8 L'ÉNERGIE

Un Bombardier Q-400 de 24 000 kg vole horizontalement avec une vitesse constante de 300 nœuds à une altitude de 20 000 pieds (6000 m). Dans ces conditions, la trainée sur l'avion est de 13 921 N. Combien de carburant (en kg) consomme-t-on en 1 heure si l'efficacité totale est de 0,34.

www.lesailesduquebec.com/bombardier-signe-une-entente-dachat-ferme-pour-six-biturbopropulseurs-q400/

Découvrez la réponse à cette question dans ce chapitre.

8.1 LE TRAVAIL

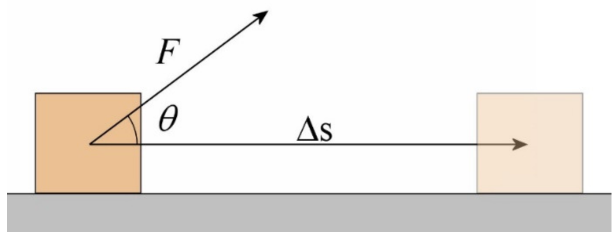
Le travail fait par une force constante sur un objet se déplaçant en ligne droite

Si une force constante s'applique sur un objet en mouvement en ligne droite, alors il y a un travail de fait. Ce travail est le produit scalaire entre la force et le déplacement.

Le travail fait par une force constante sur un objet qui se déplace en ligne droite

$$W = F\Delta s\cos\theta$$

Δs est le déplacement de l'objet et θ est l'angle entre le déplacement et la force.



L'unité utilisée pour mesurer le travail est le Nm. On a donné un autre nom à cette unité : le joule (J).

Unité du travail : le joule

$$1\ J = 1\ Nm = 1\frac{kg\ m^2}{s^2}$$

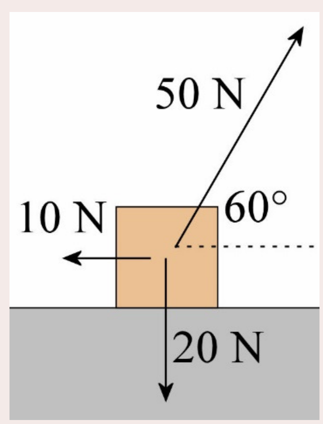
S'il y a plusieurs forces qui s'appliquent sur un objet, la somme des travaux faits par chacune des forces est le travail net.

Le travail net sur un objet

$$W_{net} = \sum W = W_1 + W_2 + W_3 + \dots$$

Exemple 8.1.1

Quel est le travail net sur cette boite si elle se déplace de 3 mètres vers la droite ?



Calculons le travail fait par chacune des forces.

Le travail fait par la force de 20 N est

$$\begin{aligned} W_1 &= 20N\cdot 3m\cdot\cos 90° \\ &= 0J \end{aligned}$$

L'angle est de 90°, car la force est vers le bas et le déplacement est vers la droite.

Le travail fait par la force de 10 N est

$$\begin{aligned} W_2 &= 10N \cdot 3m \cdot \cos 180° \\ &= -30J \end{aligned}$$

L'angle est de 180°, car la force est vers la gauche et le déplacement est vers la droite.

Le travail fait par la force de 50 N est

$$\begin{aligned} W_3 &= 50N \cdot 3m \cdot \cos 60° \\ &= 75J \end{aligned}$$

L'angle est de 60° selon la figure.

Le travail net est donc

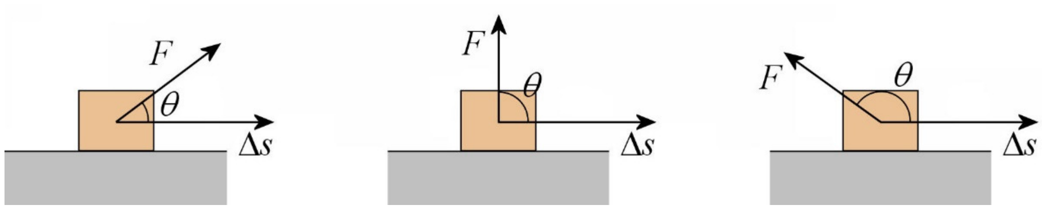
$$\begin{aligned} W_{net} &= W_1 + W_2 + W_3 \\ &= 0J + -30J + 75J \\ &= 45J \end{aligned}$$

Voici quelques remarques.

1) Les valeurs de F et de Δs ne sont jamais négatives. On doit mettre les grandeurs de la force et du déplacement.

2) Il est inutile de séparer les forces en composantes quand on calcule le travail avec $F\Delta s \cos\theta$. C'est la grandeur totale de la force et du déplacement qu'on doit mettre dans la formule, pas les composantes.

3) Le travail peut être positif, négatif ou nul. Comme F et Δs sont toujours positifs, c'est la valeur de l'angle qui détermine le signe du travail. Comme le cosinus est positif avec un angle inférieur à 90° et négatif avec un angle entre 90° et 180°, on a donc



$\theta < 90°$ Travail positif | $\theta = 90°$ Travail nul | $\theta > 90°$ Travail négatif

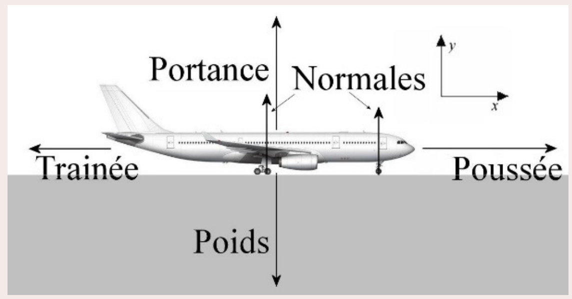
4) L'angle est toujours positif. On prend toujours l'angle le plus petit entre la force et le déplacement et il n'y a pas de signe à cet angle. L'angle sera donc nécessairement entre 0° et 180°.

Exemple 8.1.2

Un Bombardier Q-400 de 24 000 kg décolle sur une piste. Les moteurs font une force de 44 000 N et la trainée fait une force de 8400 N (on va supposer que ces forces sont constantes). L'avion roule sur la piste sur une distance de 3800 pieds. Quel est le travail net fait sur l'avion quand il roule sur la piste ?

Pour trouver le travail fait par les forces, il faut premièrement trouver les forces agissant sur l'objet. Il y a 5 forces sur l'avion.

1) Le poids
2) La normale
3) La portance
4) La trainée
5) La poussée



Le travail fait par le poids est

$$\begin{aligned} W_g &= mg\Delta s\cos\theta \\ &= mg\Delta s\cos 90° \\ &= 0J \end{aligned}$$

puisque l'angle entre la force et le déplacement est de 90°.

Le travail fait par la normale est

$$\begin{aligned} W_N &= F_N\Delta s\cos\theta \\ &= F_N\Delta s\cos 90° \\ &= 0J \end{aligned}$$

puisque l'angle entre la force et le déplacement est de 90°.

Le travail fait par la portance est

$$\begin{aligned} W_L &= F_L\Delta s\cos\theta \\ &= F_L\Delta s\cos 90° \\ &= 0J \end{aligned}$$

puisque l'angle entre la force et le déplacement est de 90°.

Le travail fait par la trainée est

$$\begin{aligned} W_d &= F_d\Delta s\cos\theta \\ &= 8400N \cdot 1158m \cdot \cos 180° \\ &= -9\ 727\ 200J \end{aligned}$$

L'angle est de 180°, car la friction est vers l'arrière de l'avion et le déplacement est vers l'avant de l'avion.

Le travail fait par la poussée est

$$\begin{aligned} W_t &= F_t \Delta s \cos\theta \\ &= 44\,000N \cdot 1158m \cdot \cos 0° \\ &= 50\,952\,000J \end{aligned}$$

L'angle est de 0°, car la poussée est vers l'avant de l'avion et le déplacement est aussi vers l'avant de l'avion.

Alors, le travail net est

$$\begin{aligned} W_{net} &= W_g + W_N + W_L + W_d + W_t \\ &= 0J + 0J + 0J - 9\,727\,200J + 50\,952\,000J \\ &= 41\,224\,800J \end{aligned}$$

Le travail fait si F ou θ ne sont pas constants

Si la grandeur de la force change ou si l'angle entre le déplacement et la force change, on doit séparer le calcul en parties dans lesquelles la force et l'angle sont constants. On somme ensuite le travail fait dans chacune des parties.

Le travail fait par une force si F ou θ varie

$$W = \sum_{F \text{ et } \theta \text{ constants}} F \Delta s \cos\theta$$

Exemple 8.1.3

Une force vers la droite agit sur un objet se déplaçant de 6 m vers la droite. La force est de 5 N sur une distance de 5 m et ensuite de 3 N sur une distance de 1 m. Quel est le travail fait sur l'objet entre ces deux instants ?

Comme la force change, on doit séparer le trajet en partie. Le travail fait durant la première partie est

$$\begin{aligned} W_1 &= F\Delta s\cos\theta \\ &= 5N\cdot 5m\cdot\cos 0° \\ &= 25J \end{aligned}$$

Le travail fait durant la deuxième partie est

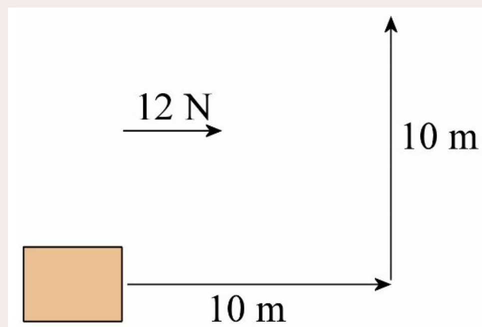
$$\begin{aligned} W_2 &= F\Delta s\cos\theta \\ &= 3N\cdot 1m\cdot\cos 0° \\ &= 3J \end{aligned}$$

Le travail fait sur l'objet est donc de

$$\begin{aligned} W &= W_1 + W_2 \\ &= 25J + 3J \\ &= 28J \end{aligned}$$

Exemple 8.1.4

Une force de 12 N vers la droite agit sur un objet qui se déplace en suivant la trajectoire montrée sur la figure. Quel est le travail fait sur l'objet ?



Comme l'angle entre la force et le déplacement change, on doit séparer le trajet en partie. Le travail fait durant la première partie (mouvement vers la droite) est

$$\begin{aligned} W_1 &= F\Delta s\cos\theta \\ &= 12N\cdot 10m\cdot\cos 0° \\ &= 120J \end{aligned}$$

Le travail fait durant la deuxième partie (mouvement vers le haut) est

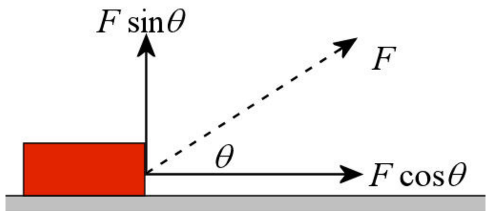
$$\begin{aligned} W_2 &= F\Delta s\cos\theta \\ &= 12N\cdot 10m\cdot\cos 90° \\ &= 0J \end{aligned}$$

Le travail fait sur l'objet est donc de

$$\begin{aligned} W &= W_1 + W_2 \\ &= 120J + 0J \\ &= 120J \end{aligned}$$

Représentation graphique du travail

On peut séparer la force qui agit sur un objet en 2 composantes : une composante dans le sens du mouvement et une composante perpendiculaire au mouvement.



(On va utiliser un axe des x dans le sens du mouvement. Le déplacement sera donc Δx.)

On remarque que la composante parallèle au mouvement (qu'on va noter F_x) est $F\cos\theta$. Cela veut dire que le travail peut aussi être écrit sous la forme suivante.

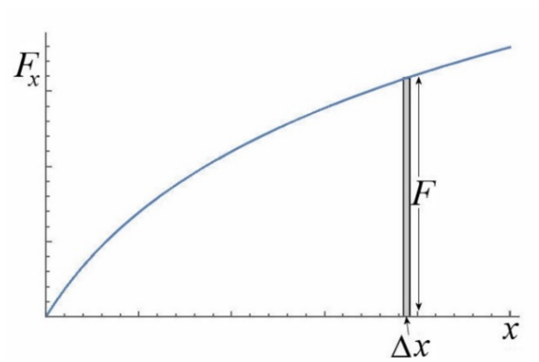
$$\begin{aligned} W &= F\Delta x\cos\theta \\ &= (F\cos\theta)\Delta x \\ &= F_x\Delta x \end{aligned}$$

Si on sépare le trajet en petit déplacement Δx, le travail est

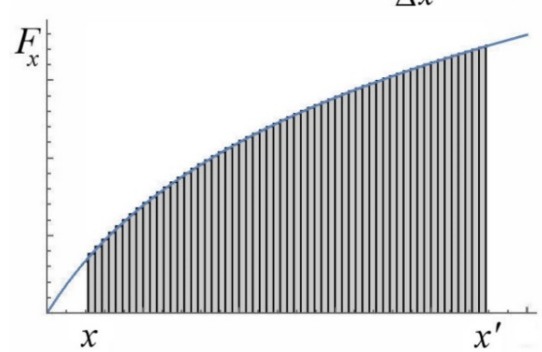
$$W = \sum F_x\Delta x$$

(On a vu qu'on doit séparer ainsi le trajet si la composante de la force varie, ce qui arrive si F ou θ change, mais on peut aussi le séparer en petits déplacements même si la composante de la force est constante.)

Sur un graphique de la composante de la force en fonction de la position, $F_x\Delta x$ est l'aire d'un rectangle très mince, comme sur la figure de droite.

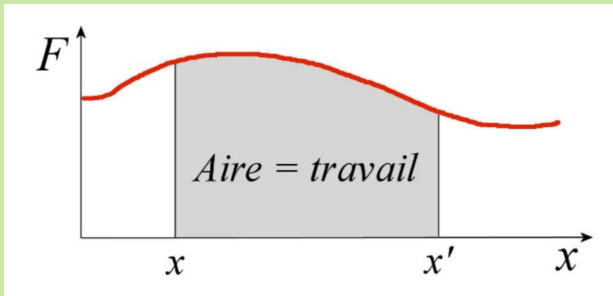


L'aire de ce petit rectangle est seulement le travail fait pour un petit déplacement Δx. Si on veut connaitre le travail total entre les positions x et x', on doit additionner tous les petits travaux, donc toutes les aires des petits rectangles entre ces deux positions.

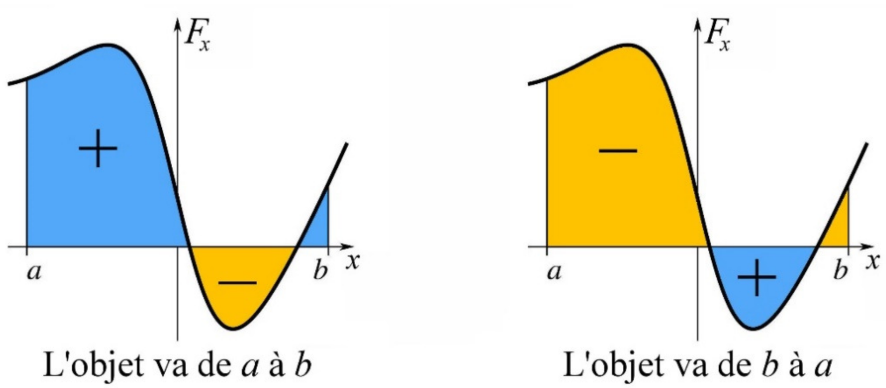


La somme des aires de ces rectangles donne l'aire sous la courbe. (L'aire ne semble pas exactement la même puisqu'il y a des petits bouts de rectangles qui dépassent ou qui manquent, mais ces petits bouts ne sont pas là en réalité puisque nos rectangles sont très très minces.) On a donc la conclusion suivante.

Le travail fait sur un objet est l'aire sous la courbe de la force agissant sur l'objet en fonction de la position



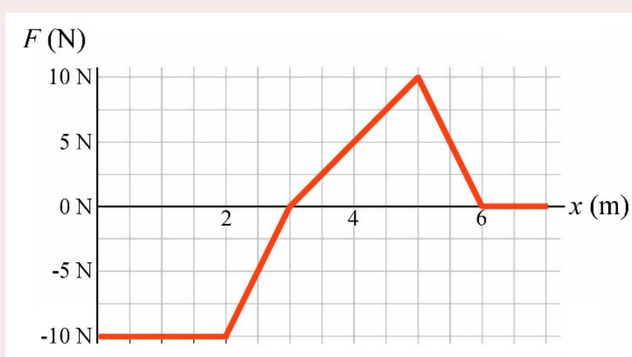
Comme le travail peut parfois être négatif, cette aire peut aussi être négative. Comme c'est le cas en calcul intégral, l'aire est positive si elle est au-dessus de l'axe des x et négative si elle est en dessous. Cependant, ces signes seront inversés si on déplace l'objet d'une valeur de s plus élevée vers une valeur de s plus petite.



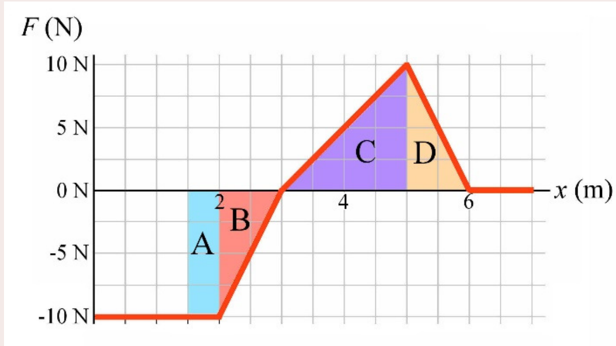
en.wikipedia.org/wiki/Integral

Exemple 8.1.5

Voici le graphique de la force sur un objet en fonction de la position. Quel est le travail fait sur cet objet s'il se déplace de x = 1,5 m à x = 6 m ?



Pour trouver le travail, on doit calculer l'aire sous la courbe entre x = 1,5 m et x = 6 m. Pour calculer cette aire, on va séparer l'aire en 4 régions (identifiées par les lettres A, B, C et D sur ce graphique.).



L’aire de la région A est 10 N · 0,5 m = 5 J. Le travail sur cette distance est donc -5 J.

L’aire de la région B est ½·(10 N · 1 m) = 5 J. Le travail sur cette distance est donc -5 J.

L’aire de la région C est ½·(10 N · 2 m) = 10 J. Le travail sur cette distance est donc 10 J.

L’aire de la région D est ½·(10 N · 1 m) = 5 J. Le travail sur cette distance est donc 5 J.

Le travail total est donc

$$\begin{aligned} W &= -5J + -5J + 10J + 5J \\ &= 5J \end{aligned}$$

Travail fait par les moteurs d’un avion

Comme les moteurs font une force vers l’avant de l’avion, le travail fait par les moteurs est

$$\begin{aligned} W_t &= F_t \Delta s \cos 0° \\ &= F_t \Delta s \end{aligned}$$

Exemple 8.1.6

Un Bombardier Q-400 vole avec une vitesse constante de 300 nœuds à une altitude de 20 000 pieds (6096 m). À cette altitude, la masse volumique de l’air est de 0,653 kg/m³. Quel est le travail fait par les moteurs sur l’avion sur une distance de 800 km ?

Le travail fait par les moteurs est

$$W_t = F_t \Delta s$$

On doit connaitre la force faite par les moteurs. À vitesse constante, la force de poussée est égale à la force de trainée. On trouve cette force avec le coefficient de trainée.

Toutefois, pour trouver le coefficient de trainée, il nous faut le coefficient de portance. Ce coefficient se trouve avec l'équation des forces verticales en vol horizontal qui dit que le poids est égal à la portance.

$$\frac{1}{2}C_L A\rho v^2 = mg$$

Cette équation nous donne

$$\begin{aligned}\frac{1}{2}\cdot C_L\cdot 63,1m^2\cdot 0,653\tfrac{kg}{m^3}\cdot\left(154,4\tfrac{m}{s}\right)^2 &= 24\,000kg\cdot 9,8\tfrac{N}{kg}\\ 491142N\cdot C_L &= 235\,200N\\ C_L &= 0,479\end{aligned}$$

Le coefficient de trainée est donc

$$\begin{aligned}C_d &= C_{d0}+\frac{C_L^2 A}{e\pi S^2}\\ &= 0,020+\frac{(0,479)^2\cdot 63,1m^2}{0,75\cdot\pi\cdot(28,4m)^2}\\ &= 0,020+0,001\\ &= 0,021\end{aligned}$$

La force de trainée est donc

$$\begin{aligned}F_d &= \frac{1}{2}C_d A\rho v^2\\ &= \frac{1}{2}\cdot 0,021\cdot 63,1m^2\cdot 0,653\tfrac{kg}{m^3}\cdot\left(154,4\tfrac{m}{s}\right)^2\\ &= 10\,314N\end{aligned}$$

La force des moteurs est donc aussi de 10 314 N.

Le travail fait par les moteurs sur l'avion est donc

$$\begin{aligned}W_t &= F_t\Delta s\\ &= 10\,314N\cdot 800\,000m\\ &= 8251MJ\end{aligned}$$

Comme on obtient souvent de très gros chiffres avec des avions, on a donné la réponse à mégajoules (MJ). On utilise aussi le kilojoule (kJ).

1 000 J = 1 kJ
1 000 000 J = 1 MJ

Pour économiser du carburant, il faut que le travail fait par les moteurs sur l'avion soit le plus petit possible. Comme la distance à parcourir entre 2 villes est fixe, on doit diminuer le plus possible la force faite par les moteurs. Comme la poussée est égale à la force de friction, on doit se déplacer à la vitesse de trainée minimale pour minimiser le travail.

Notez que la force de trainée minimale ne change pas avec l'altitude. Cela signifie que le travail fait par les moteurs ne change pas avec l'altitude si on va à la vitesse de trainée minimale. Quel est donc l'intérêt de voler si haut alors si le travail est le même peu importe l'altitude ? C'est que la vitesse de trainée minimale augmente avec l'altitude. Les moteurs vont donc faire le même travail à une altitude plus grande, mais on pourra voler plus vite. C'est un avantage puisque cela diminue la durée du vol.

8.2 LE THÉORÈME DE L'ÉNERGIE CINÉTIQUE

Preuve du théorème de l'énergie cinétique

Examinons maintenant pourquoi il peut être utile de calculer le travail sur un objet. On a vu que si on place notre axe des x dans la direction du déplacement, on peut écrire le travail sous la forme suivante.

$$W_{net} = F_x \Delta x$$

Puisque $F_{nette} = ma$ selon la deuxième loi de Newton, cette équation devient

$$\begin{aligned} W_{net} &= ma_x \Delta x \\ &= ma_x \left(x' - x \right) \end{aligned}$$

Puisque, selon les équations de la cinématique,

$$2a_x \left(x' - x \right) = v'^2 - v^2$$

on a (si on multiplie par m et qu'on divise par 2 cette équation)

$$ma_x \left(x' - x \right) = \frac{1}{2} mv'^2 - \frac{1}{2} mv^2$$

Comme le côté gauche est le travail net, on obtient

$$W_{net} = \frac{1}{2} mv'^2 - \frac{1}{2} mv^2$$

On va maintenant donner un nom à cette quantité qui vient d'apparaitre. Ce sera *l'énergie cinétique*.

