV \end{aligned}$$

12. a) La longueur d'onde seuil est

$$\begin{aligned} \phi &= \frac{1240eV \cdot nm}{\lambda_0} \\ 3,2eV &= \frac{1240eV \cdot nm}{\lambda_0} \\ \lambda_0 &= 387,5nm \end{aligned}$$

b) Avec une longueur d'onde de 250 nm, l'énergie des photons est

$$\begin{aligned} E &= \frac{1240eV \cdot nm}{\lambda} \\ &= \frac{1240eV \cdot nm}{250nm} \\ &= 4,96eV \end{aligned}$$

L'énergie des électrons éjectés est alors

$$\begin{aligned} E_{k\max} &= hf - \phi \\ &= 4,96eV - 3,2eV \\ &= 1,76eV \\ &= 2,82 \times 10^{-19} J \end{aligned}$$

La vitesse des électrons est donc

$$\begin{aligned} E_{k\max} &= \frac{1}{2} m v_{\max}^2 \\ 2,82 \times 10^{-19} J &= \frac{1}{2} \cdot 9,11 \times 10^{-31} kg \cdot v_{\max}^2 \\ v_{\max} &= 7,868 \times 10^5 \tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

13. L'énergie cinétique maximale des électrons est

$$\begin{aligned} E_{k\max} &= \frac{1}{2} m v_{\max}^2 \\ &= \frac{1}{2} \cdot 9{,}11\times10^{-31}kg \cdot \left(5\times10^5 \tfrac{m}{s}\right)^2 \\ &= 1{,}139\times10^{-19}J \\ &= 0{,}711eV \end{aligned}$$

L'énergie des photons est

$$\begin{aligned} E &= \frac{1240eV\cdot nm}{\lambda} \\ &= \frac{1240eV\cdot nm}{400nm} \\ &= 3{,}1eV \end{aligned}$$

On trouve alors le travail d'extraction avec

$$\begin{aligned} E_{k\max} &= hf - \phi \\ 0{,}711eV &= 3{,}1eV - \phi \\ \phi &= 2{,}389eV \end{aligned}$$

La longueur d'onde seuil est donc de

$$\begin{aligned} \phi &= \frac{1240eV\cdot nm}{\lambda_0} \\ 2{,}389eV &= \frac{1240eV\cdot nm}{\lambda_0} \\ \lambda_0 &= 519nm \end{aligned}$$

14. L'énergie d'un photon est

$$\begin{aligned} E &= \frac{1240eV\cdot nm}{\lambda} \\ &= \frac{1240eV\cdot nm}{450nm} \\ &= 2{,}756eV \\ &= 4{,}414\times10^{-19}J \end{aligned}$$

L'énergie reçue par seconde pour une surface de 1 cm² est

$$\begin{aligned} E &= IAt \\ &= 40\tfrac{W}{m^2} \cdot 0,0001m^2 \cdot 1s \\ &= 0,004J \end{aligned}$$

Le nombre de photons reçus est donc

$$\begin{aligned} N &= \frac{\text{Énergie totale émise}}{\text{Énergie d'un photon}} \\ &= \frac{0,004J}{4,414\times10^{-19}\,\frac{J}{photons}} \\ &= 9,091\times10^{15}\,photons \end{aligned}$$

Si seulement 3% des photons éjectent un électron, alors le nombre d'électrons éjectés est de

$$3\% \cdot 9,061\times10^{15} = 2,718\times10^{14}$$

15. a) Le changement de longueur d'onde est

$$\begin{aligned} \Delta\lambda &= 2,4263\times10^{-3}\,nm\left(1-\cos\theta\right) \\ &= 2,4263\times10^{-3}\,nm\left(1-\cos 45°\right) \\ &= 0,0007106nm \end{aligned}$$

b) La longueur d'onde du photon incident est

$$\begin{aligned} E &= \frac{1240eV \cdot nm}{\lambda} \\ 62\,000eV &= \frac{1240eV \cdot nm}{\lambda} \\ \lambda &= 0,02nm \end{aligned}$$

La nouvelle longueur d'onde est

$$\begin{aligned} \lambda' &= \lambda + \Delta\lambda \\ &= 0,02nm + 0,0007106nm \\ &= 0,0207106nm \end{aligned}$$

c) La nouvelle énergie du photon est

$$\begin{aligned} E &= \frac{1240eV \cdot nm}{\lambda} \\ &= \frac{1240eV \cdot nm}{0,0207106nm} \\ &= 59\,873eV \end{aligned}$$

d) L'énergie cinétique de l'électron est

$$\begin{aligned} E_\gamma &= E'_\gamma + E_{k\,e} \\ 62\,000eV &= 59\,873eV + E_{k\,e} \\ E_{k\,e} &= 2127eV \end{aligned}$$

e) On trouve l'angle avec la conservation de la quantité de mouvement en *y*

$$0 = p'_\gamma \sin\theta - p'_e \sin\phi$$

On trouve la quantité de mouvement du photon avec

$$\begin{aligned} E' &= p'_\gamma c \\ 59\,873 \cdot 1,602\times10^{-19} J &= p'_\gamma \cdot 3\times10^8 \tfrac{m}{s} \\ p'_\gamma &= 3,197\times10^{-23} \tfrac{kgm}{s} \end{aligned}$$