Énergie cinétique

$$E_k = \frac{1}{2} mv^2$$

On a donc que

$$\begin{aligned} W_{net} &= \frac{1}{2}mv'^2 - \frac{1}{2}mv^2 \\ &= E_k' - E_k \end{aligned}$$

Pour obtenir finalement ce qu'on appelle le théorème de l'énergie cinétique.

Théorème de l'énergie cinétique

$$W_{net} = \Delta E_k$$

Le travail net nous donne donc la variation d'énergie cinétique. Il nous permet de trouver assez facilement la variation de vitesse d'un objet.

On remarque alors ce qui signifie le signe du travail net

1- Si le travail net est positif, l'énergie cinétique augmente : la grandeur de la vitesse de l'objet augmente.
2- Si le travail net est négatif, l'énergie cinétique diminue : la grandeur de la vitesse de l'objet diminue.
3- Si le travail net est nul, l'énergie cinétique est constante : la grandeur de la vitesse de l'objet est constante.

Exemple 8.2.1

Un Bombardier Q-400 de 24 000 kg décolle sur une piste. Les moteurs font une force de 44 000 N et la trainée fait une force de 8400 N (on va supposer que ces forces sont constantes). L'avion roule sur la piste sur une distance de 3800 pieds. Quelle est la vitesse de l'avion en bout de piste (en nœuds) ?

On a les deux positions suivantes :

Instant 1 : L'avion en début de piste.
Instant 2 : L'avion 609,6 m plus loin sur la piste.

Calcul de W_{net}

On a déjà calculé le travail net fait sur la boite entre ces deux instants à un exemple de la section précédente (exemple 8.1.2). On avait obtenu

$$W_{net} = 41\,224\,800 J$$

Calcul de ΔE_k

Avec une vitesse initiale nulle, la variation d'énergie cinétique est

$$\begin{aligned}\Delta E_k &= \frac{1}{2}mv'^2 - \frac{1}{2}mv^2\\ &= \frac{1}{2}\cdot 24\,000kg \cdot v'^2 - \frac{1}{2}\cdot 24\,000kg\cdot\left(0\tfrac{m}{s}\right)^2\\ &= 12\,000kg\cdot v'^2\end{aligned}$$

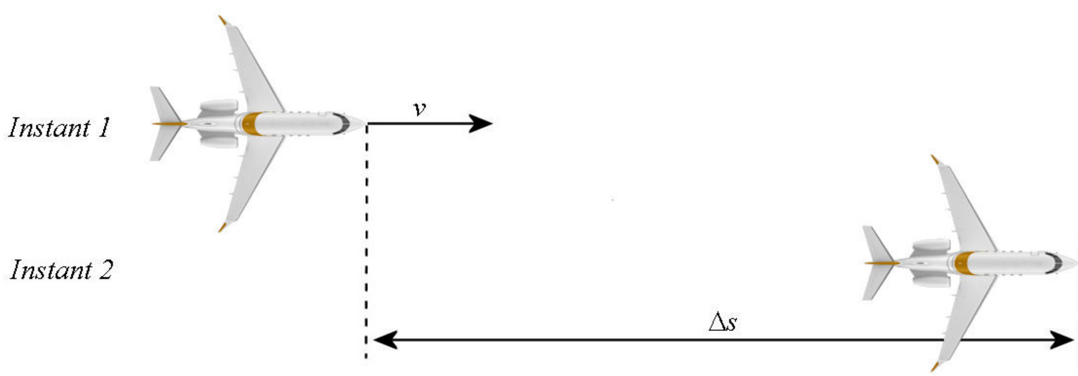
Application de théorème de l'énergie cinétique

$$\begin{aligned}W_{net} &= \Delta E_k\\ 41\,224\,800J &= 12\,000kg\cdot v'^2\\ v' &= 58,6\tfrac{m}{s}\\ v' &= 113,8kts\end{aligned}$$

Sachez que la distance de freinage augmente avec le carré de la vitesse si la force de décélération est constante. On peut facilement prouver cela avec le théorème de l'énergie cinétique.

Nos deux instants sont :

Instant 1 : L'avion a une certaine vitesse v.
Instant 2 : L'avion est arrêté, Δs plus loin.



www.kindpng.com/imgv/ixmwJbm_transparent-top-png-aircraft-png-top-view-png/

Comme la vitesse passe de v à 0, la variation d'énergie cinétique est

$$\begin{aligned}\Delta E_k &= \cancel{\tfrac{1}{2}mv'^2} - \tfrac{1}{2}mv^2\\ &= -\tfrac{1}{2}mv^2\end{aligned}$$

Trouvons maintenant ce travail avec les forces entre les instants 1 et 2. Comme il y a une force dans la direction contraire du déplacement, on a

$$\begin{aligned}W_{net} &= F\Delta s\cos 180°\\ &= -F\Delta s\end{aligned}$$

Le théorème de l'énergie cinétique donne

$$\begin{aligned} W_{net} &= \Delta E_k \\ -F\Delta s &= -\tfrac{1}{2}mv^2 \\ \Delta s &= \frac{mv^2}{2F} \end{aligned}$$

La formule montre clairement que la distance de freinage augmente avec v^2.

Exemple 8.2.3

Quelle est la distance de freinage d'une voiture se déplaçant à 90 km/h si on freine au maximum et que le coefficient de friction statique entre les pneus et la route est 0,9 ?

Comme la force de freinage (la friction) est constante, la distance de freinage est

$$\Delta s = \frac{mv^2}{2F}$$

Comme on freine au maximum, la force de friction est

$$F_f = \mu_s F_N$$

Puisque la normale est égale au poids dans cette situation, la force de friction est

$$F_f = \mu_s mg$$

La distance de freinage est donc

$$\begin{aligned} \Delta s &= \frac{mv^2}{2F} \\ &= \frac{mv^2}{2\mu_s mg} \\ &= \frac{v^2}{2\mu_s g} \end{aligned}$$

ce qui donne

$$\begin{aligned} \Delta s &= \frac{\left(25\tfrac{m}{s}\right)^2}{2\cdot 0{,}9\cdot 9{,}8\tfrac{N}{kg}} \\ &= 35{,}43m \end{aligned}$$

Cet exemple montre que, si la force de freinage est la friction statique, la distance de freinage d'une voiture est

$$\Delta s = \frac{v^2}{2\mu_s g}$$

Les vidéos suivants montrent que la distance de freinage augmente beaucoup avec la vitesse.
http://www.youtube.com/watch?v=lm9GG8OxmQo
http://www.youtube.com/watch?v=9kV24bhdzLI

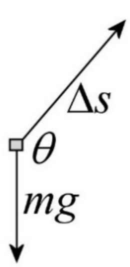
La formule indique aussi que le coefficient de friction influence la distance de freinage. Plus le coefficient de friction est grand, plus la distance d'arrêt est petite. Le coefficient de friction entre la route et les pneus d'une formule 1 étant beaucoup plus grand que pour les pneus d'une voiture ordinaire, la distance de freinage des formules 1 est nettement plus petite.
http://www.youtube.com/watch?v=R1jCiU-4K5Y

La formule montre encore une fois qu'on n'a pas intérêt à ne pas bloquer les roues lors d'un freinage. Pour minimiser la distance de freinage, il faut freiner le plus fort possible, mais sans bloquer les roues. Si elles bloquent et qu'elles glissent sur la route, on passe alors en friction cinétique. Comme le coefficient de friction cinétique est plus petit que le coefficient de friction statique, cela entrainera une augmentation de la distance de freinage. C'est une des utilités des systèmes antiblocages (ABS) sur les voitures : elles évitent que les roues bloquent. L'autre utilité majeure (en fait, la principale) de ce système est de permettre au conducteur de garder le contrôle de son véhicule. En effet, il est impossible de diriger son véhicule quand les roues sont bloquées. Même si on tourne le volant, la voiture ne tourne pas. Si on empêche les roues de se bloquer, on permet au conducteur de tourner son véhicule même pendant un freinage assez intense.

Même si la force qui fait ralentir un avion sur la piste n'est pas constante, on peut quand même utiliser la formule pour trouver une distance d'arrêt approximative en prenant la force moyenne pendant le freinage. On peut dire qu'en gros, la distance d'arrêt d'un avion augmente avec le carré de la vitesse.

8.3 L'ÉNERGIE GRAVITATIONNELLE

Le travail fait par la force de gravitation



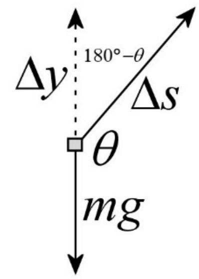
Si un objet fait un petit déplacement, le travail fait par la gravitation est

$$W_g = mg\Delta s\cos\theta$$

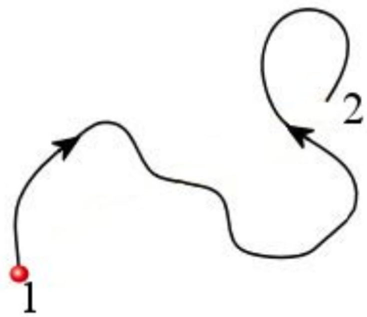
Comme $\cos\theta = -\cos(180° - \theta)$, on peut écrire cette équation sous la forme suivante.

$$W_g = -mg\Delta s\cos(180° - \theta)$$

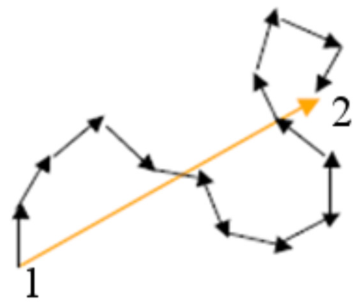
Or, Δs cos (180° - θ) est égal à Δy sur la figure de droite. On a donc



$$W_g = -mg\Delta y$$



Examinons maintenant ce qui arrive pour un déplacement plus important. Supposons qu'on déplace un objet d'une position 1 à une position 2 tel qu'illustré sur la figure de gauche.



On peut alors séparer cette trajectoire en petits morceaux pour calculer le travail. Sur la figure de droite, les petits bouts de trajectoires sont plutôt grands, mais on pourrait séparer en plusieurs morceaux très petits pour que la trajectoire ressemble davantage à la trajectoire continue qu'on avait.

Le travail total sera alors la somme des travaux faits sur chacune des petits morceaux.

$$\begin{aligned} W_g &= -\sum mg\Delta y \\ &= -mg\sum \Delta y \end{aligned}$$

La somme correspond à la somme de tous les déplacements verticaux, donc au déplacement vertical total.

$$W_g = -mg\Delta y_{tot}$$

On a alors

$$\begin{aligned} W_g &= -mg\Delta y_{tot} \\ &= -mg\left(y' - y\right) \\ &= -\left(mgy' - mgy\right) \end{aligned}$$

On remarque que le travail fait par la force de gravitation entre les points 1 et 2 est lié à la variation de mgy. On a donné le nom d'*énergie gravitationnelle* à cette quantité et on la note U_g.

Énergie gravitationnelle

$$U_g = mgy$$

On peut aussi appeler cette énergie *l'énergie potentielle gravitationnelle*. Nous allègerons ici en laissant tomber le terme *potentielle*. (Nous verrons pourquoi plus loin.)

Le travail fait par la force gravitationnelle devient donc

$$\begin{aligned} W_g &= -(mgy' - mgy) \\ &= -(U_g' - U_g) \end{aligned}$$

On obtient finalement la formule suivante.

Le travail fait par la force de gravitation

$$W_g = -\Delta U_g$$

Cette formule nous donne une façon très rapide de calculer le travail fait par la force de gravitation.

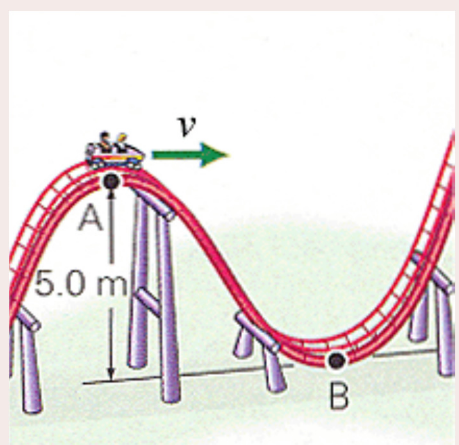
Remarquez qu'on aurait très bien pu définir une énergie gravitationnelle valant

$$U_g = mgy + \text{constante}$$

ce qui aurait donné exactement les mêmes résultats, car la seule chose qui importe pour calculer le travail, c'est la variation de l'énergie. En calculant la variation, les constantes se seraient annulées et on aurait obtenu les mêmes résultats. Or, l'ajout de cette constante a exactement le même effet que de rendre le choix de $y = 0$ arbitraire. Nous devrons donc choisir, à chaque problème, où on place le $y = 0$.

Exemple 8.3.1

Un charriot de montagnes russes (ayant une masse de 1000 kg, incluant les occupants) descend une pente telle qu'illustrée sur la figure. Quel est le travail fait par la force de gravitation sur le charriot quand il passe du point A au point B ?



morkphysics.wordpress.com/question-3

On va calculer le travail avec

$$W_g = -\Delta U_g$$

Pour calculer les U_g, on doit choisir notre $y = 0$. Disons qu'on le met au sol.

L'énergie gravitationnelle au point A est

$$\begin{aligned} U_g &= mgy \\ &= 1000kg \cdot 9{,}8\tfrac{N}{kg} \cdot 5m \\ &= 49\,000J \end{aligned}$$

L'énergie gravitationnelle au point B est

$$\begin{aligned} U_g' &= mgy' \\ &= 1000kg \cdot 9{,}8\tfrac{N}{kg} \cdot 0m \\ &= 0J \end{aligned}$$

Le travail est donc

$$\begin{aligned} W_g &= -\Delta U_g \\ &= -\left(U_g' - U_g\right) \\ &= -\left(0J - 49\,000J\right) \\ &= 49\,000J \end{aligned}$$

Si on avait mis le $y = 0$ au point A, on aurait eu $U_g = 0$ J et $U_g' = -49\,000$ J et la variation d'énergie gravitationnelle aurait été la même.

Ce calcul, relativement facile, aurait été assez compliqué avec $W = F\Delta s \cos\theta$ parce que l'angle entre la force et le déplacement aurait continuellement changé durant la descente. En effet, la descente ne se fait pas en ligne droite, mais plutôt en suivant une courbe d'inclinaison variable, ce qui fait que l'angle change constamment. Le calcul du travail avec $W = F\,\Delta s \cos\theta$ aurait donc dû être fait avec une longue somme alors qu'une simple soustraction a suffi ici avec les énergies.

8.4 LA CONSERVATION DE L'ÉNERGIE MÉCANIQUE

Principe de conservation de l'énergie mécanique

On sait que le travail net est égal à l'énergie cinétique.

$$W_{net} = \Delta E_k$$

S'il n'y a que la force de gravitation qui fait un travail sur un objet, alors le travail net est égal au travail fait par la gravitation. On a alors

$$W_g = \Delta E_k$$

Mais puisque

$$W_g = -\Delta U_g$$

on a

$$-\Delta U_g = \Delta E_k$$

On peut alors écrire cette équation sous la forme suivante.

$$-\left(U_g' - U_g\right) = E_k' - E_k$$
$$E_k + U_g = E_k' + U_g'$$

Cette équation nous indique que la quantité $E_k + U_g$ est la même à l'instant 1 et à l'instant 2. Cette quantité s'appelle l'énergie mécanique.

Énergie mécanique

$$E_{mec} = E_k + U_g$$

On arrive donc au principe suivant. (Voici trois versions équivalentes de cette formule.)

Principe de conservation de l'énergie mécanique

$$\Delta E_{mec} = 0$$
$$E_{mec} = E_{mec}'$$
$$E_k + U_g = E_k' + U_g'$$

On parle de conservation quand quelque chose reste identique. C'est le cas ici, puisqu'on peut voir que la valeur de l'énergie mécanique reste la même.

Rappelez-vous cependant cette restriction :

Ce principe de conservation de l'énergie mécanique n'est valide que si le travail est fait uniquement par la force de gravitation.

Il peut y avoir d'autres forces, mais elles ne doivent pas faire de travail.

Galilée est le premier à utiliser le principe de conservation de l'énergie mécanique dans une forme primitive. L'idée est ensuite développée par Leibniz en 1686, mais il faut attendre 1750 avant d'avoir une formulation complète.

Méthode de résolution

On peut maintenant appliquer le principe de conservation de l'énergie mécanique pour résoudre des problèmes. La méthode est relativement simple.

1) On trouve l'énergie mécanique à un certain moment (instant 1). On va noter cette énergie *E*.

2) On trouve l'énergie mécanique à un autre moment (instant 2). On va noter cette énergie *E'*.

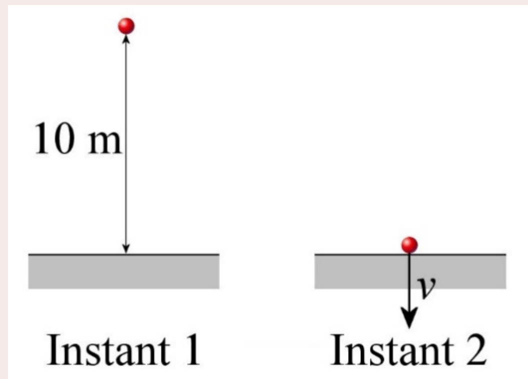
3) On égalise ces deux énergies mécaniques puisque l'énergie mécanique est conservée. (On va simplifier un peu en l'appelant simplement E)

$$E = E'$$

4) On résout cette équation.

Exemple 8.4.1

Un objet de 4 kg tombe en chute d'une hauteur de 10 m avec une vitesse initiale nulle. À quelle vitesse va-t-il frapper le sol ?



On considère les deux instants montrés sur la figure.

Énergie à l'instant 1

L'énergie à l'instant 1 est

$$\begin{aligned} E &= \tfrac{1}{2}mv^2 + mgy \\ &= 0 + 4kg \cdot 9{,}8\tfrac{N}{kg} \cdot 10m \\ &= 392J \end{aligned}$$

Nous avons choisi de mettre le $y = 0$ au niveau du sol. On ne peut plus le changer par la suite.

Énergie à l'instant 2

À l'instant 2 (juste avant que la balle frappe le sol), l'énergie mécanique est

$$\begin{aligned} E' &= \tfrac{1}{2}mv'^2 + mgy' \\ &= \tfrac{1}{2} \cdot 4kg \cdot v'^2 + 0 \\ &= 2kg \cdot v'^2 \end{aligned}$$

L'instant 2 doit être juste avant que la balle frappe le sol parce que la force normale va faire un travail sur la balle dès qu'elle frappe le sol. Comme les autres forces ne peuvent pas faire de travail, l'énergie mécanique de la balle cessera d'être conservée à partir du moment où la balle touche le sol.

Conservation de l'énergie mécanique

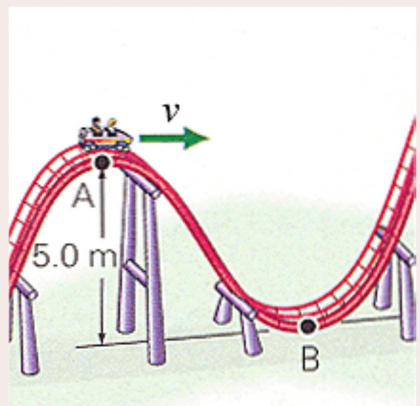
En égalant les deux énergies mécaniques trouvées, on obtient

$$E = E'$$
$$392J = 2kg \cdot v'^2$$
$$v' = 14\tfrac{m}{s}$$

La balle frappe donc le sol à 14 m/s. Notez qu'on obtient toujours la grandeur de la vitesse. La conservation de l'énergie ne donne pas la direction de la vitesse.

Remarquez aussi que ce n'est pas la seule façon de faire ce problème. On aurait pu le faire avec ce qu'on a appris au chapitre 1 et on aurait obtenu le même résultat. Toutefois, la conservation de l'énergie mécanique permettra de résoudre facilement certains problèmes qui auraient été particulièrement difficiles à résoudre avec $F = ma$.

Exemple 8.4.2



Un charriot de montagnes russes (ayant une masse de 1000 kg, incluant les occupants) descend une pente telle qu'illustrée sur la figure. Au point A, la vitesse du charriot est de 5 m/s. Quelle est la vitesse du charriot au point B s'il n'y a pas de friction ?

Énergie à l'instant 1

L'énergie à l'instant 1 (charriot au point A) est

$$\begin{aligned} E &= \tfrac{1}{2}mv^2 + mgy \\ &= \tfrac{1}{2}\cdot 1000kg \cdot \left(5\tfrac{m}{s}\right)^2 + 1000kg \cdot 9{,}8\tfrac{N}{kg} \cdot 5m \\ &= 12\,500J + 49\,000J \\ &= 61\,500J \end{aligned}$$

Nous avons choisi de mettre le $y = 0$ au niveau du sol.

Énergie à l'instant 2

À l'instant 2 (charriot au point B), l'énergie mécanique est

$$\begin{aligned} E' &= \tfrac{1}{2}mv'^2 + mgy' \\ &= \tfrac{1}{2}\cdot 1000kg \cdot v'^2 + 1000kg \cdot 9{,}8\tfrac{N}{kg} \cdot 0m \\ &= 500kg \cdot v'^2 + 0J \\ &= 500kg \cdot v'^2 \end{aligned}$$

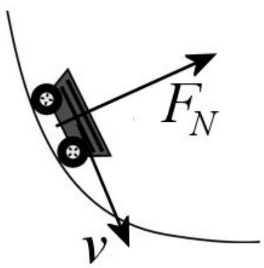
Conservation de l'énergie mécanique

En égalant les deux énergies mécaniques trouvées, on obtient

$$E = E'$$
$$61\,500J = 500kg \cdot v'^2$$
$$v' = 11,09\tfrac{m}{s}$$

Ce problème aurait été difficile à résoudre avec $F = ma$ parce que l'accélération tangentielle change constamment sur la piste parce que l'angle d'inclinaison de la piste change constamment.

Notez que dans ce problème, il n'y a pas que la gravitation qui exerce une force sur le charriot. Il y a aussi une normale.



Toutefois, la normale est toujours perpendiculaire au déplacement du charriot. Pour un petit déplacement, le travail est donc toujours

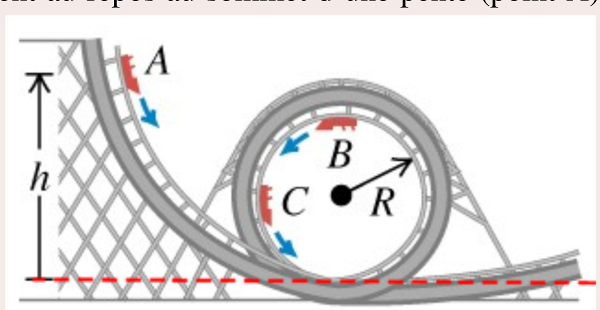
$$\begin{aligned} W_N &= F_N \Delta s \cos 90° \\ &= 0 \end{aligned}$$

La normale ne fait donc pas de travail. L'énergie mécanique est donc conservée puisqu'elle est conservée quand les autres forces ne font pas de travail. Ici, il y a une autre force, mais le principe de conservation de l'énergie reste valide puisque cette force ne fait pas de travail.

Exemple 8.4.3

Un charriot de montagnes russes initialement au repos au sommet d'une pente (point A) descend la pente pour ensuite passer dans une boucle telle qu'illustrée sur la figure. Le rayon de la boucle est de R = 25 m.

a) Si la hauteur initiale h du charriot est de 100 m, quelle est la vitesse de charriot au point le plus haut de la boucle (B) ?



www.chegg.com/homework-help/questions-and-answers/physics-archive-2011-december-14

Les deux instants qu'on considère sont :

Instant 1 : charriot au point A.
Instant 2 : charriot au point B.

Énergie à l'instant 1

Quand le charriot est au sommet de la pente, l'énergie mécanique est

$$\begin{aligned} E &= \tfrac{1}{2}mv^2 + mgy \\ &= 0 + m \cdot 9{,}8\tfrac{N}{kg} \cdot 100m \end{aligned}$$

Notre $y = 0$ est à la ligne pointillée sur la figure. On n'a pas la masse du charriot, on laisse donc m en espérant qu'il va s'annuler à la fin.

Énergie à l'instant 2

Quand le charriot est au sommet de la boucle, l'énergie mécanique est

$$\begin{aligned} E' &= \tfrac{1}{2}mv'^2 + mgy' \\ &= \tfrac{1}{2}mv'^2 + m \cdot 9{,}8\tfrac{N}{kg} \cdot 50m \end{aligned}$$

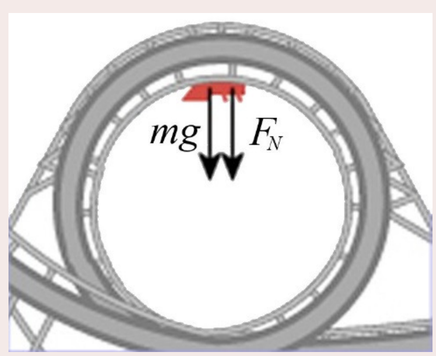
Conservation de l'énergie mécanique

Avec la conservation de l'énergie mécanique, on a donc

$$\begin{gathered} E = E' \\ \cancel{m} \cdot 9{,}8\tfrac{N}{kg} \cdot 100m = \tfrac{1}{2}\cancel{m}v'^2 + \cancel{m} \cdot 9{,}8\tfrac{N}{kg} \cdot 50m \\ 980\tfrac{J}{kg} = \tfrac{1}{2}v'^2 + 490\tfrac{J}{kg} \\ v' = 31{,}3\tfrac{m}{s} \end{gathered}$$

b) Quelle doit être la hauteur h minimale pour que le charriot reste en contact avec les rails au point le plus haut de la boucle ?

Supposons que le charriot est en contact avec les rails. On a alors les forces montrées sur la figure s'appliquant sur le charriot. La somme des forces en y est donc



$$\begin{aligned} \sum F_y &= ma \\ -mg - F_N &= -\frac{mv'^2}{r} \end{aligned}$$

L'accélération est égale à l'accélération centripète. Cette accélération est vers le bas ici puisque le centre du cercle est vers le bas quand on est au sommet de la boucle. La normale est alors

$$F_N = \frac{mv'^2}{r} - mg$$

On est en contact avec la boucle tant que la normale est positive. Au minimum, la normale est égale à 0.

$$\begin{aligned} 0 &= \frac{mv'^2}{r} - mg \\ \frac{mv'^2}{r} &= mg \\ \frac{v'^2}{r} &= g \\ v'^2 &= rg \end{aligned}$$

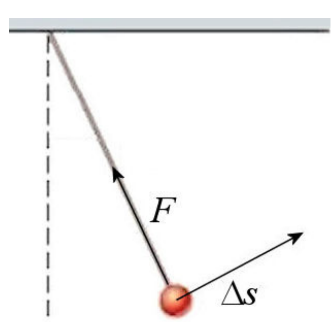
Reprenons maintenant l'équation de la conservation de l'énergie mécanique obtenue en a), mais en mettant h à la place du 100 m initial.

$$\begin{aligned} E &= E' \\ \cancel{m}gh &= \tfrac{1}{2}\cancel{m}v'^2 + \cancel{m}g \cdot 50m \\ g \cdot h &= \tfrac{1}{2}v'^2 + g \cdot 50m \\ h &= \frac{1}{2g}v'^2 + 50m \end{aligned}$$

Comme on doit avoir $v'^2 = rg$ au minimum, on a

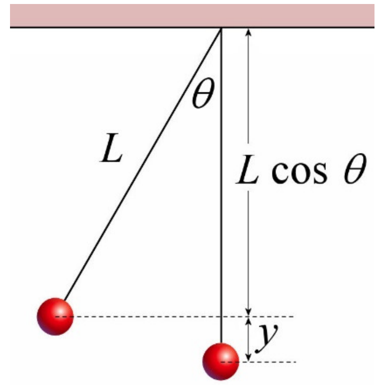
$$\begin{aligned} h &= \frac{1}{2g}rg + 50m \\ &= \frac{1}{2\cancel{g}}r\cancel{g} + 50m \\ &= \frac{1}{2} \cdot 25m + 50m \\ &= 62,5m \end{aligned}$$

Application du principe de conservation avec un pendule



L'énergie mécanique est conservée avec un pendule. Même si la corde exerce une force sur la masse en mouvement, elle fait toujours un travail nul puisque la force faite par la corde est toujours perpendiculaire au déplacement.

Mais avant d'utiliser le principe de conservation de l'énergie, on va trouver le lien entre la hauteur du pendule (y) et l'angle que fait la corde (de longueur L) avec la verticale. Remarquez qu'on va prendre un $y = 0$ à la position la plus basse pour un pendule.



La ligne verticale sur ce dessin correspond à la longueur de la corde. On a donc que

$$L = y + L\cos\theta$$

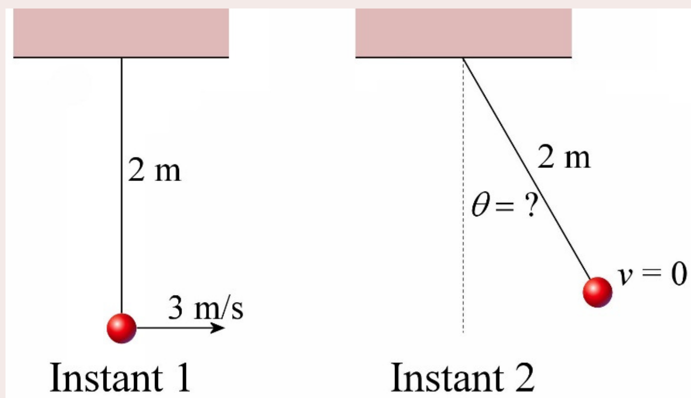
On peut alors isoler y ou $\cos\theta$ pour obtenir

Lien entre l'angle et la hauteur pour un pendule

$$y = L(1-\cos\theta) \qquad \cos\theta = \frac{L-y}{L}$$

Exemple 8.4.4

Jusqu'à quel angle maximal s'élèvera un pendule si la vitesse du pendule est de 3 m/s quand la corde est verticale ?



Énergie à l'instant 1

Quand la corde est verticale, cette énergie est

$$\begin{aligned} E &= \tfrac{1}{2}mv^2 + mgy \\ &= \tfrac{1}{2}mv^2 + mg\cdot(0m) \\ &= \tfrac{1}{2}mv^2 \end{aligned}$$

Énergie à l'instant 2

Quand l'angle est maximal, l'énergie est

$$\begin{aligned} E' &= \tfrac{1}{2}mv'^2 + mgy' \\ &= \tfrac{1}{2}m\cdot\left(0\tfrac{m}{s}\right)^2 + mgy' \\ &= mgy' \end{aligned}$$

Conservation de l’énergie mécanique

En égalant les deux énergies, on a

$$E = E'$$

$$\tfrac{1}{2}\cancel{m}v^2 = \cancel{m}gy'$$

$$y' = \frac{v^2}{2g}$$

$$y' = \frac{\left(3\tfrac{m}{s}\right)^2}{2\cdot 9{,}8\tfrac{N}{kg}}$$

$$y' = 0{,}459m$$

L’angle est donc

$$\cos\theta = \frac{L-y'}{L}$$

$$\cos\theta = \frac{2m-0{,}459m}{2m}$$

$$\theta = 39{,}6°$$

Une démonstration expérimentale de la conservation de l’énergie mécanique

En s’inspirant de l’exemple précédent, on peut maintenant présenter une démonstration expérimentale du principe de conservation de l’énergie mécanique. Selon ce principe, si une masse descend d’une certaine hauteur, l’énergie gravitationnelle baisse, ce qui va faire monter l’énergie cinétique. La trajectoire de l’objet n’a, en fait, aucune importance. Si un objet de 1 kg descend de 1 m, l’énergie gravitationnelle baisse de 9,8 J et l’énergie cinétique augmente de 9,8 J, peu importe la trajectoire. Cela veut dire que, peu importe la trajectoire, un objet initialement au repos gagnera la même vitesse s’il descend d’une certaine distance.

Dans l’expérience présentée ici, on laisse premièrement tomber une boule directement vers le bas et on mesure sa vitesse au point le plus bas à l’aide d’un laser. En fait, l’appareil mesure le temps que prend la boule pour traverser le laser. Plus ce temps est petit, plus la boule va vite. Ensuite, on laisse descendre une autre boule identique en suivant un arc de cercle, comme un pendule. On s’assure que la masse est descendue de la même hauteur que la balle qu’on a laissé tomber directement vers le bas. Avec le même appareil, on mesure alors sa vitesse au point le plus bas. Sera-t-elle identique comme le prévoit le principe de conservation de l’énergie mécanique ?
http://www.youtube.com/watch?v=L2mdAvdPhT4

8.5 L'ÉNERGIE MÉCANIQUE S'IL Y A D'AUTRES FORCES

Preuve que les autres forces changent l'énergie mécanique d'un système

Montrons premièrement que les autres forces brisent la conservation de l'énergie mécanique d'un système. Commençons par le théorème de l'énergie cinétique.

$$\Delta E_k = W_{net}$$

Comme le travail peut être est fait par la gravitation et d'autres forces, on peut séparer le travail en deux parties : le travail fait par la gravitation et le travail fait par les autres forces.

$$\Delta E_k = W_g + W_{autres}$$

Le travail fait par la gravitation peut être calculé avec $W_g = -\Delta U_g$. On a alors

$$\begin{aligned}\Delta E_k &= -\Delta U_g + W_{autres}\\ \Delta E_k + \Delta U &= W_{autres}\\ \Delta\left(E_k + U\right) &= W_{autres}\\ \Delta E_{mec} &= W_{autres}\end{aligned}$$

Autrement dit, l'énergie mécanique n'est plus conservée dans ce cas puisque les autres forces peuvent ajouter ou enlever de l'énergie mécanique au système. Le changement d'énergie mécanique correspond au travail qui a été fait par ces forces.

Calculs utilisant l'énergie mécanique quand il y a d'autres forces qui font un travail

La formule obtenue précédemment nous indique comment on peut utiliser l'énergie mécanique même s'il y a un travail fait par d'autres forces. Voici trois versions équivalentes de cette formule.

L'énergie mécanique avec d'autres forces

$$\begin{aligned}\Delta E_{mec} &= W_{autres}\\ E_{mec} + W_{autres} &= E'_{mec}\\ E_k + U_g + W_{autres} &= E'_k + U'_g\end{aligned}$$

Pour résoudre, on calcule encore les énergies mécaniques à l'instant 1 et à l'instant 2, mais maintenant on doit aussi calculer le travail fait par les autres forces. Ensuite, on utilise ces trois résultats dans l'équation suivante et on résout.

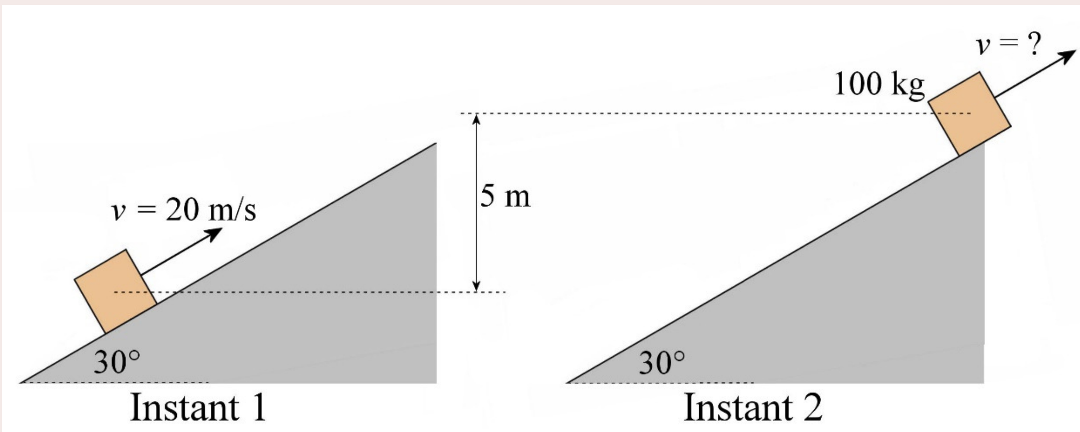
$$E + W_{autres} = E'$$

(On simplifie un peu la notation en appelant l'énergie mécanique E plutôt que E_{mec}.)

Dans ce premier exemple, il y a une force de friction.

Exemple 8.5.1

Un bloc de 100 kg se dirige à 20 m/s vers le haut d'une pente inclinée de 30°. Si le bout de la rampe est 5 m plus haut que le point de départ du bloc et que le coefficient de friction entre le bloc et la pente est de 0,2, quelle sera la vitesse du bloc en haut de la pente ?



Énergie à l'instant 1

À l'instant 1 (le bloc est en bas de la pente), l'énergie mécanique est

$$\begin{aligned} E &= \tfrac{1}{2}mv^2 + mgy \\ &= \tfrac{1}{2}\cdot 100kg \cdot \left(20\tfrac{m}{s}\right)^2 + 0 \\ &= 20\,000J \end{aligned}$$

L'énergie gravitationnelle est nulle, car le bloc est à une hauteur nulle (on a placé le $y = 0$ à la hauteur initiale du bloc).

Énergie à l'instant 2

À l'instant 2 (la masse est en haut de la rampe), l'énergie mécanique est

$$\begin{aligned} E' &= \tfrac{1}{2}mv'^2 + mgy' \\ &= \tfrac{1}{2}\cdot 100kg \cdot v'^2 + 100kg \cdot 9{,}8\tfrac{N}{kg}\cdot 5m \\ &= 50kg \cdot v'^2 + 4900J \end{aligned}$$

Travail fait par les autres forces

Les autres forces sont la normale et la friction. On a donc

$$W_{autres} = W_N + W_f$$

La normale ne fait pas de travail puisqu'il y a 90° entre la force et le déplacement.

Le travail fait par la force de friction est

$$\begin{aligned} W_f &= F_f \Delta s \cos\theta \\ &= \mu_c F_N \Delta s \cos 180° \\ &= -\mu_c F_N \Delta s \end{aligned}$$

L'angle est de 180°, car la force est directement opposée au mouvement. On trouve la normale avec la somme des forces en *y* sur le bloc. (On a pris un axe des *x* vers le haut de la pente.)

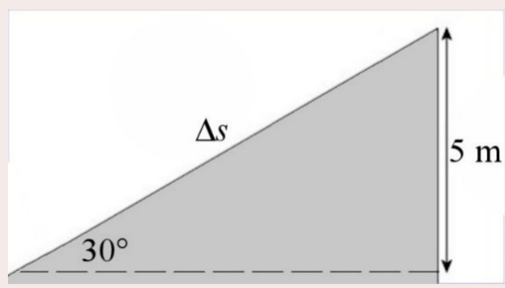
$$\sum F_y = ma_y$$

$$mg \sin(-120°) + F_N = 0$$

$$F_N = -mg \sin(-120°)$$

$$F_N = 848,7N$$

Le déplacement se trouve avec un peu de trigonométrie.



$$\frac{5m}{\Delta s} = \sin 30°$$

$$\Delta s = 10m$$

On a donc

$$\begin{aligned} W_f &= -\mu_c F_N \Delta s \\ &= -0,2 \cdot 848,7N \cdot 10m \\ &= -1697,4J \end{aligned}$$

Le travail fait par les autres forces est donc

$$\begin{aligned} W_{autres} &= W_N + W_f \\ &= 0 + -1697,4J \\ &= -1697,4J \end{aligned}$$

Utilisation de E + W_{autres} = E'

On a donc

$$E+W_{autres}=E'$$
$$20\,000J+-1697,4J=50kg\cdot v'^2+4900J$$
$$13\,402,6J=50kg\cdot v'^2$$
$$v'=16,37\tfrac{m}{s}$$

Quand l'autre force est une force de friction qui s'oppose au mouvement, comme dans cet exemple, alors le travail fait par la friction est

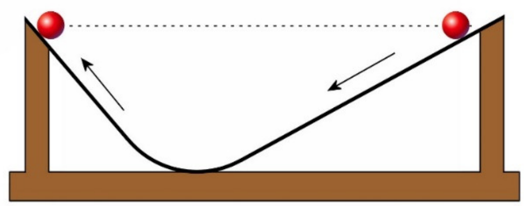
$$W_{autres}=F_f\Delta s\cos 180°$$
$$W_{autres}=-F_f\Delta s$$

On obtient donc le résultat suivant.

$$\Delta E_{mec}=-F_f\Delta s$$

Cette équation nous indique que l'énergie mécanique baisse. En effet, elle nous dit que la variation de l'énergie mécanique est négative, donc qu'elle baisse.

Cette conclusion correspond mieux à notre compréhension du monde qui nous entoure. Même si le principe de conservation de l'énergie mécanique nous dit que la bille dans cette expérience devrait remonter à la même hauteur que celle où elle a été lâchée, on sait que ce n'est pas comme ça que ça va se passer.

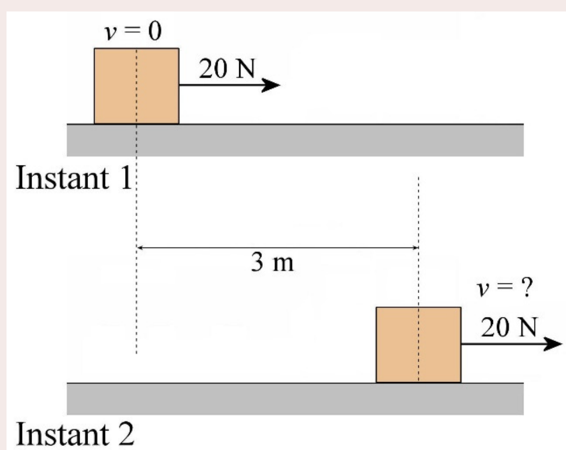


On se doute bien que la bille va remonter et s'arrêtera un peu avant d'atteindre la même hauteur. Cela se produit parce que la friction enlève lentement de l'énergie mécanique. Ainsi, la bille ne pourra plus monter aussi haut parce qu'une baisse d'énergie mécanique signifie moins de hauteur quand toute l'énergie est sous forme d'énergie gravitationnelle.

Dans ce dernier exemple, nous avons 2 forces.

Exemple 8.5.2

Un bloc de 6 kg initialement au repos est poussé par une force constante de F = 20 N. Le coefficient de friction entre le sol et le bloc est de 0,25. Quelle est la vitesse du bloc quand le bloc a parcouru une distance de 3 m ?



Énergie à l'instant 1

À l'instant 1 (bloc initialement au repos), l'énergie est

$$\begin{aligned} E &= \tfrac{1}{2}mv^2 + mgy \\ &= 0 + 0 \\ &= 0 \end{aligned}$$

L'énergie cinétique est nulle puisque le bloc est arrêté au départ. L'énergie gravitationnelle est nulle, car on a placé le $y = 0$ à la hauteur initiale du bloc.

Énergie à l'instant 2

À l'instant 2 (bloc 3 m plus loin), l'énergie est

$$\begin{aligned} E' &= \tfrac{1}{2}mv'^2 + mgy' \\ &= \tfrac{1}{2}\cdot 6kg \cdot v'^2 + 0 \\ &= 3kg \cdot v'^2 \end{aligned}$$

Travaux faits par autres forces

Le travail fait par la force de 20 N est

$$\begin{aligned} W_F &= F\Delta s\cos\theta \\ &= 20N \cdot 3m \cdot \cos(0°) \\ &= 60J \end{aligned}$$

Le travail fait par la force de friction est

$$\begin{aligned} W_f &= F_f \Delta s\cos\theta \\ &= (\mu_c F_N)\cdot 3m \cdot \cos(180°) \\ &= \left(0,25 \cdot 6kg \cdot 9,8\tfrac{N}{kg}\right)\cdot 3m \cdot \cos(180°) \\ &= 14,7N \cdot 3m \cdot \cos(180°) \\ &= -44,1J \end{aligned}$$

Le travail net fait par les autres forces est donc

$$\begin{aligned} W_{autres} &= 60J + -44,1J \\ &= 15,9J \end{aligned}$$

Utilisation de $E_{mec} + W_{autres} = E'_{mec}$

On a

$$E + W_{autres} = E'$$
$$0J + 15,9J = 3kg \cdot v'^2$$
$$v' = 2,302 \tfrac{m}{s}$$

8.6 LES MACHINES SIMPLES

La conservation de l'énergie mécanique permet de comprendre facilement pourquoi il est avantageux d'utiliser des machines simples.

Supposons qu'on veuille monter un objet de masse m d'une certaine hauteur y. Peu importe la façon de procéder, il faut augmenter l'énergie de l'objet de mgy. Pour donner cette énergie, on doit faire un travail. On a donc que

$$W = mgy$$
$$F\Delta s \cos\theta = mgy$$
$$F = \frac{mgy}{\Delta s \cos\theta}$$

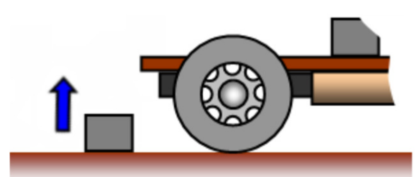
Supposons que la force appliquée sur l'objet est dans le sens du déplacement (c'est souvent le cas avec le plan incliné et la poulie). L'angle est alors nul et on a

$$F = \frac{mgy}{\Delta s \cos 0°}$$
$$F = \frac{mgy}{\Delta s}$$

Pour diminuer la force nécessaire pour amener l'objet à la hauteur y, on doit donc augmenter la distance. C'est ce concept qui se cache derrière l'utilisation du plan incliné et des poulies.