On trouve la quantité de mouvement de l'électron avec

$$\begin{aligned} E_e &= \frac{p^2}{2m} \\ 2127 \cdot 1,602\times10^{-19} J &= \frac{p_e'^2}{2 \cdot 9,11\times10^{-31} kg} \\ p'_e &= 2,491\times10^{-23} \tfrac{kgm}{s} \end{aligned}$$

On a donc

$$\begin{aligned} 0 &= p'_\gamma \sin\theta - p'_e \sin\phi \\ 0 &= 3,197\times10^{-23} \tfrac{kgm}{s} \cdot \sin 45° - 2,491\times10^{-23} \tfrac{kgm}{s} \cdot \sin\phi \\ 0 &= 3,197 \cdot \sin 45° - 2,491 \sin\phi \\ \phi &= 65,1° \end{aligned}$$

16. La longueur d'onde initiale est

$$E=\frac{1240eV\cdot nm}{\lambda}$$
$$50\,000eV=\frac{1240eV\cdot nm}{\lambda}$$
$$\lambda=0,0248nm$$

La longueur d'onde après la diffusion est

$$E'=\frac{1240eV\cdot nm}{\lambda'}$$
$$49\,500eV=\frac{1240eV\cdot nm}{\lambda'}$$
$$\lambda'=0,02505nm$$

Le changement de longueur d'onde est donc

$$\begin{aligned}\Delta\lambda&=\lambda'-\lambda\\&=0,02505nm-0,0248nm\\&=0,00025nm\end{aligned}$$

On a donc

$$\Delta\lambda=2,4263\times10^{-3}nm\left(1-\cos\theta\right)$$
$$0,00025nm=2,4263\times10^{-3}nm\left(1-\cos\theta\right)$$
$$\theta=26,3°$$

17. a) Le rayon est

$$\begin{aligned}r_n&=\frac{n^2}{Z}0,05292nm\\&=\frac{2^2}{3}0,05292nm\\&=0,07056nm\end{aligned}$$

b) L'énergie du premier niveau est

$$\begin{aligned} E_n &= -\frac{Z^2}{n^2} 13{,}61 eV \\ &= -\frac{3^2}{1^2} 13{,}61 eV \\ &= -122{,}49 eV \end{aligned}$$

c) Pour ioniser l'atome, l'énergie de l'électron doit être positive. Il faut donc lui donner au moins 122,49 eV pour l'ioniser.

18. a) La vitesse est

$$\begin{aligned} v_n &= \frac{Z}{n} \cdot \frac{c}{137{,}04} \\ &= \frac{3}{2} \cdot \frac{3 \times 10^8 \frac{m}{s}}{137{,}04} \\ &= 3{,}2837 \times 10^6 \tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

b) Comme l'électron fait un mouvement circulaire, l'accélération est

$$a = \frac{v^2}{r}$$

Il faut donc le rayon de cette orbite. Le rayon est

$$\begin{aligned} r_n &= \frac{n^2}{Z} 0{,}05292 nm \\ &= \frac{2^2}{3} 0{,}05292 nm \\ &= 0{,}07056 nm \end{aligned}$$

L'accélération est donc

$$\begin{aligned} a &= \frac{v^2}{r} \\ &= \frac{\left(3{,}2815 \times 10^6 \frac{m}{s}\right)^2}{7{,}056 \times 10^{-11} m} \\ &= 1{,}528 \times 10^{23} \tfrac{m}{s^2} \end{aligned}$$

19. L'énergie du niveau 5 est

$$\begin{aligned} E_5 &= -\frac{Z^2}{n^2} 13{,}61 eV \\ &= -\frac{1^2}{5^2} 13{,}61 eV \\ &= -0{,}5444 eV \end{aligned}$$

L'énergie du niveau 3 est

$$\begin{aligned} E_3 &= -\frac{Z^2}{n^2} 13{,}61 eV \\ &= -\frac{1^2}{3^2} 13{,}61 eV \\ &= -1{,}5122 eV \end{aligned}$$