Plan incliné

Dans le cas du plan incliné, on diminue la force en prenant une rampe plus longue. Supposons qu'on veuille monter une boite de 50 kg d'une hauteur de 1 m pour la mettre sur un camion. Pour y arriver, on doit fournir 490 J (mgy). Sans plan incliné (on monte directement la boite), il faut une force de 490 N sur une distance de 1 m.



Avec un plan incliné, on augmente la distance à parcourir et on diminue la force nécessaire.

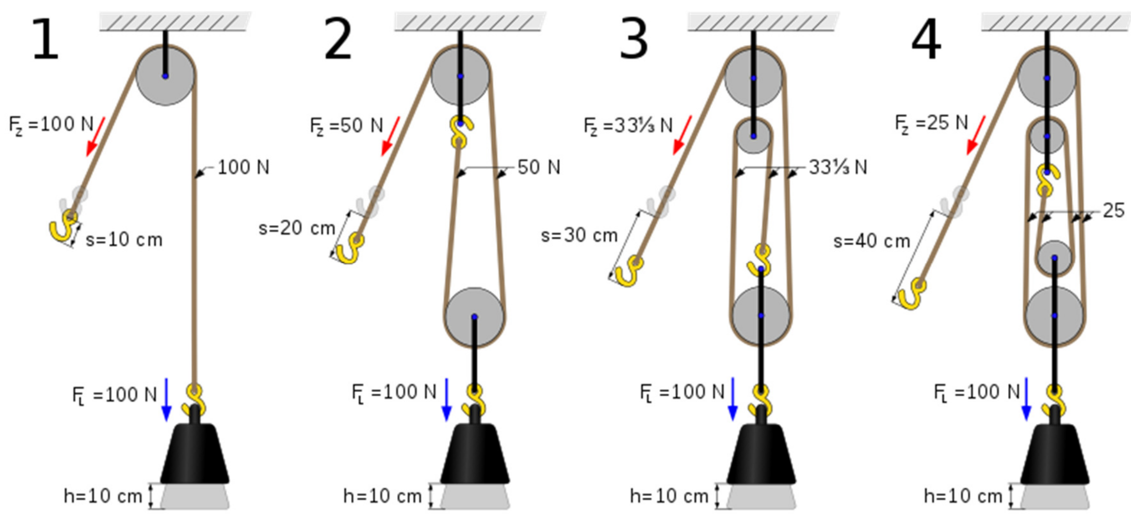
www.schoolphysics.co.uk/age11-14/Mechanics/Forces%20in%20motion/text/Machines_/index.html

Avec un plan incliné de 30° (à gauche), une force de 245 N suffira. Par contre, il faudra exercer la force sur une distance de 2 m. Avec une inclinaison de 11,5°, une force de 98 N est suffisante, mais il faudra pousser la boite sur une distance de 5 m.

Poulies

Supposons qu'on veuille maintenant monter un objet ayant un poids de 100 N sur une distance de 10 cm. Pour y arriver, on doit fournir une énergie de mgy = 10 J.

En prenant le système de poulie 1 montré sur la figure, on doit tirer la corde de 10 cm pour que l'objet monte de 10 cm. Comme la distance est la même, la force est encore de 100 N.



en.wikipedia.org/wiki/File:Four_pulleys.svg

Avec le système de poulie 2, on doit tirer 20 cm de corde pour que la masse monte de 10 cm. En effet, la corde supporte 2 fois l'objet fixé à la poulie et il faut diminuer la longueur de la corde 2 fois de 10 cm pour que la masse monte de 10 cm. En multipliant la distance de corde à tirer par 2, on divise la force par 2.

Avec le système de poulie 3, on doit tirer 30 cm de corde pour que la masse monte de 10 cm. En effet, la corde supporte 3 fois l'objet fixé à la poulie et il faut diminuer la longueur de la corde 3 fois de 10 cm pour que la masse monte de 10 cm. En multipliant la distance de corde à tirer par 3, on divise la force par 3.

Avec le système de poulie 4, on doit tirer 40 cm de corde pour que la masse monte de 10 cm. En effet, la corde supporte 4 fois l'objet fixé à la poulie et il faut diminuer la longueur de la corde 4 fois de 10 cm pour que la masse monte de 10 cm. En multipliant la distance de corde à tirer par 4, on divise la force par 4.

8.7 LA CONSERVATION DE L'ÉNERGIE

Le principe de conservation

On a vu que l'énergie mécanique n'est pas toujours conservée. Par exemple, l'énergie mécanique diminue quand la friction agit sur un objet qui glisse sur une surface horizontale.

Toutefois, il existe un principe de conservation encore plus général. Il s'agit du principe de conservation de l'énergie. Selon ce principe, l'énergie, qui englobe beaucoup plus de formes d'énergies que l'énergie mécanique, est toujours une constante.

Principe de conservation de l'énergie

$$E_k + E_{gravitationnelle} + E_{ressort} + E_{thermique} + E_{son} + E_{lumière} + E_{électrique} + E_{chimique} + E_{nucléaire} + E_{masse} + \ldots = \text{constante}$$

Quand un objet glisse sur une surface horizontale et qu'il y a de la friction, l'énergie mécanique (ici sous forme d'énergie cinétique) diminue. Toutefois, l'énergie reste constante puisque l'énergie cinétique se transforme en d'autres formes d'énergies, comme la chaleur et le son.

Ainsi, si on mesurait l'énergie qui apparait sous forme de chaleur et de lumière quand cette voiture freine (vers la fin du clip, on voit les freins devenir tout rouges)
https://www.youtube.com/watch?v=MSaomFqdNr4
on constaterait qu'elle est égale à l'énergie cinétique perdue par la voiture.

Si on mesurait l'énergie qui apparait sous forme de chaleur, de son, de lumière et d'énergie cinétique du souffle dans cette explosion
https://www.youtube.com/watch?v=9vFmSOQ93as
on constaterait qu'elle est égale à l'énergie chimique perdue par les molécules.

On ne va pas donner les formules pour calculer ces autres formes d'énergies dans ce cours de mécanique.

Le principe de conservation de l'énergie a été formulé dans les années 1840 par au moins 12 physiciens. Si vous voulez connaitre l'histoire de la découverte de la loi de la conservation de l'énergie, cliquez sur ce lien.
http://physique.merici.ca/mecanique/decouverteE.pdf

La preuve du principe

En 1918, Emily Noether démontre que si les lois de la physique ne changent pas au cours du temps, alors l'énergie doit être conservée. En fait, le principe découvert par Noether est plus vaste puisqu'il montre que pour chaque symétrie (ici l'invariance dans le temps), il y a une quantité conservée (ici l'énergie).

Pourquoi utilise-t-on le terme « énergie potentielle » ?

Bernoulli utilise le terme *énergie* en 1717 pour parler du travail. En 1807, Thomas Young propose d'utiliser *énergie* pour la quantité mv^2 (qui porte alors le nom de *force vive*). En grec, énergie réfère à une activité, à un mouvement. Le terme semble donc approprié pour désigner une quantité qui dépend de la vitesse. À part ces deux utilisations singulières, le terme n'est pas utilisé avant 1847. C'est seulement quand Hermann von Helmholtz le reprend en 1847 pour désigner la quantité conservée qu'il venait de découvrir que son usage se répand.

En 1853, Rankine classe les énergies en 2 catégories.

1) *Énergie réelle*
   Toutes les formes d'énergies reliées à du mouvement se retrouvaient dans cette catégorie : l'énergie cinétique, l'énergie lumineuse, l'énergie associée au courant électrique…

2) *Énergie potentielle*
   Toutes les formes d'énergie qui ne dépendent pas du mouvement se retrouvaient dans cette catégorie : énergie gravitationnelle, énergie d'un gaz, énergie d'un ressort comprimé…

Comme le terme *énergie* était associé au mouvement, Rankine considère que seules les formes d'énergie dans lesquelles il y a du mouvement étaient de véritables énergies. Il appelle alors les autres formes « énergies potentielles », car elles pouvaient potentiellement se transformer en énergies réelles, comme l'énergie gravitationnelle qui devient de l'énergie cinétique à mesure qu'un objet en chute libre tombe.

Cette classification, bien inutile, n'a pas été utilisée très longtemps et plus personne n'utilise l'expression « énergie réelle » aujourd'hui. Curieusement, l'expression « énergie potentielle » a survécu jusqu'à aujourd'hui même si elle n'a plus aucun sens. Bien des étudiants cherchent à comprendre ce qu'il y a de potentiel dans l'« énergie potentielle gravitationnelle ». Ils ont bien raison d'être intrigués parce qu'il n'y a effectivement rien de « potentiel » dans l'énergie gravitationnelle. Aujourd'hui, on considère que c'est une forme d'énergie au même titre que l'énergie cinétique et les autres formes d'énergie.

En fait, les énergies potentielles sont des énergies qui dépendent des forces exercées sur les objets du système, donc de la position des objets les uns par rapport aux autres. Par exemple, l'énergie gravitationnelle dépend de la hauteur de la masse et l'énergie du ressort dépend de l'étirement du ressort. Les énergies potentielles dépendent donc de la configuration du système et c'est pourquoi il serait plus approprié d'appeler *U* « énergie de configuration » plutôt qu'« énergie potentielle ». Toutefois, puisque tout le monde donne le nom d'énergie potentielle à *U*, nous garderons cette terminologie. Nous allégeons cependant un peu l'expression en omettant souvent l'adjectif « potentielle » dans les expressions « énergie potentielle gravitationnelle » et « énergie potentielle du ressort ».

Qu'est-ce que l'énergie ?

On cherche parfois à savoir à quoi correspond concrètement l'énergie. Sachez qu'aucun physicien ne pourra vous répondre si vous lui demandez : « Qu'est-ce que l'énergie ? ». En 1961, Richard Feynman, prix Nobel de physique, résume bien ce qu'on sait sur l'énergie.

> *Il y a une loi régissant tous les phénomènes naturels connus. Il n'y a aucune exception connue à cette loi, elle est exacte selon nos connaissances actuelles. Cette loi est la conservation de l'énergie. Elle nous dit qu'une certaine quantité, qu'on appelle énergie, ne change pas lors de n'importe quel changement dans la nature. C'est une idée très abstraite parce qu'il s'agit d'un principe mathématique qui dit qu'une quantité numérique ne change pas quand quelque chose se produit. Ce n'est pas la description d'un mécanisme ou de quelque chose de concret, c'est uniquement le fait étrange qu'on peut calculer un nombre et que si on calcule ce nombre après de nombreuses transformations se produisant dans la nature, il reste identique.*

Personne ne sait donc vraiment ce qu'est l'énergie, mais on sait que sa valeur reste constante et que cela peut nous aider à déduire le résultat de certaines transformations.

8.8 L'ÉNERGIE EN AVIATION

L'énergie mécanique d'un avion

Un avion en vol a de l'énergie cinétique et de l'énergie gravitationnelle. On va prendre notre $y = 0$ à la surface de la Terre pour calculer l'énergie gravitationnelle.

Exemple 8.8.1

Harold vole à une altitude de 3000 m avec son Cessna 172. Quelle est l'énergie mécanique de l'avion s'il vole à une vitesse de 100 nœuds et si le Cessna avec tout ce qu'il y a à l'intérieur a une masse de 1000 kg ?

L'énergie est

$$\begin{aligned} E_k &= \frac{1}{2}mv^2 + mgh \\ &= \frac{1}{2}\cdot 1000kg\cdot\left(51,47\tfrac{m}{s}\right)^2 + 1000kg\cdot 9,8\tfrac{N}{kg}\cdot 3000m \\ &= 1\,324\,580J + 29\,400\,000J \\ &= 30\,724\,580J \\ &= 30,72MJ \end{aligned}$$

Évidemment, l'énergie de l'avion était nulle avant le décollage. Il a donc fallu donner toute cette énergie à l'avion. On peut alors se demander quelles sont les forces qui permettent de changer l'énergie mécanique de l'avion. Les forces qui peuvent agir sur l'avion (au sol ou dans les airs) sont la portance, la normale, la trainée, la friction faite par le sol et la poussée.

$$\Delta E_{mec} = W_{autres}$$
$$\Delta E_{mec} = W_L + W_N + W_t + W_d + W_f$$

Les forces qui sont perpendiculaires à la vitesse de l'avion ne peuvent pas faire de travail sur l'avion. Ainsi, la portance et la normale ne peuvent pas changer l'énergie mécanique d'un avion. Il reste donc la poussée des moteurs, la trainée et la force de friction. On arrive donc à ces deux équations équivalentes.

Énergie mécanique d'un avion

$$\Delta E_{mec} = W_t + W_d + W_f$$
$$E_{mec} + W_t + W_d + W_f = E'_{mec}$$

Comme la trainée et la friction sont toujours dirigées dans la direction opposée au déplacement, elles font nécessairement un travail négatif. Ces forces ne peuvent qu'enlever de l'énergie mécanique à l'avion.

La seule force qui peut donc donner de l'énergie mécanique à un avion est donc la poussée des moteurs.

Dans ce premier exemple, on va utiliser $\Delta E_{mec} = W_t + W_d + W_f$.

Exemple 8.8.2

Harold vole avec son Cessna 172 à la vitesse de trainée minimum. Il vole à une altitude de 1000 m et il monte lentement de sorte que 30 km plus loin, il vole à une altitude de 3000 m. L'aire des ailes est de 16,2 m², l'envergure est de 11 m, le C_{d0} est de 0,034 et $e = 0,77$. Quel est le travail fait par la poussée de moteurs pendant cette montée ?

On va calculer le travail fait par les moteurs avec la formule suivante.

$$\Delta E_{mec} = W_t + W_d + W_f$$

Comme l'avion est en vol, il n'y a pas de friction faite par le sol. On a donc

$$\Delta E_{mec} = W_t + W_d$$

Commençons par trouver la variation d'énergie mécanique.

$$\begin{aligned}\Delta E_{mec} &= E'_{mec} - E_{mec} \\ &= \left(\frac{1}{2}mv'^2 + mgh'\right) - \left(\frac{1}{2}mv^2 + mgh\right)\end{aligned}$$

Comme la vitesse ne change pas, les ½*mv²* s'annulent et il reste

$$\begin{aligned}\Delta E_{mec} &= mgh' - mgh \\ &= mg\left(h' - h\right) \\ &= 1000kg \cdot 9,8\tfrac{N}{kg} \cdot \left(3000m - 1000m\right) \\ &= 19\,600\,000J\end{aligned}$$

Il nous faut maintenant le travail fait par la trainée. Il nous faut donc la force de trainée. À la vitesse de trainée minimale, la trainée est

$$\begin{aligned}F_{d\min} &= \frac{2mg}{S}\sqrt{\frac{C_{d0}A}{e\pi}} \\ &= \frac{2 \cdot 1000kg \cdot 9,8\tfrac{N}{kg}}{11m}\sqrt{\frac{0,034 \cdot 16,2m^2}{0,77 \cdot \pi}} \\ &= 850,2N\end{aligned}$$

Le travail fait par la trainée est donc

$$\begin{aligned}W_d &= F_d \Delta s \cos\theta \\ &= 850,2N \cdot 30\,000m \cdot \cos 180° \\ &= -25\,506\,000J\end{aligned}$$

On peut maintenant trouver le travail fait par la poussée des moteurs.

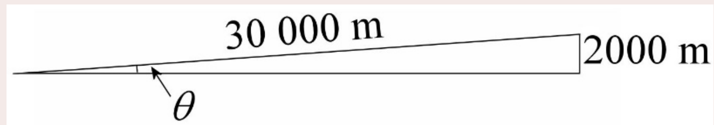
$$\begin{aligned}\Delta E_{mec} &= W_t + W_d \\ 19\,600\,000J &= W_t - 25\,506\,000J \\ W_t &= 19\,600\,000J + 25\,506\,000J \\ W_t &= 45\,106\,000J\end{aligned}$$

On aurait pu également trouver le travail en trouvant la force de poussée avec l'équation des forces pendant la montée.

$$F_t - F_d - mg\sin\theta = ma$$
$$F_t = F_d + mg\sin\theta$$

Quand on monte de 2000 m en parcourant 30 km, l'angle de montée est

$$\sin\theta = \frac{2\,000m}{30\,000m}$$
$$\theta = 3{,}823°$$



La force de poussée est donc

$$\begin{aligned} F_t &= F_d + mg\sin\theta \\ &= 850{,}2N + 1000kg \cdot 9{,}8\tfrac{N}{kg} \cdot \sin 3{,}823° \\ &= 850{,}2N + 653{,}3N \\ &= 1503{,}5N \end{aligned}$$

Puisque le déplacement est de 30 km, le travail fait par la poussée est

$$\begin{aligned} W_t &= F_t \Delta s \cos\theta \\ &= 1503{,}5N \cdot 30\,000m \cdot \cos 0° \\ &= 45\,106\,000J \end{aligned}$$

Dans ce deuxième exemple, on va utiliser $E_{mec} + W_t + W_d + W_f = E'_{mec}$.

Exemple 8.8.3

Supposons que la trainée sur un Bombardier Q-400 de 24 000 kg soit toujours de 15 000 N, peu importe la vitesse de l'avion.

a) Déterminer le travail fait par les moteurs en 15 minutes si l'avion garde la même vitesse de 300 nœuds et la même altitude de 20 000 pieds.

Comme il n'y a pas de friction faite par le sol en vol, l'équation devient

$$E_{mec} + W_t + W_d = E'_{mec}$$

Énergie à l'instant 1

À l'instant 1 (l'avion vole à 300 nœuds à 20 000 pieds), l'énergie est

$$\begin{aligned} E &= \tfrac{1}{2}mv^2 + mgy \\ &= \tfrac{1}{2} \cdot 24\,000kg \cdot \left(154{,}4\tfrac{m}{s}\right)^2 + 24\,000kg \cdot 9{,}8\tfrac{m}{s^2} \cdot 6096m \\ &= 286{,}1MJ + 1\,433{,}8MJ \\ &= 1\,719{,}9MJ \end{aligned}$$

Énergie à l'instant 2

À l'instant 2 (l'avion vole à 300 nœuds à 20 000 pieds), l'énergie est

$$\begin{aligned} E &= \tfrac{1}{2}mv^2 + mgy \\ &= \tfrac{1}{2}\cdot 24\,000kg\cdot\left(154,4\tfrac{m}{s}\right)^2 + 24\,000kg\cdot 9,8\tfrac{m}{s^2}\cdot 6096m \\ &= 286,1MJ + 1\,433,8MJ \\ &= 1\,719,9MJ \end{aligned}$$

Travail fait par les autres forces

On peut trouver le travail fait par la trainée. Ce travail est

$$\begin{aligned} W_d &= F_d\Delta s\cos\theta \\ &= F_d\Delta s\cos 180° \\ &= -F_d\Delta s \end{aligned}$$

L'angle est de 180°, car la force est directement opposée au mouvement. On sait que la trainée est de 15 000 N. On doit donc trouver la distance parcourue. Cette distance est

$$\begin{aligned} \Delta s &= vt \\ &= 154,4\tfrac{m}{s}\cdot 900s \\ &= 138\,960m \end{aligned}$$

Le travail fait par la trainée est donc

$$\begin{aligned} W_d &= -F_d\Delta s \\ &= -15\,000N\cdot 138\,960m \\ &= -2\,084,4MJ \end{aligned}$$

Utilisation de $E + W_t + W_d + W_f = E'$

On a donc

$$\begin{aligned} E + W_d + W_t &= E' \\ 1\,719,9MJ + -2\,084,4MJ + W_t &= 1\,719,9MJ \\ W_t &= 1\,719,9MJ - 1\,719,9MJ + 2\,084,4MJ \\ W_t &= 2\,084,4MJ \end{aligned}$$

On peut même trouver la poussée des moteurs puisque ce travail est

$$W_t = F_t \Delta s \cos\theta$$
$$2\,084\,400\,000J = F_t \cdot 138\,960m \cdot \cos 0°$$
$$F_t = 15\,000N$$

Rien de bien surprenant : les moteurs doivent faire une poussée égale à la friction pour un vol horizontal à vitesse constante.

b) Déterminer le travail fait par les moteurs en 15 minutes si la vitesse de l'avion passe de 300 nœuds à 200 nœuds tout en gardant la même altitude de 20 000 pieds.

Énergie à l'instant 1

À l'instant 1 (l'avion vole à 300 nœuds à 20 000 pieds), l'énergie est

$$E = 1\,719{,}9MJ$$

(Même calcul qu'en a.)

Énergie à l'instant 2

À l'instant 2 (l'avion vole à 200 nœuds à 20 000 pieds), l'énergie mécanique est

$$\begin{aligned} E' &= \tfrac{1}{2}mv'^2 + mgy' \\ &= \tfrac{1}{2}\cdot 24\,000kg \cdot \left(102{,}9\tfrac{m}{s}\right)^2 + 24\,000kg \cdot 9{,}8\tfrac{m}{s^2} \cdot 6096m \\ &= 127{,}1MJ + 1\,433{,}8MJ \\ &= 1560{,}9MJ \end{aligned}$$

Travail fait par les autres forces

Le travail fait par la trainée est

$$W_d = -F_d \Delta s$$

Comme la distance parcourue est

$$\begin{aligned} x &= x_0 + \tfrac{1}{2}(v_0 + v)t \\ &= 0 + \tfrac{1}{2}\left(154{,}4\tfrac{m}{s} + 102{,}9\tfrac{m}{s}\right) \cdot 900s \\ &= 115\,785m \end{aligned}$$

le travail fait par la trainée est

$$\begin{aligned} W_d &= -15\,000N \cdot 115\,786m \\ &= -1\,736{,}8MJ \end{aligned}$$

Utilisation de $E + W_t + W_d + W_f = E'$

On a donc

$$E + W_t + W_d = E'$$
$$1\,719{,}9MJ + W_t + -1\,736{,}8MJ = 1\,560{,}9MJ$$
$$W_t = 1\,560{,}9MJ - 1\,719{,}9MJ + 1\,736{,}8MJ$$
$$W_t = 1\,577{,}8MJ$$

Le travail fait par les moteurs a diminué par rapport à ce qu'on a calculé en a. Il n'est plus assez grand pour compenser le travail négatif fait par la friction et le travail net est négatif. Ainsi, l'énergie cinétique de l'avion diminue.

La poussée des moteurs est

$$W_t = F_t \Delta s \cos\theta$$
$$1\,577\,800\,000J = F_t \cdot 115\,785m \cdot \cos 0°$$
$$F_t = 13\,626N$$

La force faite par les moteurs est maintenant plus petite que la trainée. Il y a donc une force nette vers l'arrière de l'avion, ce qui signifie que l'avion ralentit.

c) Déterminer le travail fait par les moteurs en 15 minutes si la vitesse reste à 300 nœuds pendant que l'altitude passe de 20 000 pieds à 5000 pieds.

Énergie à l'instant 1

À l'instant 1 (l'avion vole à 300 nœuds à 20 000 pieds), l'énergie est

$$E = 1\,719{,}9MJ$$

(Même calcul qu'en a)

Énergie à l'instant 2

À l'instant 2 (l'avion vole à 300 nœuds à 5000 pieds), l'énergie mécanique est

$$\begin{aligned} E' &= \tfrac{1}{2} m v'^2 + mgy' \\ &= \tfrac{1}{2} \cdot 24\,000kg \cdot \left(154{,}4\tfrac{m}{s}\right)^2 + 24\,000kg \cdot 9{,}8\tfrac{m}{s^2} \cdot 1524m \\ &= 286{,}1MJ + 358{,}4MJ \\ &= 644{,}5MJ \end{aligned}$$

Travail fait par les autres forces

Le travail fait par la trainée est, comme en a),

$$
\begin{aligned}
W_d &= -F_d \Delta s \\
&= -15\,000N \cdot 138\,960m \\
&= -2\,084,4J
\end{aligned}
$$

Utilisation de $E + W_t + W_d + W_f = E'$

On a donc

$$
\begin{gathered}
E + W_t + W_d = E' \\
1\,719,9MJ + W_t + -2\,084,4MJ = 644,5MJ \\
W_t = 644,5MJ - 1\,719,9MJ + 2\,084,4MJ \\
W_t = 1\,009,0MJ
\end{gathered}
$$

Le travail fait par les moteurs a fortement diminué par rapport à ce qu'on a calculé en a. En fait, on utilise l'énergie gravitationnelle pour propulser l'avion, ce qui diminue le travail que doivent faire les moteurs.

La poussée des moteurs est

$$
\begin{gathered}
W_t = F_t \Delta s \cos\theta \\
1\,009\,000\,000J = F_t \cdot 138\,960m \cdot \cos 0° \\
F_t = 7261N
\end{gathered}
$$

La poussée diminue parce que la force de gravitation a maintenant une composante vers l'avant de l'avion ce qui contribue à faire les 15 000 N nécessaires pour annuler la trainée.

d) Déterminer le travail fait par les moteurs en 15 minutes si la vitesse passe de 200 nœuds à 300 nœuds pendant que l'altitude passe de 5 000 pieds à 20 000 pieds.

Énergie à l'instant 1

À l'instant 1 (l'avion vole à 200 nœuds à 5000 pieds), l'énergie mécanique est

$$
\begin{aligned}
E &= \tfrac{1}{2} mv^2 + mgy \\
&= \tfrac{1}{2} \cdot 24\,000kg \cdot \left(102,9\tfrac{m}{s}\right)^2 + 24\,000kg \cdot 9,8\tfrac{m}{s^2} \cdot 1524m \\
&= 127,1MJ + 358,4MJ \\
&= 485,5MJ
\end{aligned}
$$

Énergie à l'instant 2

À l'instant 2 (l'avion vole à 300 nœuds à 20 000 pieds), l'énergie est

$$E' = 1\,719{,}9MJ$$

(C'est le *E* calculé en a)

Travail fait par les autres forces

Le travail fait par la trainée est, comme en a),

$$\begin{aligned} W_d &= -F_d \Delta s \\ &= -15\,000N \cdot 115\,785m \\ &= -1\,736{,}8MJ \end{aligned}$$

Utilisation de $E + W_t + W_d + W_f = E'$

On a

$$\begin{aligned} E + W_t + W_d &= E' \\ 485{,}5MJ + W_t + -1\,736{,}8MJ &= 1\,719{,}9MJ \\ W_t &= 1\,719{,}9MJ - 485{,}5MJ + 1\,736{,}8MJ \\ W_t &= 2\,971{,}2MJ \end{aligned}$$

Le travail fait par les moteurs a fortement augmenté par rapport à ce qu'on a calculé en a. Dans cette situation, les moteurs doivent compenser le travail négatif fait par la friction, donner de l'énergie gravitationnelle à l'avion et donner davantage d'énergie cinétique à l'avion. Ça fait beaucoup d'énergie à fournir.

La poussée des moteurs est

$$\begin{aligned} W_t &= F_t \Delta s \cos\theta \\ 2\,971\,200\,000J &= F_t \cdot 115\,785m \cdot \cos 0° \\ F_t &= 25\,661N \end{aligned}$$

La poussée augmente parce que les moteurs doivent maintenant annuler la composante de la force de gravitation vers l'arrière de l'avion en plus de la trainée de 15 000 N.

L'énergie des freins à l'atterrissage

Quand un avion se pose, la friction et la trainée font un travail négatif qui enlève l'énergie mécanique de l'avion. En valeur absolue, le travail fait par la friction est beaucoup plus grand que le travail fait par la trainée lors d'un atterrissage. C'est donc essentiellement la friction des freins qui enlève l'énergie cinétique de l'avion.

Toutefois, cette énergie mécanique perdue par l'avion doit nécessairement se transformer en une autre forme d'énergie. L'énergie enlevée par la friction se transforme en chaleur dans les freins et l'énergie enlevée par la trainée se transforme en énergie cinétique de l'air et en chaleur dans l'air.

Voyons combien d'énergie vont recevoir les freins.

Exemple 8.8.3

Harold se pose sur une piste avec son Cessna 172 à une vitesse de 60 nœuds. Le Cessna avec tout ce qu'il y a à l'intérieur a une masse de 1000 kg. Combien d'énergie se retrouve en chaleur dans les freins si on néglige le travail de la trainée ?

Si on néglige les pertes dues à la trainée, toute l'énergie va se transformer en chaleur dans les freins.

L'énergie cinétique de l'avion est

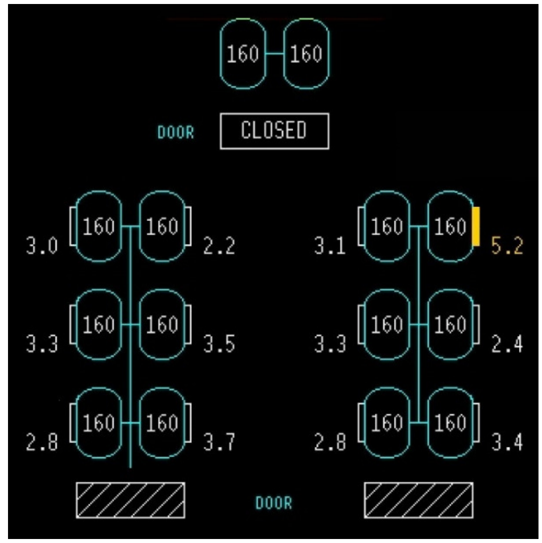
$$\begin{aligned} E_k &= \frac{1}{2}mv^2 \\ &= \frac{1}{2}\cdot 1000kg\cdot\left(30,88\tfrac{m}{s}\right)^2 \\ &= 476\,787J \end{aligned}$$

Les freins recevront donc une énergie de 476 787 J. Cette énergie est sous forme d'énergie thermique (chaleur).

Les freins d'un Cessna peuvent facilement recevoir ces 476 787 J. Cette énergie thermique fera augmenter la température des freins, mais cette augmentation de température ne sera pas catastrophique.

Toutefois, il y a une limite à l'énergie que peuvent recevoir les freins. Un Boeing 777-300ER de 320 tonnes qui se pose à une vitesse de 142 nœuds a une énergie cinétique de près de 850 millions de joules (850 000 000 J = 850 MJ). On peut alors se demander si les freins peuvent recevoir autant d'énergie. Voyez ce qui arrive dans ce test où des freins reçoivent 125 MJ.
https://www.youtube.com/watch?v=qew09gao3S8
Évidemment, il n'y a pas qu'un seul système de freinage sur un Boeing 777. Chacune des 12 roues du train arrière est équipée d'un système de freinage. Ainsi, chacun des systèmes recevrait environ 70 MJ d'énergie thermique (si on néglige le travail fait par la trainée qui, de toute façon, ne changerait pas beaucoup l'énergie reçue par les freins). Les freins du Boeing peuvent-ils recevoir 70 MJ sans subir de dommage ? Pour répondre à cette question, voyons quelles sont les limites acceptables.

Si un système de freins reçoit une énergie inférieure à 20 MJ, la température ne monte pas trop et il n'y a aucun problème. Dans ce cas, il n'est même pas nécessaire d'attendre que les freins refroidissent. Pour les petits avions, on est toujours en deçà de 20 MJ (on avait 0,4 MJ pour le Cessna d'Harold) et on n'a pas trop besoin de se soucier de la température des freins. Les choses sont bien différentes pour les gros avions et c'est pourquoi il y a un indicateur de température des freins. Sur un Boeing 777, par exemple, l'affichage de la température des 12 roues ressemble à ce qu'on peut voir sur l'image de droite. La température est indiquée par un chiffre se situant entre 0 et 9,9. Si la température indiquée est entre 0 et 2,6, pas besoin de laisser refroidir les freins. Sur un Airbus, on indique la température en degrés Celsius.



Si un système de freins reçoit une énergie entre 20 MJ et 45 MJ, la température sera plus élevée et il faudra laisser les freins refroidir pendant un certain temps. (Sur un Boeing, la température indiquée est alors entre 2,6 et 5.) On veut que la température redescente sous les 200 °C avant de repartir (parfois 150 °C). Le tableau suivant indique la durée de refroidissement sans ventilateurs. Le chiffre entre parenthèses est le temps de refroidissement quand on utilise des ventilateurs pour refroidir les freins.

Énergie (MJ)	Température de l'air (°C)								
	-40	-30	-20	-10	0	10	20	30	40
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0
15	0	0	0	0	0	8 (2)	15 (3)	22 (5)	28 (6)
20	8 (2)	15 (3)	22 (5)	28 (6)	35 (7)	40 (8)	46 (10)	51 (11)	56 (12)
25	40 (8)	46 (10)	51 (11)	56 (12)	61 (13)	66 (14)	71 (15)	75 (16)	79 (16)
30	66 (14)	71 (15)	75 (16)	79 (16)	83 (17)	87 (18)	91 (19)	95 (20)	98 (20)
35	87 (18)	91 (19)	95 (20)	98 (20)	102 (21)	105 (22)	108 (23)	112 (23)	115 (24)
40	105 (21)	108 (23)	112 (23)	115 (24)	118 (25)	121 (25)	124 (26)	126 (26)	129 (27)
45	121 (25)	124 (26)	126 (26)	129 (27)	132 (27)	134 (28)	137 (29)	140 (29)	142 (30)
50	134 (28)	137 (29)	140 (29)	142 (30)	144 (30)	147 (31)	149 (31)	151 (32)	154 (32)
55	147 (31)	149 (31)	151 (32)	154 (32)	156 (32)	158 (33)	160 (33)	162 (34)	164 (34)
60	158 (33)	160 (33)	162 (34)	164 (34)	166 (35)	168 (35)	170 (35)	172 (36)	174 (36)
65	168 (35)	170 (35)	172 (36)	174 (36)	176 (37)	178 (37)	180 (37)	181 (38)	183 (38)
70	178 (37)	180 (37)	181 (38)	183 (38)	185 (39)	187 (39)	188 (39)	190 (40)	192 (40)

Évidemment, les propriétaires de la compagnie aérienne n'aiment pas beaucoup que leurs avions restent immobiles au sol pendant des heures en attendant que les freins refroidissent.

Ils aimeraient beaucoup plus que l'avion reparte le plus tôt possible et fasse plus de vols. On a donc intérêt à limiter le plus possible l'énergie reçue par système de freinage.

On ne recommande pas de dépasser 45 MJ par système de freinage parce qu'on atteint alors une température critique. (Sur un Boeing, la température indiquée est alors entre 5 et 7,5.) Sur l'image de la figure précédente, le chiffre 5,2 est alors de couleur ambrée pour indiquer qu'il est supérieur à 5, mais il y a d'autres façons d'indiquer que la température a dépassé une certaine valeur critique. Parfois, le chiffre de la température est encadré d'une certaine couleur quand on dépasse la limite. Quand on dépasse cette limite, l'avertissement BRAKE TEMP ou BRAKE OVHT s'affiche sur un Boeing et BRAKES HOT s'affiche sur un Airbus. La température exacte à laquelle l'avertissement apparait varie selon le type et la position du capteur de température dans la roue, mais c'est aux alentours de 300 °C. À cette température, il se pourrait que les pneus se dégonflent puisque certains avions sont munis d'une valve de protection qui permet au pneu de se dégonfler dans certaines conditions pour éviter une défaillance du pneu ou de la roue (c'est la *fuse plug*). Entre 45 MJ et 65 MJ, <u>il se peut</u> que la chaleur fasse fondre cette protection (on a alors une *fuse plug melt*) et que le pneu se dégonfle. Au-dessus de 45 MJ, il faut inspecter le train d'atterrissage après une période de refroidissement d'une heure pour s'assurer que les pneus sont encore bien gonflés.

Au-delà de 65 MJ par système de freinage, la *fuse plug* <u>va fondre</u> et les pneus vont se dégonfler. (Sur un Boeing, la température indiquée est alors entre 7,5 et 9,9.) Il faut alors quitter la piste immédiatement et, pendant 1 heure, ne pas s'approcher des pneus et ne pas faire du roulage (*taxi*) sur la piste. Il faudra probablement remplacer les pneus, les roues et les freins.

Une chaleur excessive dans les freins peut aussi avoir d'autres effets.

1) Une chaleur excessive accélère l'usure des freins.

2) L'efficacité des freins devient moins bonne quand la température des freins dépasse une certaine valeur critique. (C'est le *brake fade*.)

3) Si on enclenche le frein de stationnement quand les freins sont trop chauds, il se pourrait que diverses parties des freins se soudent ensemble. Les freins seront alors bloqués et on ne pourra plus déplacer l'avion. Cette soudure est impossible si les freins sont en carbone.

4) Il se peut que le métal d'une roue soumise à des températures élevées de façon répétitive change la structure des cristaux du métal. Cela rend le métal plus cassant et peut entrainer une fracture de la roue.

5) Il se peut que le nylon d'un pneu soumis à des températures élevées de façon répétitive change sa structure moléculaire. Cela rend le nylon plus cassant et peut entrainer une défaillance du pneu.

Le tableau suivant résume les effets sur les freins selon la quantité de chaleur reçue.

Énergie par frein	Effet
Moins de 20 MJ	Augmentation de température sans conséquences.
Entre 20 MJ et 45 MJ	On doit attendre que les freins refroidissent
Entre 45 MJ et 65 MJ	Il est possible que les pneus se dégonflent (*fuse plug melt*) On doit inspecter après refroidissement d'une heure
Plus de 65 MJ	Les pneus vont se dégonfler (*fuse plug melt*) Il faudra probablement remplacer les freins, les pneus et les roues

Revenons maintenant à notre Boeing 777 pour lequel chaque système de freinage reçoit 70 MJ. C'est beaucoup trop. Il faudrait quasiment changer les roues et les freins après chaque atterrissage ! Heureusement, la trainée fait un travail négatif et élimine un peu de l'énergie que doivent faire les freins. Ce qui aide le plus, c'est le passage de l'air dans le train d'atterrissage pendant l'atterrissage qui permet d'éliminer beaucoup de chaleur dans les freins. La quantité d'énergie éliminée par le passage de l'air varie selon le mode de freinage.

Sur un Airbus A330, il y a 3 niveaux de freinage.

www.smartcockpit.com/docs/A320-Taxi_and_Before_Ckeck-List.pdf

Sur les Boeing, il y a 5 ou 6 niveaux de freinage (il y a un niveau 4 qui s'ajoute sur les plus gros appareils).

www.opencockpits.com/uploads/manuales/Central_MIP_Flaps_B737 _IDC_PANEL_Manual_2014_REV1.0_English.pdf

La valeur exacte de l'énergie restante dans les freins dépend du mode de freinage choisi. Plus on allonge la distance de freinage, moins il reste d'énergie. Une grande distance de freinage permet d'avoir de l'air qui passe dans les freins pendant plus longtemps, ce qui augmente le refroidissement. Ainsi, il reste un peu moins d'énergie quand on sélectionne le niveau de freinage LO sur un Airbus par rapport au niveau MED.

Le calcul exact est relativement complexe, mais les résultats ne changent pas tellement avec un niveau de freinage normal (LO ou MED sur Airbus, 1 à 4 sur Boeing). Généralement, on obtient une énergie restante se situant en 35 % et 45 % de l'énergie cinétique de l'avion. On va donc simplifier un peu en prenant la règle suivante.

Avec le refroidissement fait par l'air qui passe dans les freins, il ne reste que 40 % de l'énergie cinétique de l'avion dans les freins à la fin de la période de freinage quand on freine avec un niveau de freinage normal.

Si notre Boeing 777 freine normalement (un des modes 1 à 4), il ne resterait qu'environ 28 MJ d'énergie reçue par système de freinage (40 % de 70 MJ). C'est un niveau acceptable. Le temps de refroidissement est d'environ une heure (sans ventilateurs), mais c'est assez rare qu'un avion de cette taille reparte en moins d'une heure.

Les avions sont conçus pour pouvoir s'arrêter uniquement avec les freins sans que ces derniers atteignent des températures trop élevées. Toutefois, on ajoute toute une série d'autres moyens pour faire ralentir l'avion. Les aérofreins et les inverseurs de poussée vont alors permettre de transférer une partie de l'énergie de l'avion à l'air (les inverseurs font passer de l'énergie de l'avion et de l'énergie du carburant en énergie cinétique de l'air). **Les inverseurs de poussée permettent de diminuer l'énergie reçue par chaque système de freins d'environ 10 MJ**. Ça semble peu, mais cette petite baisse permet de diminuer le temps de refroidissement et de diminuer l'usure des freins.

Exemple 8.8.4

Un Boeing 777-300ER de 320 tonnes se pose sur une piste à une vitesse de 142 nœuds et s'arrête sur une distance de 5000 pieds. Les inverseurs de poussée vont enlever 10 MJ d'énergie thermique à chacun des 12 systèmes de freins.

a) Quelle est l'énergie accumulée dans chaque système de freins à la fin du freinage ?

L'énergie cinétique de l'avion doit se transformer en autres formes d'énergie. Cette énergie cinétique de l'avion est

$$\begin{aligned} E_k &= \tfrac{1}{2} m v^2 \\ &= \tfrac{1}{2} \cdot 320\,000 kg \cdot \left(73{,}1 \tfrac{m}{s}\right)^2 \\ &= 855 MJ \end{aligned}$$

Comme les inverseurs de poussée permettent de diminuer l'énergie de 10 MJ pour chacun des 12 systèmes de freins, on enlève 120 MJ.

$$855\ MJ - 120\ MJ = 735\ MJ$$

Pour chaque système de freins, l'énergie reçue est de

$$\frac{735 MJ}{12} = 61{,}25 MJ$$

La friction de l'air et le refroidissement vont faire en sorte que la chaleur accumulée ne représente que 40 % de l'énergie reçue par les freins. La chaleur par frein est donc de

$$61{,}25 MJ \cdot 0{,}4 = 24{,}5 MJ$$

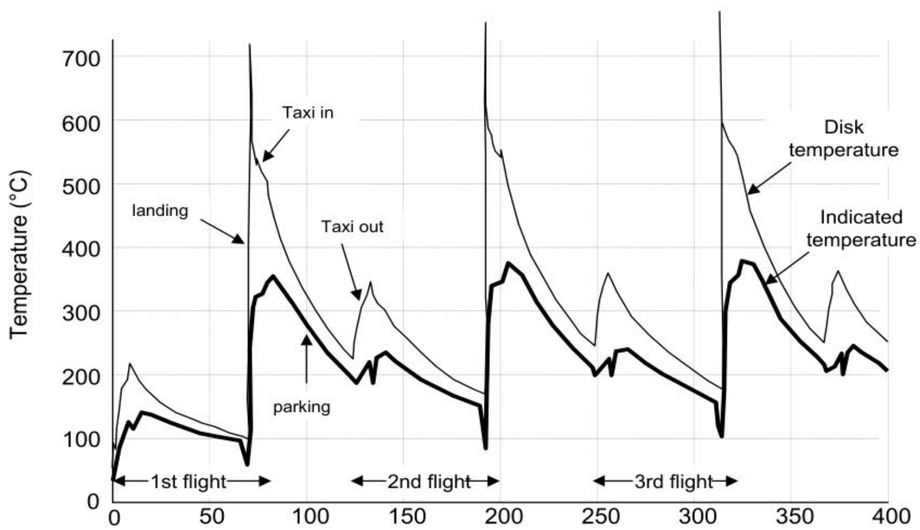
b) Quelle est la force faite par les inverseurs ?

On sait que le travail fait par les inverseurs est de -120 MJ. Avec une distance de freinage de 5000 pieds (1524 m), on a

$$W_t = F_t \Delta s \cos\theta$$
$$-120\,000\,000J = F_t \cdot 1524m \cdot \cos 180°$$
$$-120\,000\,000J = -F_t \cdot 1524m$$
$$F_t = 78\,740N$$

Chacun des inverseurs de poussée doit donc faire une force de 39 370 N.

Si l'avion fait plusieurs vols l'un à la suite de l'autre, on peut avoir beaucoup de variations de température comme le montre ce graphique d'un avion qui fait 3 vols en un peu plus de 5 heures.



aviation.stackexchange.com/questions/33024/what-is-the-temperature-of-the-brakes-after-a-typical-landing

Sur ce graphique, on peut voir le léger retard entre le moment où la température des freins est maximale et le moment où la température indiquée est maximale. Il y a un tel décalage parce que l'indicateur de température n'est pas directement sur les freins. Comme il faut un certain temps pour que la chaleur des freins se diffuse dans la roue, l'indicateur de température va atteindre sa valeur maximale de 10 à 15 minutes après le freinage.

Ce graphique montre également qu'on attend que la température revienne à 200 °C avant de repartir pour un autre vol. Pendant le roulage (*taxi*) pour se rendre en début de piste, la température remonte un peu parce qu'il y a des freinages pendant le taxi. En gros, chaque mille de taxi ajoute 1,4 MJ d'énergie dans chaque système de freins.

La surchauffe des freins au décollage

Parfois, il peut y avoir une surchauffe de frein au décollage. Cela peut se produire, par exemple, si un frein reste activé pendant que l'avion roule sur la piste de décollage. Si la surchauffe se produit au décollage, on doit garder le train d'atterrissage sorti pour le faire refroidir. Il est important de ne pas rentrer le train d'atterrissage immédiatement si l'avertissement de température élevée s'affiche au décollage. Si jamais il y a une fuite de liquide hydraulique près d'une roue, le liquide hydraulique pourrait s'enflammer au contact des freins chauds. Le temps de refroidissement varie selon la température atteinte, mais il sera aux alentours de 10 minutes (le train refroidit très vite quand il est sorti en plein vol).

fr.wikipedia.org/wiki/Vol_Propair_420#/media/Fichier:Mail_Run_IMG_2101_(28240049452).jpg

Le 18 juin 1998, le vol 420 de Propair s'écrase à Mirabel. L'écrasement a été provoqué par un incendie du train d'atterrissage gauche. Lors du décollage, les freins du train gauche sont restés en contact avec la roue pendant le décollage, ce qui a provoqué une surchauffe extrême des freins. Une fois le train rentré, la chaleur des freins a fait en sorte que les pneus se sont enflammés. La chaleur a provoqué une déformation de l'aile et ensuite une défaillance structurelle de l'aile seulement quelques secondes avant que l'avion ne se pose. Évidemment, le décollage avait été anormalement long et l'avion cherchait à tourner vers la gauche en roulant sur la piste. La déformation de l'aile gauche pendant l'incendie a fait baisser sa portance et l'avion cherchait donc à s'incliner vers la gauche et, donc, à tourner vers la gauche. Comme le train d'atterrissage entre dans le boitier du moteur sur ce modèle d'avion, les pilotes ont cru qu'il y avait un incendie du moteur gauche.