L'énergie perdue par l'électron est

$$\begin{aligned} \Delta E &= E_3 - E_5 \\ &= -1{,}5122 eV - -0{,}5444 eV \\ &= -0{,}9678 eV \end{aligned}$$

Si l'électron a perdu 0,9678 eV, c'est qu'il a émis un photon dont l'énergie est de 0,9678 eV. La longueur d'onde de ce photon est

$$\begin{aligned} E &= \frac{1240 eV \cdot nm}{\lambda} \\ 0{,}9678 eV &= \frac{1240 eV \cdot nm}{\lambda} \\ \lambda &= 1281 nm \end{aligned}$$

20. L'énergie du niveau 6 est

$$\begin{aligned} E_6 &= -\frac{Z^2}{n^2} 13{,}61 eV \\ &= -\frac{1^2}{6^2} 13{,}61 eV \\ &= -0{,}378 eV \end{aligned}$$

L'énergie de premier niveau est

$$\begin{aligned} E_1 &= -\frac{Z^2}{n^2} 13,61eV \\ &= -\frac{1^2}{1^2} 13,61eV \\ &= -13,61eV \end{aligned}$$

Si on veut que l'électron monte de niveau, il doit gagner l'énergie suivante.

$$\begin{aligned} \Delta E &= E_f - E_i \\ &= -0,378eV - -13,61eV \\ &= 13,232eV \end{aligned}$$

Ceci doit être l'énergie des photons. On a donc

$$\begin{aligned} E &= \frac{1240eV \cdot nm}{\lambda} \\ 13,232eV &= \frac{1240eV \cdot nm}{\lambda} \\ \lambda &= 93,71nm \end{aligned}$$

21. L'énergie du niveau 1 est

$$\begin{aligned} E_1 &= -\frac{Z^2}{n^2} 13,61eV \\ &= -\frac{1^2}{1^2} 13,61eV \\ &= -13,61eV \end{aligned}$$

Si on ajoute 12 eV, l'énergie de l'électron est -1,61 eV. Le niveau d'énergie correspondant à cette énergie est

$$\begin{aligned} E_n &= -\frac{Z^2}{n^2} 13,61eV \\ -1,61eV &= -\frac{1^2}{n^2} 13,61eV \\ n &= 2,9 \end{aligned}$$

On n'arrive pas sur un nombre entier. Cela signifie qu'il n'y a pas de niveau d'énergie avec une énergie de -1,61 eV. Les photons ne peuvent donc pas être absorbés et les électrons restent toujours sur le niveau n = 1.

22. L'énergie du photon absorbé est

$$\begin{aligned} E &= \frac{1240eV \cdot nm}{\lambda} \\ &= \frac{1240eV \cdot nm}{250nm} \\ &= 4,96eV \end{aligned}$$

L'énergie de l'électron a donc augmenté de 4,96 eV.

En émettant un premier photon, l'électron perd l'énergie de ce photon. Cette énergie est

$$\begin{aligned} E &= \frac{1240eV \cdot nm}{\lambda} \\ &= \frac{1240eV \cdot nm}{800nm} \\ &= 1,55eV \end{aligned}$$

Comme l'électron avait gagné 4,96 eV et qu'il vient de perdre 1,55 eV, il lui reste 3,41 eV à perdre pour revenir à son niveau d'énergie initiale. Il devra donc émettre un photon de 3,41 eV, ce qui correspond à la longueur d'onde donnée par cette formule.

$$\begin{aligned} E &= \frac{1240eV \cdot nm}{\lambda} \\ 3,41eV &= \frac{1240eV \cdot nm}{\lambda} \\ \lambda &= 363,6nm \end{aligned}$$

23. L'équation de la force centripète

$$\frac{m_e v^2}{r} = \frac{kZe^2}{r^2}$$

nous permet d'écrire l'énergie cinétique sous la forme

$$\frac{1}{2} m_e v^2 = \frac{kZe^2}{2r}$$

Nous avons également trouvé que l'énergie mécanique de l'électron est donnée par

$$E = -\frac{kZe^2}{2r}$$

On a donc

$$\frac{E_k}{E} = \frac{\frac{kZe^2}{2r}}{-\frac{kZe^2}{2r}} = -1$$

En clair, cela signifie que l'énergie cinétique de l'électron est la valeur absolue de l'énergie de l'électron sur le niveau. Par exemple, au premier niveau de l'hydrogène, l'énergie de l'électron est de -13,61 eV, cela signifie que son énergie cinétique est de 13,61 eV.