Les décollages avortés

Les freinages plus importants (MAX sur Airbus et RTO, pour *rejected take off,* sur Boeing) sont utilisés seulement pour les décollages avortés. On freine alors presque au maximum de ce qui est possible et la distance de freinage est plus petite. Cette plus petite distance d'arrêt signifie qu'il y aura moins de refroidissement et de travail fait par la trainée. En fait, on a la règle suivante.

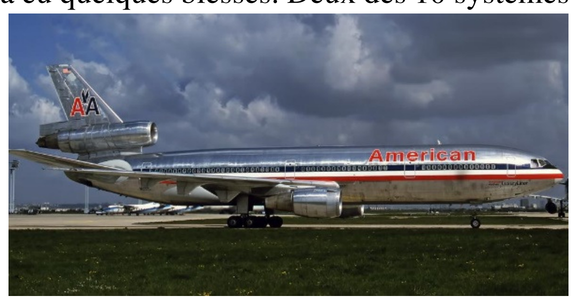
Avec le refroidissement fait par l'air qui passe dans les freins, il ne reste 65 % de l'énergie cinétique de l'avion dans les freins à la fin de la période de freinage quand on fait un freinage lors d'un décollage avorté

En fait, la situation est pire qu'à l'atterrissage parce que la masse au décollage est plus grande qu'à l'atterrissage. Un Boeing 777-300 ER qui décolle à 160 nœuds avec une masse de 350 tonnes a une énergie cinétique d'environ 1200 MJ. Un décollage avorté donnerait alors une énergie de

$$\frac{1200MJ}{12}\cdot 0,65 = 65MJ$$

à chaque système de freins. À ce niveau, les freins, les pneus et les roues vont être sérieusement endommagés. Pour ne pas donner trop d'énergie aux freins, on limite la vitesse pour abandonner le décollage (ce qu'on appelle V1). Ce n'est donc pas la longueur de piste qui fait en sorte qu'il y a une telle limite, c'est plutôt l'énergie que recevront les freins. Cette vitesse est choisie pour que l'énergie reçue par les freins ne soit pas trop grande, mais on peut monter jusqu'à des valeurs d'énergie par freins qui seraient autrement inacceptables. Il vaut mieux remplacer les freins que d'avoir un avion qui s'écrase. L'image de droite montre le train d'atterrissage d'un Boeing 777 après un test d'abandon de décollage. Clairement, on est allé au-delà de ce qui est acceptable pour un atterrissage normal.
https://www.youtube.com/watch?v=Mr4V680UQ-k

Un décollage abandonné peut mal se passer si on a un problème avec les freins. Le 21 mai 1988 à Dallas, l'équipage d'un DC-10 d'American Airlines doit abandonner le décollage parce qu'il y a un avertissement de FLAP/SLAT DISAGREE (causé par un capteur défectueux). L'avion était pratiquement à la vitesse V1 de 166 nœuds quand les pilotes ont décidé d'abandonner le décollage. La vitesse de l'avion a continué d'augmenter jusqu'à 178 nœuds avant que le freinage commence. Tout s'est bien passé jusqu'à ce que la vitesse diminue à 130 nœuds. À partir de là, les freins ont commencé à faire défaut de sorte que l'avion est arrivé en bout de piste à 95 nœuds et a continué encore sur une distance de 1100 pieds. Il n'y a pas eu de décès, mais il y a eu quelques blessés. Deux des 10 systèmes de freinage étaient pratiquement neufs et ont bien fonctionné, mais les 8 autres étaient très usés. Ces freins usés, sollicités au maximum lors du décollage avorté, ont énormément chauffé et ont fini par perdre leur efficacité (c'est le *brake fade*). C'est pour cela que l'avion ne ralentissait plus autant après une certaine période de freinage.



www.baaa-acro.com/crash/crash-douglas-dc-10-30-dallas

8.9 LA PUISSANCE

Définition

De façon très large, la puissance est définie par

La puissance

$$P = \frac{\textit{Énergie} \text{ ou } \textit{travail}}{\textit{temps}}$$

Comme l'énergie ou le travail est en joule et que le temps est en seconde, cette puissance est en J/s. On a donné un nom à cette unité, il s'agit du watt (W).

Unité de la puissance : le watt

$$1W = 1\tfrac{J}{s} = 1\tfrac{kgm^2}{s^3}$$

Par exemple, une ampoule de 60 W consomme 60 joules d'énergie électrique par seconde. Un BBQ qui a une puissance de 10 000 W génère 10 000 joules d'énergie thermique par seconde.

On utilise parfois une autre unité, le horse-power qui vaut 746 W. Sachez qu'un cheval peut fournir beaucoup plus qu'un horse-power. Ce 746 W est le résultat d'une estimation fait au 19e siècle de la puissance **moyenne** que fait un cheval quand il travaille sans trop forcer. À ne pas confondre avec le cheval-vapeur qui ne vaut que 736 W !

Unité de la puissance : le horse-power

$$1\,hp = 746W$$

Puissance d'une force

Ici, on va s'intéresser à la puissance d'une force. Dans ce cas, la puissance est le travail fait par la force pendant un certain temps divisé par le temps requis pour faire ce travail.

La puissance d'une force

$$P = \frac{W}{\Delta t}$$

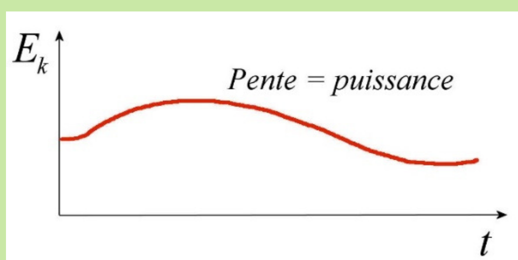
Comme le travail net est égal à la variation d'énergie cinétique, on a

$$P_{nette} = \frac{W_{net}}{\Delta t}$$

$$P_{nette} = \frac{\Delta E_k}{\Delta t}$$

Cette dernière équation est l'équation de la pente sur un graphique de l'énergie cinétique en fonction du temps. Cela signifie donc que

Sur un graphique de l'énergie cinétique d'un objet en fonction du temps, la pente est la puissance de la force nette agissant sur l'objet.



Le travail à partir de la puissance

Si la puissance est constante, on a

$$P = \frac{W}{\Delta t}$$

Cela signifie qu'on peut obtenir le travail à partir de la puissance avec

Travail à partir de la puissance si la puissance est constante

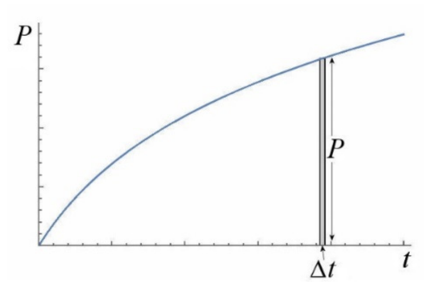
$$W = P\Delta t$$

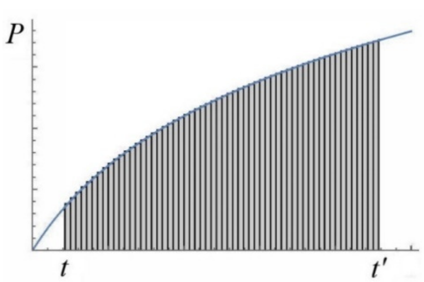
Si la puissance n'est pas constante, on sépare en moment où la puissance est constante et on somme ensuite tous ces travaux faits pendant chaque étape.

Travail à partir de la puissance si la puissance n'est pas constante

$$W = \sum P\Delta t$$

Sur un graphique de la puissance en fonction du temps, $P\Delta t$ est l'aire d'un rectangle très mince, comme sur la figure de droite.

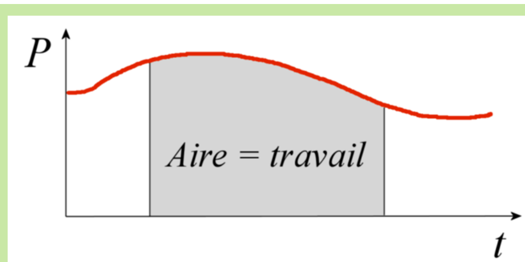




L'aire de ce petit rectangle est seulement le travail fait pendant un petit intervalle de temps Δt. Si on veut connaitre le travail total entre les temps t et t', on doit additionner tous les petits travaux, donc toutes les aires des petits rectangles entre ces deux instants.

La somme des aires de ces rectangles donne l'aire sous la courbe. (L'aire ne semble pas exactement la même puisqu'il y a des petits bouts de rectangles qui dépassent ou qui manquent, mais ces petits bouts ne sont pas là en réalité puisque nos rectangles sont très très minces.) On a donc la conclusion suivante.

Le travail fait est égal à l'aire sous la courbe de la puissance en fonction du temps.



Lien entre la puissance, la force et la vitesse

Puisque le travail est $W = F\ \Delta s \cos\ \theta$, on a

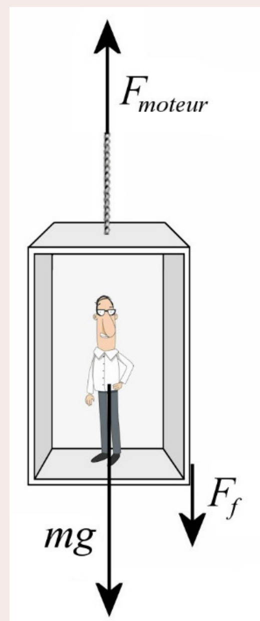
$$\begin{aligned} P &= \frac{W}{\Delta t} \\ &= \frac{F\Delta s\cos\theta}{\Delta t} \end{aligned}$$

Puisque $\Delta s/\Delta t = v$, on arrive à

Lien entre la puissance, la force et la vitesse

$$P = Fv\cos\theta$$

Exemple 8.9.1



Un ascenseur de 1000 kg (incluant le passager) monte avec une vitesse constante de 3 m/s. Si la force de friction s'opposant au mouvement de l'ascenseur est de 4000 N, quelle est la puissance (en hp) du moteur qui fait monter l'ascenseur ?

La force faite par le moteur se trouve avec la somme des forces verticales.

$$\begin{aligned} \sum F_y &= ma_y \\ -mg + F_{moteur} - F_f &= 0 \\ F_{moteur} &= mg + F_f \\ F_{moteur} &= 9800N + 4000N \\ F_{moteur} &= 13800N \end{aligned}$$

La puissance est donc

$$\begin{aligned} P_{moteur} &= F_{moteur} v\cos\theta \\ &= 13800N \cdot 3\tfrac{m}{s} \cdot \cos 0° \\ &= 41\,400W \\ &= 55{,}5hp \end{aligned}$$

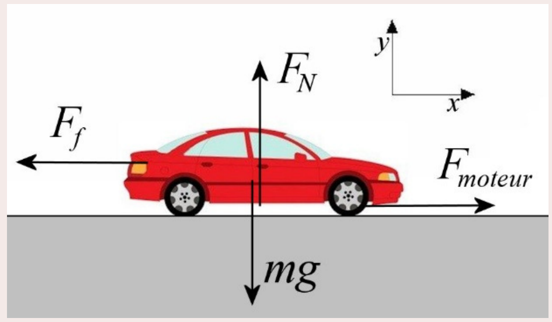
L'angle est de 0° puisque la force et la vitesse sont toutes les deux dirigées vers le haut.

Exemple 8.9.2

La puissance du moteur d'une voiture de 1000 kg est de 12 hp quand elle roule sur le plat avec une vitesse constante de 80 km/h. Quelle est la puissance du moteur si la même voiture monte une pente inclinée de 10° avec une vitesse constante de 80 km/h ?

Commençons par examiner ce qui se passe sur le plat. Cela nous permettra de connaitre la force de friction s'exerçant sur la voiture quand elle roule à 80 km/h.

Les forces sur le véhicule sont illustrées sur la figure. (La normale est en réalité répartie sur les quatre roues. La force du moteur s'applique en fait au contact des roues et du sol puisque c'est la friction entre les roues et l'asphalte qui fait avancer la voiture.)



fr.depositphotos.com/2577683/stock-illustration-Car.html

On remarque assez rapidement que si la vitesse est constante, on doit avoir

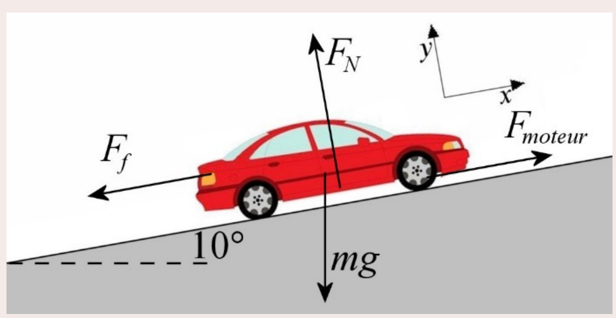
$$\sum F_x = ma_x$$
$$F_{moteur} - F_f = 0$$
$$F_f = F_{moteur}$$

On peut connaitre cette force du moteur puisqu'on connait la puissance du moteur. On a donc

$$P_{moteur} = F_{moteur} v \cos\theta$$
$$12hp \cdot 746W = F_{moteur} \cdot 22,22\tfrac{m}{s} \cdot \cos 0°$$
$$F_{moteur} = 402,8N$$

L'angle est de 0° puisque la force et la vitesse sont toutes les deux vers la droite. On sait donc maintenant que la grandeur de la force de friction sur la voiture est de 402,8 N quand elle se déplace à 80 km/h.

Examinons maintenant ce qui se passe si la voiture monte la pente de 10°. On a alors les forces illustrées sur la figure.



Pour trouver la puissance du moteur, il faudra trouver la force faite par le moteur. On la trouve avec la somme des forces en *x*.

$$\sum F_x = 0$$

$$F_{moteur} - F_f + mg\cos 100° = 0$$

$$F_{moteur} = F_f - mg\cos 100°$$

Puisqu'on va à la même vitesse que sur le plat, la force de friction est la même (402,8 N) on a donc

$$\begin{aligned} F_{moteur} &= F_f - mg\cos 100° \\ &= 402,8N - 1000kg \cdot 9,8\tfrac{N}{kg} \cdot \cos 100° \\ &= 402,8N + 1701,8N \\ &= 2104,6N \end{aligned}$$

La puissance est donc

$$\begin{aligned} P_{moteur} &= F_{moteur} v\cos\theta \\ &= 2104,6N \cdot 22,22\tfrac{m}{s} \cdot \cos 0° \\ &= 46\,768W \\ &= 62,7hp \end{aligned}$$

On voit que la puissance du moteur nécessaire augmente beaucoup pour monter cette pente. Certaines voitures ne pourraient réaliser cet exploit par manque de puissance. Les célèbres Chevettes des années 80, n'ayant qu'une puissance de 53 hp (modèle de base), n'auraient pas pu monter cette côte à 80 km/h.

en.wikipedia.org/wiki/Chevrolet_Chevette

8.10 LA PUISSANCE EN AVIATION

La puissance requise

Quand l'avion se déplace, les forces font un travail sur l'avion. Chaque force a donc une certaine puissance. On va particulièrement s'intéresser à la puissance de la poussée puisque cette puissance vient de la consommation de carburant.

La puissance de la poussée nécessaire pour faire avancer l'avion à la vitesse v est

$$\begin{aligned} P &= F_t v\cos\theta \\ &= F_t v\cos 0° \\ &= F_t v \end{aligned}$$

(L'angle est nul puisque la poussée est vers l'avant de l'avion, dans la même direction que la vitesse de l'avion.)

Voyons ce que devient cette formule pour les moteurs à hélice et les turboréacteurs. (On ne fera que ce cas ici.) En utilisant la formule de la poussée (pour un moteur à hélice et un turboréacteur)

$$F_t = \left(v_{\text{exp}} - v\right) R$$

on obtient une quantité appelée la puissance requise (*required power*).

Puissance requise

$$P_{req} = F_t v$$
$$P_{req} = Rv\left(v_{\text{exp}} - v\right)$$

Puissance du jet

La puissance requise n'est pas la puissance des moteurs. C'est la puissance nécessaire pour faire avancer l'avion à la vitesse v. Les moteurs font plus que cela, il pousse aussi de l'air vers l'arrière de l'avion. Ils donnent donc de l'énergie cinétique à l'air en plus de propulser l'avion.

Les moteurs prennent de l'air au repos et donnent à cet air une certaine vitesse vers l'arrière de l'avion. Comme l'air est expulsé vers l'arrière à la vitesse d'expulsion à partir d'un avion allant à la vitesse v, la vitesse de l'air est $v_{\text{exp}} - v$. L'énergie cinétique donnée à l'air durant le temps Δt est donc

$$\frac{1}{2} m \left(v_{\text{exp}} - v\right)^2$$

où m est la masse d'air qui est passée par le moteur durant le temps Δt. Comme la variation d'énergie cinétique est égal au travail fait par le moteur, on a

$$W = \frac{1}{2} m \left(v_{\text{exp}} - v\right)^2$$

Pour obtenir la puissance nécessaire pour donner de l'énergie cinétique à l'air, on divise le travail par le temps pris pour faire ce travail (ici Δt).

$$\begin{aligned} P &= \frac{W}{\Delta t} \\ &= \frac{1}{2} \frac{m}{\Delta t} \left(v_{\text{exp}} - v\right)^2 \end{aligned}$$

Ce $m/\Delta t$ est la masse d'air par seconde qui passe dans le moteur. C'est donc le R utilisé pour calculer de la poussée des moteurs.

$$P = \frac{1}{2} R \left(v_{\text{exp}} - v\right)^2$$

On obtient la puissance totale du moteur, appelée la *puissance du jet* (jet power), en additionnant la puissance nécessaire pour faire avancer l'avion et la puissance nécessaire pour donner de l'énergie cinétique à l'air. On a alors

$$\begin{aligned}
P_j &= Rv\left(v_{\exp} - v\right) + \frac{1}{2}R\left(v_{\exp} - v\right)^2 \\
&= R\left[v\left(v_{\exp} - v\right) + \frac{1}{2}\left(v_{\exp} - v\right)^2\right] \\
&= R\left[vv_{\exp} - v^2 + \frac{1}{2}v_{\exp}^2 - vv_{\exp} + \frac{1}{2}v^2\right] \\
&= R\left[-v^2 + \frac{1}{2}v_{\exp}^2 + \frac{1}{2}v^2\right] \\
&= R\left[\frac{1}{2}v_{\exp}^2 - \frac{1}{2}v^2\right]
\end{aligned}$$

Ce qui donne

Puissance du jet

$$P_j = \frac{1}{2}R\left(v_{\exp}^2 - v^2\right)$$

Exemple 8.10.1

Un Bombardier Q-400 de 24 000 kg vole horizontalement avec une vitesse constante de 300 nœuds à une altitude de 20 000 pieds (6000 m). À cette altitude, la densité de l'air est de 0,653 kg/m³. Dans ces conditions, la trainée sur l'avion est de 13 752 N (voir l'exemple 5.1.1). La poussée de chaque moteur doit donc être de 6 876 N pour annuler la trainée. Les hélices ont un diamètre de 4,1 m.

a) Quelle est la puissance requise pour 1 moteur ?

La puissance de la poussée est

$$\begin{aligned}
P_{req} &= Fv\cos\theta \\
&= 6876N \cdot 154{,}4\tfrac{m}{s} \cdot \cos 0° \\
&= 1062kW
\end{aligned}$$

b) Quelle est la puissance du jet ?

La puissance du jet est

$$P_j = \frac{1}{2}R\left(v_{\exp}^2 - v^2\right)$$

Pour la trouver, il nous fait la vitesse d'expulsion et *R*. On trouve la vitesse d'expulsion avec la formule de la poussée.

$$F_t = \frac{1}{2}\left(v_{\exp}^2 - v^2\right)\rho A_h$$

Pour trouver la vitesse d'expulsion, il nous faut A_h, l'aire du cercle décrit par les hélices quand elles tournent. Puisque le rayon est de 2,05 m, l'aire est

$$\begin{aligned} A_h &= \pi r^2 \\ &= \pi \cdot (2,05m)^2 \\ &= 13,20m^2 \end{aligned}$$

Comme la force faite par chaque moteur doit être de 6876 N, on a

$$\begin{aligned} F_t &= \frac{1}{2}\left(v_{\exp}^2 - v^2\right)\rho A_h \\ 6876N &= \frac{1}{2}\cdot\left(v_{\exp}^2 - \left(154,4\tfrac{m}{s}\right)^2\right)\cdot 0,653\tfrac{kg}{m^3}\cdot 13,2m^2 \\ 6876N &= 4,3098\tfrac{kg}{m}\cdot\left(v_{\exp}^2 - \left(154,4\tfrac{m}{s}\right)^2\right) \\ 1595\tfrac{m^2}{s^2} &= v_{\exp}^2 - \left(154,4\tfrac{m}{s}\right)^2 \\ 1595\tfrac{m^2}{s^2} + \left(154,4\tfrac{m}{s}\right)^2 &= v_{\exp}^2 \\ 25\,434\tfrac{m^2}{s^2} &= v_{\exp}^2 \\ v_{\exp} &= 159,5\tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

On peut ensuite trouver *R* avec l'autre formule de la poussée du moteur

$$\begin{aligned} F_t &= R\left(v_{\exp} - v\right) \\ 6876N &= R\cdot\left(159,5\tfrac{m}{s} - 154,4\tfrac{m}{s}\right) \\ R &= 1348\tfrac{kg}{s} \end{aligned}$$

La puissance du jet est donc

$$\begin{aligned} P_j &= \frac{1}{2}R\left(v_{\exp}^2 - v^2\right) \\ &= \frac{1}{2}\cdot 1348\tfrac{kg}{s}\cdot\left(\left(159,5\tfrac{m}{s}\right)^2 - \left(154,4\tfrac{m}{s}\right)^2\right) \\ &= 1079kW \end{aligned}$$

L'efficacité propulsive

On remarque que la puissance du jet, qui est la puissance fournie par le moteur pour accélérer l'air est un peu plus grande que la puissance requise pour faire avancer l'avion. Cela signifie qu'il y a une partie de la puissance faite par les moteurs qui n'est pas utilisée pour faire avancer l'avion. Cette énergie supplémentaire est l'énergie cinétique de l'air et qui sera ultimement transformée en chaleur par les mouvements d'air. Notre exemple nous montre quand même qu'une bonne partie de la puissance (1062 kW sur les 1079 kW fournis par le moteur) sert à propulser l'avion.

La proportion de la puissance du moteur qui sert à propulser l'avion est l'efficacité propulsive (*propulsive efficiency*) ou l'efficacité de Foudre.

Efficacité propulsive (moteur à hélice et turboréacteurs)

$$\eta = \frac{P_{req}}{P_{jet}}$$

Dans notre exemple, les puissances étaient de

$$P_{req} = 1062kW \qquad\qquad P_j = 1079kW$$

L'efficacité du Q-400 à cette vitesse est donc de

$$\eta = \frac{1062kW}{1079kW} = 0,984$$

Cela signifie que 98,4 % de la puissance des moteurs sert à propulser l'avion. Le reste est utilisé pour augmenter l'énergie cinétique de l'air.

En utilisant les formules de la puissance requise et de la puissance du jet

$$P_{req} = Rv\left(v_{\exp} - v\right) \qquad\qquad P_j = \frac{1}{2}R\left(v_{\exp}^2 - v^2\right)$$

on arrive à

$$\begin{aligned}\eta &= \frac{Rv\left(v_{\exp} - v\right)}{\frac{1}{2}R\left(v_{\exp}^2 - v^2\right)}\\ &= \frac{2v\left(v_{\exp} - v\right)}{\left(v_{\exp}^2 - v^2\right)}\end{aligned}$$

Puisque $A^2 - B^2 = (A + B)(A - B)$, on a

$$\eta = \frac{2v\left(v_{\exp} - v\right)}{\left(v_{\exp} + v\right)\left(v_{\exp} - v\right)}$$

En simplifiant, on arrive à

Efficacité propulsive (moteur à hélice et turboréacteurs)

$$\eta = \frac{2v}{v_{\exp} + v}$$

Dans votre exemple, on avait

$$v = 154,4 \tfrac{m}{s} \qquad v_{\exp} = 159,5 \tfrac{m}{s}$$

Ce qui donne une efficacité de

$$\eta = \frac{2 \cdot 154,4 \frac{m}{s}}{159,5 \frac{m}{s} + 154,4 \frac{m}{s}} = 0,984$$

L'efficacité diminue si on diminue la taille de l'hélice ou de la soufflante. Examinons ce que serait l'efficacité si le diamètre des hélices était de 2 m plutôt que de 4,1 m.

Exemple 8.10.2

Un Bombardier Q-400 de 24 000 kg vole horizontalement avec une vitesse constante de 300 nœuds à une altitude de 20 000 pieds (6096 m). À cette altitude, la densité de l'air est de 0,653 kg/m³. Dans ces conditions, la trainée sur l'avion est de 13 752 N (voir l'exemple 5.1.1). La poussée de chaque moteur doit donc être de 6876 N pour annuler la trainée. Si les hélices avaient un diamètre de 2 m, quelle serait l'efficacité propulsive ?

L'efficacité propulsive est

$$\eta = \frac{2v}{v_{\exp} + v}$$

Pour la trouver, il nous faut la vitesse d'expulsion. On trouve la vitesse d'expulsion avec la formule de la poussée.

$$F_t = \frac{1}{2}\left(v_{\exp}^2 - v^2\right)\rho A_h$$

Pour trouver la vitesse d'expulsion, il nous faut A_h, l'aire du cercle décrit par les hélices quand elles tournent. Ont sait que l'aire est

$$\begin{aligned} A_h &= \pi r^2 \\ &= \pi \cdot (1m)^2 \\ &= 3,141 m^2 \end{aligned}$$

Comme la force faite par chaque moteur doit être de 6876 N, on a

$$F_t = \frac{1}{2}\left(v_{\exp}^2 - v^2\right)\rho A_h$$

$$6876N = \frac{1}{2}\cdot\left(v_{\exp}^2 - \left(154,4\tfrac{m}{s}\right)^2\right)\cdot 0,653\tfrac{kg}{m^3}\cdot 3,141m^2$$

$$6876N = 1,0255\tfrac{kg}{m}\cdot\left(v_{\exp}^2 - \left(154,4\tfrac{m}{s}\right)^2\right)$$

$$6705\tfrac{m^2}{s^2} = v_{\exp}^2 - \left(154,4\tfrac{m}{s}\right)^2$$

$$6705\tfrac{m^2}{s^2} + \left(154,4\tfrac{m}{s}\right)^2 = v_{\exp}^2$$

$$30\,544\tfrac{m^2}{s^2} = v_{\exp}^2$$

$$v_{\exp} = 174,8\tfrac{m}{s}$$

L'efficacité est donc

$$\begin{aligned}\eta &= \frac{2v}{v_{\exp}+v}\\ &= \frac{2\cdot 154,4\tfrac{m}{s}}{174,8\tfrac{m}{s}+154,4\tfrac{m}{s}}\\ &= 0,938\end{aligned}$$

L'efficacité a donc diminué. Alors que seulement 1,6 % de l'énergie ne servait pas à propulser l'avion avec des hélices de 4,1 m, 6,2 % de l'énergie ne propulse pas l'avion avec des hélices de 2 m. Plus l'hélice est grande, plus l'efficacité sera grande.

L'efficacité diminue avec la taille de l'hélice parce qu'une grande hélice va pousser une plus grande quantité d'air par seconde. En poussant une plus grande masse, on diminue la vitesse d'expulsion à l'air. On voit bien avec cette formule

$$F_t = \frac{1}{2}\left(v_{\exp}^2 - v^2\right)\rho A_h$$

qu'avec une plus petite hélice, on doit augmenter la vitesse d'expulsion et cela fait diminuer l'efficacité propulsive. Tout cela veut dire qu'en diminuant la taille de l'hélice ou de la soufflante, on doit donner plus d'énergie cinétique à l'air pour obtenir la même poussée. Plus on donne de l'énergie cinétique à l'air, plus l'efficacité propulsive est basse.

L'efficacité des très gros avions, du genre Airbus A350, est beaucoup plus basse parce que le diamètre des soufflantes est plus petit par rapport à la taille de l'avion que pour un Q-400. Cette petite taille relative fait en sorte qu'on doit augmenter la vitesse d'éjection et cela diminue donc l'efficacité propulsive. Ainsi, l'efficacité propulsive d'un Airbus A350 est aux environ de 0,7.

L'efficacité des moteurs à réaction (turbojet) est plus faible. Ces moteurs éjectent une plus petite quantité de gaz à une vitesse plus élevée. Il y a donc beaucoup d'énergie cinétique dans le gaz ce qui signifie qu'une bonne partie de l'énergie s'en va en énergie cinétique du gaz plutôt qu'en énergie cinétique de l'avion.

L'efficacité totale

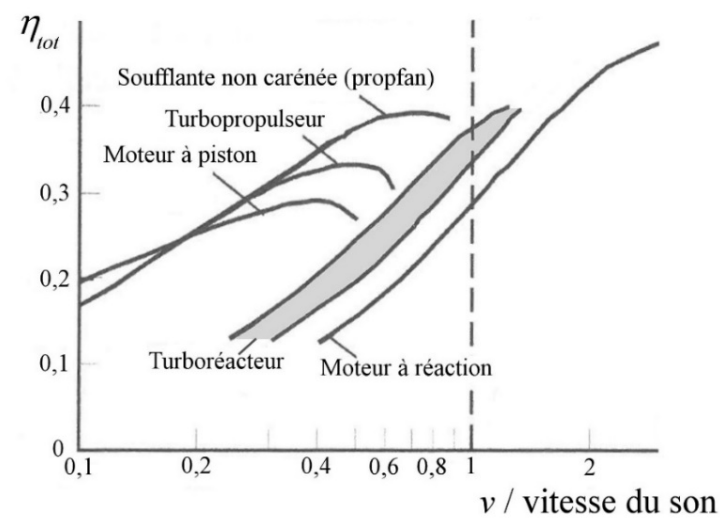
Notez qu'il existe aussi une autre efficacité pour les moteurs. Il s'agit de l'efficacité totale qui compare l'énergie donnée à l'avion à l'énergie du carburant consommée par le moteur.

Efficacité totale

$$\eta_{tot} = \frac{F_t v}{\text{énergie du carburant consommé par seconde}}$$

Cette efficacité est plus basse que l'efficacité propulsive parce qu'elle prend maintenant en compte l'énergie perdue dans le moteur en friction et en chaleur. Notez que le carburant utilisé en aviation donne environ 42 000 kJ/kg et que l'efficacité totale des turboréacteurs se situe généralement entre 0,30 et 0,35 à grande vitesse. Cela signifie que seulement 30 à 35 % de l'énergie du carburant sert à propulser l'avion. Le reste est perdu en chaleur et en énergie cinétique de l'air expulsé.

Voici comment change l'efficacité totale en fonction de la vitesse pour différents types de moteurs.



E. Torenbeek, H. Wittenberg, Flight Physics

Ces courbes d'efficacité nous permettent de facilement comprendre pourquoi on utilise des moteurs à piston dans les avions volant à basse vitesse comme les Cessna, de la turbopropulsion (hélice propulsée par une turbine) pour des avions régionaux comme le Q-400, et des turboréacteurs (turbofans) pour des avions plus gros, comme un Airbus A350, dont la vitesse de croisière s'approche de celle du son. (Il y a comme une bande pour les turboréacteurs (turbofans) parce qu'il y a quelques variantes de moteur.)

Exemple 8.10.3

Un Bombardier Q-400 de 24 000 kg vole horizontalement avec une vitesse constante de 300 nœuds à une altitude de 20 000 pieds (6096 m). Dans ces conditions, la trainée sur l'avion est de 13 752 N (voir l'exemple 5.1.1). Combien de carburant (en kg) consomme-t-on en 1 heure si l'efficacité totale est de 0,34 ?

Selon la formule de l'efficacité, on a

$$\eta_{tot} = \frac{F_t v}{\text{énergie du carburant consommé par seconde}}$$

$$0,34 = \frac{13\,752N \cdot 154,4\,\frac{m}{s}}{\text{énergie du carburant consommé par seconde}}$$

$$\text{énergie du carburant consommé par seconde} = \frac{13\,752N \cdot 154,4\,\frac{m}{s}}{0,34}$$

$$\text{énergie du carburant consommé par seconde} = 6245\,\tfrac{kJ}{s}$$

Comme 1 kg de carburant donne 42 000 kJ, la quantité de carburant consommé par seconde est

$$\text{masse du carburant consommé par seconde} = \frac{6245\,\frac{kJ}{s}}{42\,000\,\frac{kJ}{kg}} = 0,149\,\tfrac{kg}{s}$$

Comme il y a 3600 s en une heure, la consommation par heure est

$$\text{masse du carburant consommé par heure} = 0,149 \cdot 3600\,\tfrac{kg}{h} = 536\,\tfrac{kg}{h}$$

La puissance minimale en vol horizontal à vitesse constante

En vol horizontal à vitesse constante, la poussée des moteurs est égale à la trainée. Ainsi, la puissance requise pour faire avancer l'avion est

$$P_{req} = F_t v$$

devient

$$P_{req} = F_d v$$

Or, on sait (chapitre 5) que la force de trainée varie avec la vitesse selon la formule

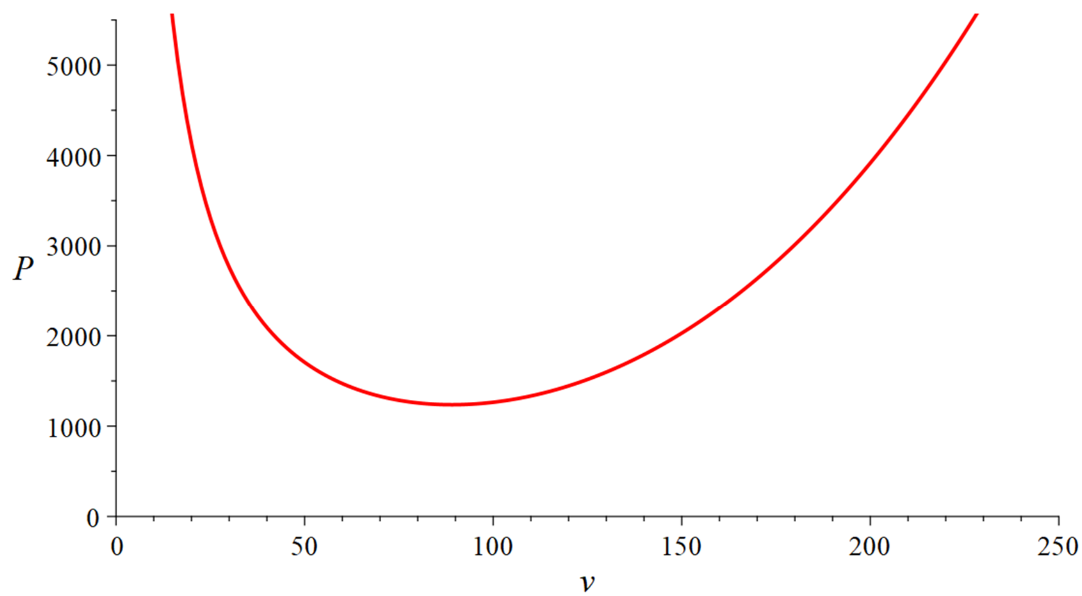
$$F_d = \frac{1}{2} C_{d0} A \rho v^2 + \frac{2m^2 g^2}{\rho e \pi S^2 v^2}$$

Si on multiplie cette force par la vitesse pour obtenir la puissance, on a

Puissance requise pour un avion en vol horizontal à vitesse constante

$$P_{req} = \frac{1}{2} C_{d0} A \rho v^3 + \frac{2m^2 g^2}{\rho e \pi S^2 v}$$

Par exemple, voici le graphique de la puissance requise (en kW) en fonction de la vitesse (en m/s) pour un Bombardier Q-400 volant à 20 000 pieds (avec une masse volumique de l'air de 0,653 kg/m³).



On voit qu'il y a un minimum. On peut montrer que la puissance minimale est de

Puissance minimale pour un avion en vol horizontal à vitesse constante

$$P_{\min} = \sqrt[4]{\frac{1024 C_{d0} A m^6 g^6}{27 \rho^2 e^3 \pi^3 S^6}}$$

Attention : c'est une racine quatrième…

De plus, on voit que la puissance est minimale à une certaine vitesse. Cette vitesse est

Vitesse de puissance minimale d'un avion en vol horizontal

$$v_{P\min} = \sqrt[4]{\frac{4m^2 g^2}{3 C_{d0} A \rho^2 e \pi S^2}} = \frac{v_{d\min}}{\sqrt[4]{3}}$$

Attention : c'est une racine quatrième…

Exemple 8.10.4

Un Bombardier Q-400 vole à une altitude de 20 000 pieds (6000 m, masse volumique de l'air de 0,653 kg/m³).

a) Quelle est la puissance minimale requise pour faire avancer cet avion à vitesse constante ?

La puissance minimale est

$$\begin{aligned} P_{\min} &= \sqrt[4]{\frac{1024 C_{d0} A m^6 g^6}{27\rho^2 e^3 \pi^3 S^6}} \\ &= \sqrt[4]{\frac{1024 \cdot 0{,}020 \cdot 63{,}1m^2 \cdot \left(24\,000kg\right)^6 \cdot \left(9{,}8\tfrac{N}{kg}\right)^6}{27 \cdot \left(0{,}653\tfrac{kg}{m^3}\right)^2 \cdot 0{,}75^3 \cdot \pi^3 \left(28{,}4m\right)^6}} \\ &= 1289{,}9kW \end{aligned}$$

b) À quelle vitesse a-t-on cette puissance minimale (en nœuds) ?

La vitesse de puissance minimale est

$$\begin{aligned} v_{d\min} &= \sqrt[4]{\frac{4m^2 g^2}{3C_{d0} A \rho^2 e \pi S^2}} \\ &= \sqrt[4]{\frac{4 \cdot \left(24\,000kg\right)^2 \cdot \left(9{,}8\tfrac{N}{kg}\right)^2}{3 \cdot 0{,}020 \cdot 63{,}1m^2 \cdot \left(0{,}653\tfrac{kg}{m^3}\right)^2 \cdot 0{,}75 \cdot \pi \cdot \left(28{,}4m\right)^2}} \\ &= \sqrt[4]{72\,124\,005\tfrac{m^4}{s^4}} \\ &= 92{,}2\tfrac{m}{s} \\ &= 179{,}1kts \end{aligned}$$

Cette vitesse est bel et bien la vitesse de trainée minimale, qui est de 235,7 kts (exemple 5.1.4), divisée par $\sqrt[4]{3}$.

Cela mène évidemment à une question cruciale. Est-il plus économique de voler à la vitesse de trainée minimale ou à la vitesse de puissance minimale ? À la vitesse de trainée minimale, la poussée des moteurs est plus petite alors qu'à la vitesse de puissance minimale, la puissance est plus petite. Si on veut économiser du carburant, on pourrait penser qu'il faut être à la plus petite puissance puisque cela veut dire que l'on consomme moins d'énergie par seconde à cette vitesse. En fait, cela dépend de ce qu'on doit faire.

1) Il y a une destination

Si on doit se rendre à une destination, il est préférable d'aller à la vitesse de trainée minimale. C'est vrai qu'on utilise moins d'énergie par seconde à la puissance minimale, mais comme on va moins vite, on va voler plus longtemps. Au total, il faudra plus d'énergie à la puissance minimale. Faisons un petit calcul de l'énergie nécessaire pour faire avancer notre Bombardier de 100 km à cette altitude.

Si l'avion va à la vitesse de trainée minimale (121,3 m/s), alors la puissance requise est (on utilise les valeurs obtenues à l'exemple 5.1.4)

$$\begin{aligned} P &= F_t v \\ &= 12\,122N \cdot 121,3\tfrac{m}{s} \\ &= 1470,4kW \end{aligned}$$

Comme il faut 824,4 s pour faire 100 kilomètres à la vitesse de trainée minimale (121,3 m/s), l'énergie nécessaire pour faire 100 kilomètres est

$$\begin{aligned} E &= P\Delta t \\ &= 1470,4kW \cdot 824,4s \\ &= 1212,2MJ \end{aligned}$$

Si l'avion va à la vitesse de puissance minimale (92,2 m/s), alors la puissance requise est 1289,9 kW. Comme il faut 1084,6 s pour faire 100 kilomètres à cette vitesse, l'énergie nécessaire est

$$\begin{aligned} E &= P\Delta t \\ &= 1289,9kW \cdot 1084,6s \\ &= 1399,0MJ \end{aligned}$$

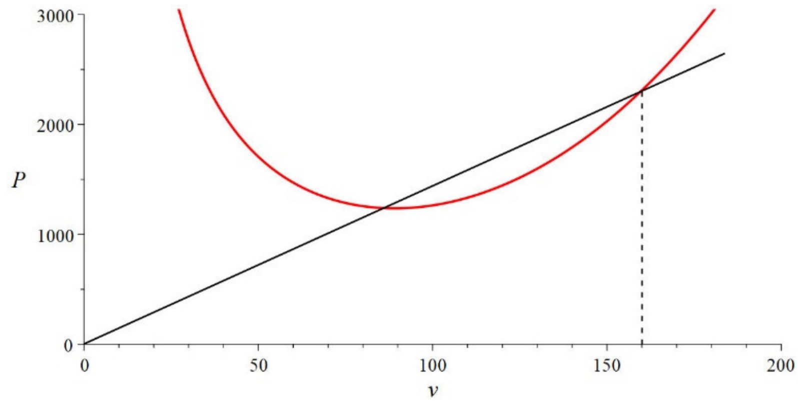
On voit que c'est plus économique d'aller à la vitesse de trainée minimale. D'accord, on dépense moins de carburant par seconde à la vitesse de puissance maximale, mais le vol est tellement plus long qu'on finit par dépenser plus d'énergie.

2) Il n'y a pas destination (en attente)

Par contre, si on veut rester dans les airs le plus longtemps possible sans avoir à aller à une destination précise, on doit aller à la vitesse de puissance minimale (ce qui pourrait arriver si on est en attente au-dessus d'un aéroport par exemple). C'est à cette vitesse que le carburant est consommé le plus lentement. En étant à cette vitesse, on va dépenser moins de carburant et aura donc du carburant pour plus de temps (ce qui peut être utile si les réservoirs commencent à être vides).

La trainée à partir du graphique de la puissance

On peut trouver la trainée agissant sur l'avion à une certaine vitesse à partir du graphique de la puissance. Par exemple, si on veut trouver la trainée sur le Q-400 quand il vole à une vitesse de 160 m/s, on trace une droite qui va de l'origine au point de la puissance correspondant à une vitesse de 160 m/s.



La pente de cette droite est

$$pente = \frac{P}{v}$$

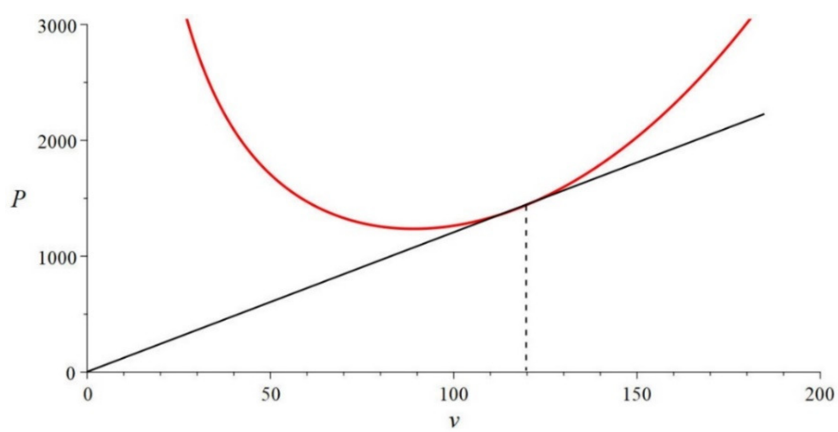
Comme la puissance est $F_d \cdot v$, on a

$$\begin{aligned} pente &= \frac{F_d \cdot v}{v} \\ &= F_d \end{aligned}$$

La pente de la droite est donc la trainée agissant sur l'avion quand sa vitesse est de 160 m/s.

On peut aussi trouver la trainée minimale ainsi que la vitesse de trainée minimale en traçant la droite qui a la plus petite pente. On peut voir cette droite sur le graphique suivant.

Selon ce graphique, la vitesse de trainée minimale serait près de 120 m/s (on avait calculé que cette vitesse est de 121 m/s au chapitre 5). Ce graphique montre clairement que la vitesse de trainée minimale sera toujours plus grande que la vitesse de puissance minimale.