24. a) Sur l'orbite, la force centripète est égale à la force entre le noyau et l'électron

$$\frac{m_e v^2}{r} = kr$$

Comme la condition de quantification est $m_e v r = n\hbar$, on a

$$\frac{m_e \left(\frac{n\hbar}{m_e r}\right)^2}{r} = kr$$

$$\frac{n^2\hbar^2}{m_e r^3} = kr$$

$$n^2\hbar^2 = k m_e r^4$$

$$r = \sqrt[4]{\frac{n^2\hbar^2}{k m_e}}$$

b) L'énergie des niveaux est alors

$$E = \frac{1}{2} m_e v^2 + \frac{1}{2} k r^2$$

Pour la trouver, il nous faut la vitesse des électrons. Toutefois, on peut utiliser l'équation de la force centripète

$$\frac{m_e v^2}{r} = kr$$

pour arriver à

$$m_e v^2 = kr^2$$

Ainsi, l'équation de l'énergie devient

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{2} m_e v^2 + \frac{1}{2} kr^2 \\ &= \frac{1}{2} kr^2 + \frac{1}{2} kr^2 \\ &= kr^2 \end{aligned}$$

Avec la formule de *r,* on a donc

$$\begin{aligned} E &= kr^2 \\ &= k\sqrt{\frac{n^2\hbar^2}{km_e}} \\ &= \sqrt{\frac{kn^2\hbar^2}{m_e}} \\ &= n\hbar\sqrt{\frac{k}{m_e}} \end{aligned}$$

Reste à trouver la fréquence de révolution. La période de révolution est

$$T = \frac{2\pi r}{v}$$

Or, la vitesse est se trouve avec

$$\frac{m_e v^2}{r} = kr$$

$$v = \sqrt{\frac{kr^2}{m_e}}$$

La période est donc

$$\begin{aligned} T &= \frac{2\pi r}{v} \\ &= \frac{2\pi r}{\sqrt{\frac{kr^2}{m_e}}} \\ &= 2\pi\sqrt{\frac{m_e}{k}} \end{aligned}$$

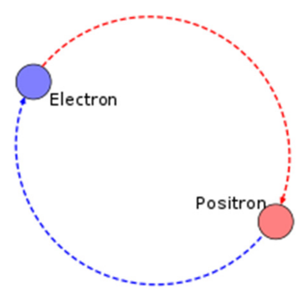
La fréquence est donc

$$\begin{aligned} f &= \frac{1}{T} \\ &= \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m_e}} \end{aligned}$$

On obtient alors le résultat suivant pour l'énergie.

$$\begin{aligned} E &= n\hbar\sqrt{\frac{k}{m_e}} \\ &= n\hbar 2\pi f \\ &= n\frac{h}{2\pi}2\pi f \\ &= nhf \end{aligned}$$

25. a) Dans le positronium, la force centripète est égale à la force d'attraction entre l'électron et le positron. Comme le rayon des orbites est r est que la distance entre les deux particules est $2r$, on a



$$\begin{aligned} \frac{m_e v^2}{r} &= \frac{ke^2}{(2r)^2} \\ m_e v^2 &= \frac{ke^2}{4r} \end{aligned}$$

Comme le moment cinétique est quantifié, on a

$$L_{tot} = n\hbar$$
$$m_e vr + m_e vr = n\hbar$$
$$2m_e vr = n\hbar$$
$$v = \frac{n\hbar}{2m_e r}$$

Les rayons sont donc

$$m_e v^2 = \frac{ke^2}{4r}$$
$$m_e \left(\frac{n\hbar}{2m_e r}\right)^2 = \frac{ke^2}{4r}$$
$$m_e \frac{n^2\hbar^2}{4m_e^2 r^2} = \frac{ke^2}{4r}$$
$$\frac{n^2\hbar^2}{m_e r} = ke^2$$
$$r_n = \frac{n^2\hbar^2}{m_e ke^2}$$

b) L'énergie est

$$\begin{aligned} E_n &= E_k + U \\ &= \frac{1}{2}mv_e^2 + \frac{1}{2}mv_e^2 - \frac{ke^2}{2r} \\ &= mv_e^2 - \frac{ke^2}{2r} \end{aligned}$$

Puisque

$$m_e v^2 = \frac{ke^2}{4r}$$

on a

$$\begin{aligned} E_n &= \frac{ke^2}{4r} - \frac{ke^2}{2r} \\ &= -\frac{ke^2}{4r} \end{aligned}$$

Si on utilise maintenant la formule du rayon de l'orbite, on a

$$\begin{aligned} E_n &= -\frac{ke^2}{4r} \\ &= -\frac{ke^2}{4}\frac{m_e ke^2}{n^2\hbar^2} \\ &= -\frac{m_e k^2 e^4}{4n^2\hbar^2} \end{aligned}$$

c) L'énergie du premier niveau est

$$\begin{aligned} E_1 &= -\frac{m_e k^2 e^4}{4\hbar^2} \\ &= -6,803eV \end{aligned}$$