Règles pour la poussée maximale des moteurs selon la vitesse

On peut maintenant donner une précision. Jusqu'ici, on a souvent supposé que les moteurs pouvaient générer une force maximale constante, peu importe la vitesse de l'avion. Voici maintenant une meilleure règle (qui reste quand même un peu approximative).

Les moteurs à réaction (turbojets) ont une poussée maximale à peu près constante, peu importe la vitesse de l'avion

Les moteurs à hélice et les turboréacteurs ont une puissance maximale à peu près constante, peu importe la vitesse de l'avion

Comme la puissance des moteurs est

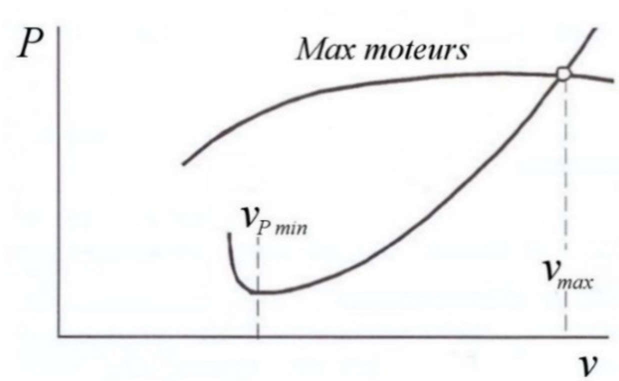
$$P = F_t v$$

Cela signifie que la poussée maximale des moteurs à hélice et des turboréacteurs diminue avec la vitesse de l'avion.

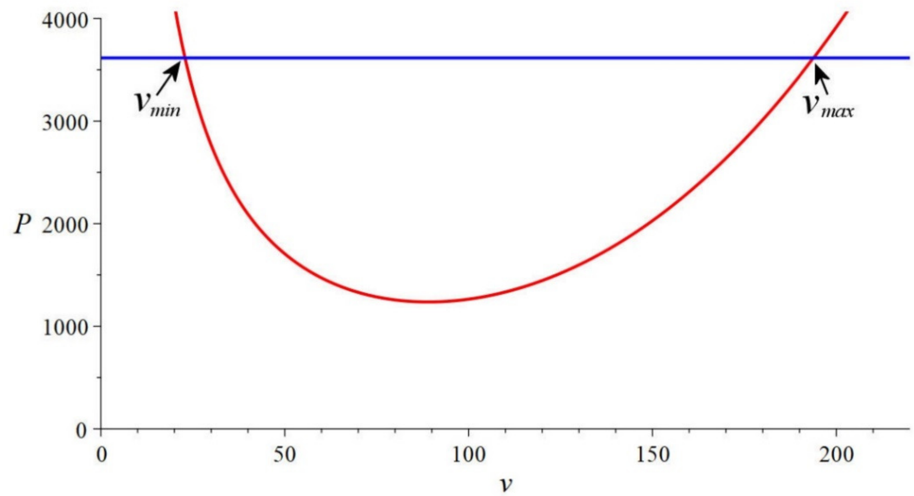
Vitesse maximale de l'avion

Au chapitre 5, on avait mentionné qu'il y avait une vitesse maximale de l'avion, mais on ne l'avait pas calculée parce qu'on ne savait pas comment diminuait la poussée des moteurs à hélice et des turboréacteurs avec la vitesse.

Toutefois, on peut trouver la vitesse maximale de l'avion plus facilement avec la puissance. Dans ce cas, on examine les courbes de la puissance disponible (la puissance maximale que peuvent fournir les moteurs) et de la puissance requise pour faire avancer l'avion. (On voit sur ce graphique que la puissance disponible (max moteurs) est approximativement constante pour des vitesses plus grandes que la vitesse de puissance minimale.)



Par exemple, notre Q-400 a une puissance disponible de 6700 kW (3350 kW pour chaque moteur) au sol. Cette puissance diminue toutefois avec l'altitude. À 20 000 pieds, la puissance disponible est aux alentours de 3600 kW. Si on voulait savoir la vitesse maximale à 20 000 pieds, on chercherait le point de croisement de droite entre la puissance disponible (ligne bleue à 3600 kW) et la puissance requise (courbe rouge).

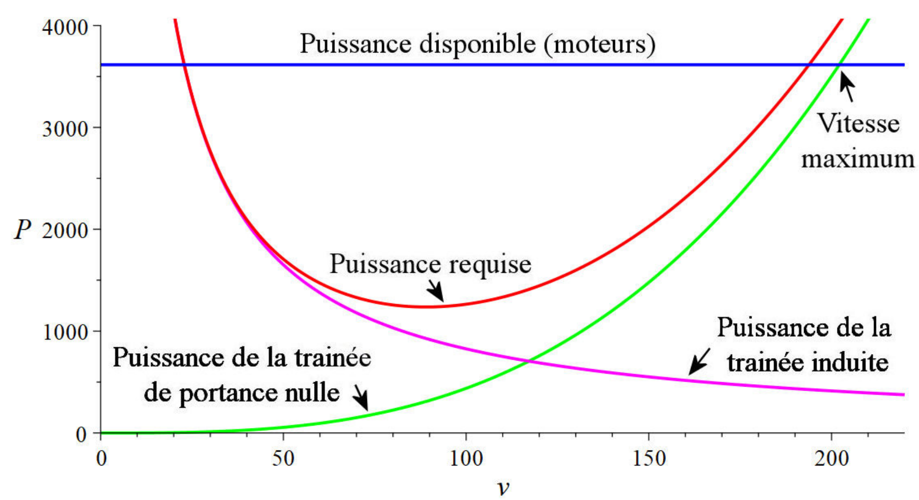


En fait, ce calcul n'est pas facile. L'équation à résoudre, une équation de degré 4, est vraiment difficile à résoudre.

Heureusement, on peut faire une excellente approximation. La puissance requise se calcule à partir de la trainée qui elle-même est composée de 2 forces : la trainée de portance nulle et la traine induite. Dans la formule de la puissance requise, le premier terme vient de la trainée de portance nulle et le deuxième terme vient de la trainée induite.

$$P_{req} = \frac{1}{2} C_{d0} A \rho v^3 + \frac{2m^2 g^2}{\rho e \pi S^2 v}$$

Puisque le premier terme est multiplié par v^3 et que le deuxième terme est divisé par v, le premier terme va largement dominer à haute vitesse. On peut d'ailleurs voir sur le graphique suivant que la puissance de la trainée de portance nulle domine et est presque égale à la puissance requise quand la vitesse est près de la vitesse maximum de l'avion.



On va donc négliger le deuxième terme dans la formule de la puissance requise pour arriver à la formule suivante.

$$P_{req} = \frac{1}{2} C_{d0} A \rho v^3$$

Si cette puissance est égale à la puissance disponible (*available power)*, on a

$$P_{av} = \frac{1}{2} C_{d0} A \rho v^3$$

Si on isole la vitesse, on a

Vitesse maximale d'un avion

$$v_{\max} \approx \sqrt[3]{\frac{2P_{av}}{C_{d0} A \rho}}$$

Attention : c'est une racine cubique…

(Si on calculait sans négliger la puissance requise pour annuler la trainée induite, on aurait une vitesse un peu plus petite d'une quinzaine de mètres par seconde, comme on peut voir sur le graphique.)

(On pourrait aussi calculer la vitesse minimale, mais elle est souvent inférieure à la vitesse de décrochage. Elle est supérieure à la vitesse de décrochage uniquement en haute altitude et elle n'est pas facile à calculer dans ce cas.)

Exemple 8.10.5

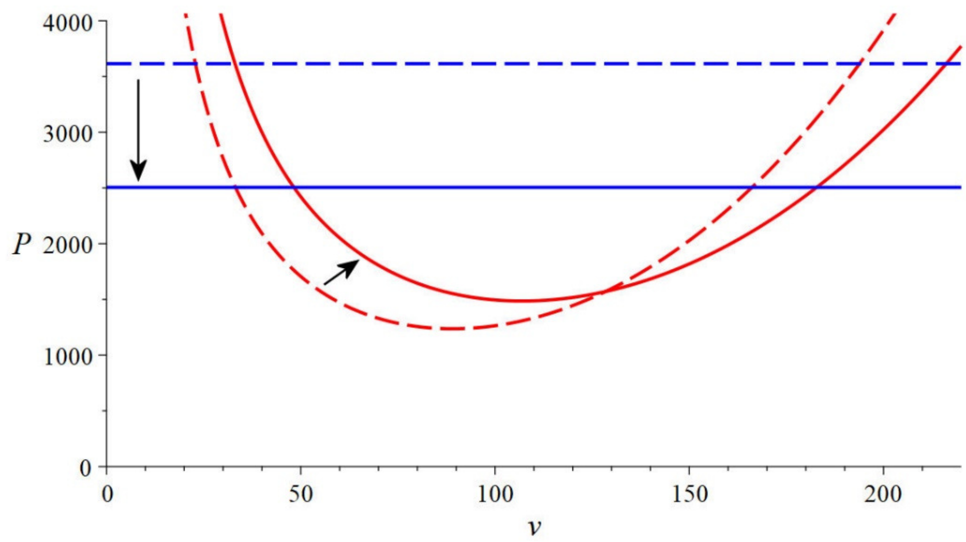
Quelle est la vitesse maximale d'un Bombardier Q-400 volant à une altitude de 20 000 pieds (6096 m, masse volumique de l'air de 0,653 kg/m³) si la puissance maximale des moteurs est de 3600 kW ?

La vitesse maximale est

$$\begin{aligned} v_{\max} &= \sqrt[3]{\frac{2P_{av}}{C_{d0} A \rho}} \\ &= \sqrt[3]{\frac{2 \cdot 3\,600\,000 W}{0,020 \cdot 63,1 m^2 \cdot 0,653 \frac{kg}{m^3}}} \\ &= 206,0 \tfrac{m}{s} \\ &= 400,2 kts \end{aligned}$$

La véritable vitesse maximale est un peu plus petite (382 nœuds) parce qu'on a négligé la trainée induite.

Augmentons l'altitude pour voir comment changent les vitesses minimum et maximum de l'avion. Voici ce qu'on aurait à 30 000 pieds (même si on ne suggère pas de dépasser 25 000 pieds avec le Q-400).



La courbe de la puissance disponible baisse et elle est maintenant à près de 2500 kW. La courbe rouge monte et se déplace vers la droite avec l'altitude. Cela a fait augmenter la vitesse minimum (elle est passée de 24,8 m/s à 51,5 m/s, donc de 48 nœuds à 100 nœuds) et diminuer la vitesse maximum (elle est passée de 196,9 m/s à 184,3 m/s, donc de 382 nœuds à 358 nœuds). La vitesse minimum est en fait encore limitée par la vitesse de décrochage qui est de 104 m/s (202 nœuds) à cette altitude.

Plus l'altitude augmente, plus la plage de vitesse permise se rétrécit. Pour un avion comme le Q-400, elle ne devient jamais vraiment petite, mais pour des avions utilisant des turboréacteurs et volant à des altitudes très élevées, l'écart entre la vitesse minimum et la vitesse maximum peut devenir très petit.

Rythme de montée maximum

Avec l'énergie, on peut trouver une formule qui donne le rythme de montée maximum.

Quand on monte à vitesse constante, l'énergie gravitationnelle augmente à un certain rythme. Ce rythme est

$$\frac{\Delta U_g}{\Delta t}$$

Or, selon la conservation de l'énergie, on a

$$\Delta E_k + \Delta U_g = W_{autres}$$

Comme on monte à vitesse constante, la variation d'énergie cinétique est nulle.

$$\Delta U_g = W_{autres}$$

Comme le travail fait par les autres forces est le travail fait par le moteur et le travail fait par la trainée (la portance ne fait pas de travail), on a

$$\Delta U_g = W_d + W_t$$

Si on divise par Δt, on a

$$\frac{\Delta U_g}{\Delta t} = \frac{W_d}{\Delta t} + \frac{W_t}{\Delta t}$$

Comme le 2e terme est la puissance de la trainée et le 3e terme est la puissance des moteurs, on a

$$\frac{\Delta U_g}{\Delta t} = P_d + P_t$$

On se rappelle que la puissance requise est la puissance nécessaire pour annuler la puissance de la trainée. Cela veut dire que

$$P_d + P_{req} = 0$$
$$P_t = -P_{req}$$

On a donc

$$\frac{\Delta U_g}{\Delta t} = -P_{req} + P_t$$

Comme $U_g = mgy$, on obtient

$$mg\frac{\Delta y}{\Delta t} = P_t - P_{req}$$
$$\frac{\Delta y}{\Delta t} = \frac{P_t - P_{req}}{mg}$$

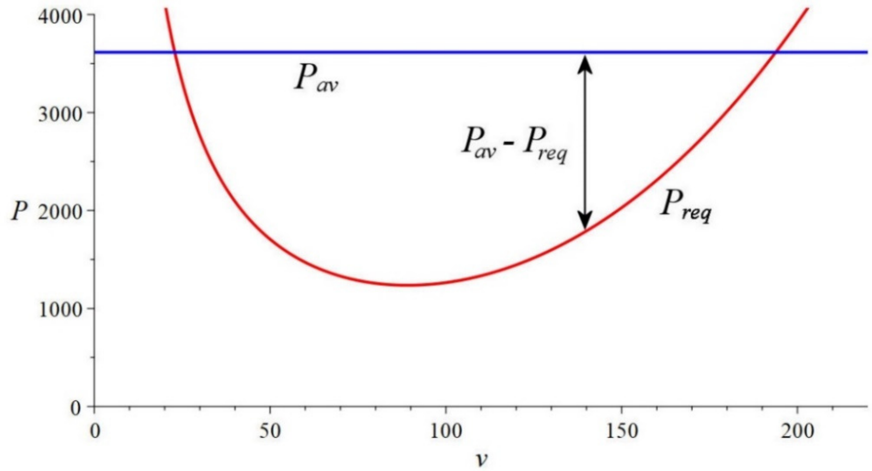
$\Delta y/\Delta t$ est le rythme de montée (qu'on va noter C pour *climb rate*). On a donc

$$C = \frac{P_t - P_{req}}{mg}$$

À la puissance maximale des moteurs (puissance disponible), on arrive à

$$C = \frac{P_{av} - P_{req}}{mg}$$

Le taux de montée à la puissance maximale est donc lié à l'écart entre la puissance disponible et la puissance requise. Graphiquement, cela veut dire que le taux de montée dépend de l'écart entre les deux courbes de puissance.

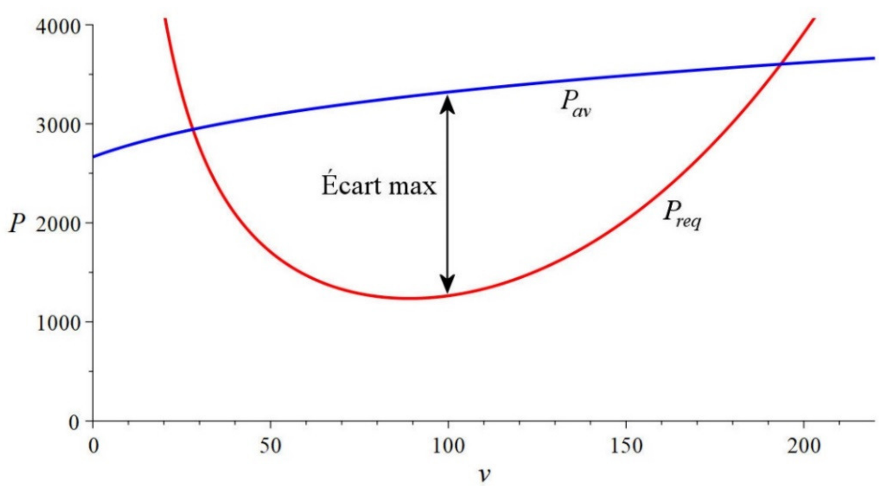


Évidemment, le rythme de montée sera à sa valeur maximum quand l'écart sera le plus grand, donc quand la puissance requise est à sa valeur minimale.

Rythme de montée maximal d'un avion

$$C_{\max} = \frac{P_{av} - P_{\min}}{mg}$$

Cela nous dit que la montée doit se faire à la vitesse de puissance minimale. En réalité, le rythme de montée pourrait être à son maximum à une vitesse un peu différente de la vitesse de trainée minimale parce que la puissance disponible n'est pas exactement une constante. Reste que, peu importe la forme de la courbe qui donne la puissance disponible en fonction de la vitesse, le taux de montée maximum est toujours atteint quand l'écart entre la puissance disponible et la puissance requise est le plus grand.



On voit maintenant que le taux de montée maximale est atteint à une vitesse un peu plus grande que la vitesse de trainée minimale, mais on reste quand même pas loin de cette vitesse si la puissance disponible est presque constante.

Dans tous nos calculs ici, on va approximer en disant que la puissance requise est une constante.

Exemple 8.10.6

Un Bombardier Q-400 fait une montée à une altitude de 1000 pieds. La masse volumique de l'air à cette altitude est de 1,190 kg/m³.

a) Quel est le rythme de montée maximal qu'on peut obtenir si la puissance maximale à cette altitude est de 6070 kW ?

Pour trouver le rythme de montée maximal, il nous fait la puissance requise minimale. Cette puissance est

$$\begin{aligned}P_{\min} &= \sqrt[4]{\frac{1024 C_{d0} A m^6 g^6}{27\rho^2 e^3 \pi^3 S^6}} \\ &= \sqrt[4]{\frac{1024 \cdot 0,020 \cdot 63,1m^2 \cdot (24\,000kg)^6 \cdot \left(9,8\tfrac{N}{kg}\right)^6}{27 \cdot \left(1,190\tfrac{kg}{m^3}\right)^2 \cdot 0,75^3 \cdot \pi^3 (28,4m)^6}} \\ &= 955\,533W\end{aligned}$$

Le rythme de montée maximal est donc de

$$\begin{aligned}C_{\max} &= \frac{P_{av} - P_{\min}}{mg} \\ &= \frac{6\,070\,000W - 955\,533W}{24\,000kg \cdot 9,8\tfrac{N}{kg}} \\ &= 21,75\tfrac{m}{s} \\ &= 4281\tfrac{pieds}{min}\end{aligned}$$

b) À quelle vitesse doit se faire cette montée ?

Pour avoir le rythme de montée le plus grand, on doit monter à la vitesse de puissance minimale. Ici, cette vitesse est

$$\begin{aligned}v_{P\min} &= \sqrt[4]{\frac{4m^2 g^2}{3C_{d0} A\rho^2 e\pi S^2}} \\ &= \sqrt[4]{\frac{4 \cdot (24\,000kg)^2 \cdot \left(9,8\tfrac{N}{kg}\right)^2}{3 \cdot 0,020 \cdot 63,1m^2 \cdot \left(1,190\tfrac{kg}{m^3}\right)^2 \cdot 0,75 \cdot \pi \cdot (28,4m)^2}}\end{aligned}$$

$$= \sqrt[4]{21\,717\,622 \tfrac{m^4}{s^4}}$$
$$= 68,27 \tfrac{m}{s}$$
$$= 132,6 kts$$

c) Quel est l'angle de cette montée ?

On peut trouver l'angle avec

$$v_y = v \sin\theta$$
$$21,75 \tfrac{m}{s} = 68,27 \tfrac{m}{s} \cdot \sin\theta$$
$$\theta = 18,6°$$

Notez que la puissance des moteurs donnée (par Wikipédia) est de 3410 kW pour le Q-400, ce qui fait un total de 6820 kW pour les deux moteurs. Toutefois, on a pris une puissance un peu plus petite (6700 kW) parce qu'une partie de la puissance est donnée à l'air et ne sert pas à propulser l'avion. C'est à peu près ce qu'on a avec une efficacité propulsive de 98 %.

Angle de montée maximum

On peut aussi tenter de trouver l'angle de montée maximal en supposant encore que la puissance est constante.

L'équation des forces en x en montée à vitesse constante est

$$F_t - F_d - mg \sin\theta = 0$$
$$mg \sin\theta = F_t - F_d$$

Avec la puissance ($P = Fv$), cette équation devient

$$mg \sin\theta = \frac{P_t - P_{req}}{v}$$

Puisqu'on veut l'angle de montée maximum, on va mettre les moteurs à la puissance maximum. On obtient alors

Angle de montée maximal d'un avion à une certaine vitesse

$$mg \sin\theta_{\max} = \frac{P_{av} - P_{req}}{v}$$

Exemple 8.10.7

Un Bombardier Q-400 fait une montée à une altitude de 1000 pieds. La masse volumique de l'air à cette altitude est de 1,190 kg/m³. Quel est l'angle de montée maximal qu'on peut obtenir à 150 m/s (291 kts) si la puissance maximale à cette altitude est de 6070 kW ?

L'angle de montée maximum se trouve avec

$$mg\sin\theta_{\max} = \frac{P_{av} - P_{req}}{v}$$

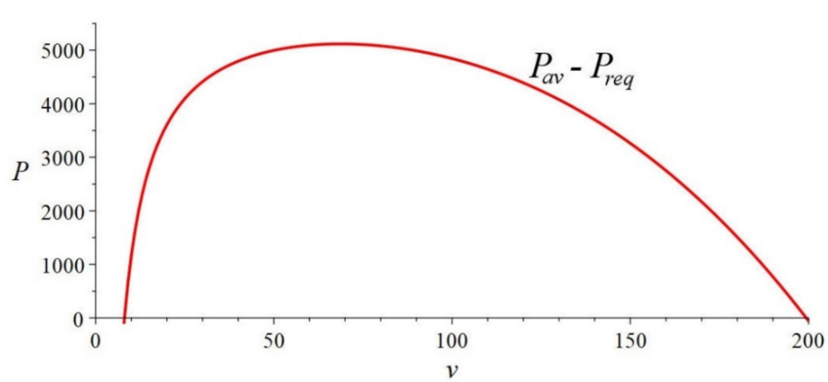
Pour trouver l'angle, il nous fait la puissance requise à 150 m/s. Cette puissance est

$$\begin{aligned}
P_{req} &= \frac{1}{2} C_{d0} A \rho v^3 + \frac{2m^2 g^2}{\rho e \pi S^2 v} \\
&= \frac{1}{2} \cdot 0,020 \cdot 63,1m^2 \cdot 1,190 \tfrac{kg}{m^3} \cdot \left(150 \tfrac{m}{s}\right)^3 + \frac{2\left(24\,000kg\right)^2 \left(9,8 \tfrac{N}{kg}\right)^2}{1,190 \tfrac{kg}{m^3} \cdot 0,75 \cdot \pi \cdot \left(28,4m\right)^2 \cdot \left(150 \tfrac{m}{s}\right)} \\
&= 2\,534\,254W + 326\,151W \\
&= 2\,860\,405W
\end{aligned}$$

L'angle de montée maximale est donc

$$\begin{aligned}
mg\sin\theta_{\max} &= \frac{P_{av} - P_{req}}{v} \\
24\,000kg \cdot 9,8 \tfrac{N}{kg} \cdot \sin\theta_{\max} &= \frac{6\,070\,000W - 2\,860\,405W}{150 \tfrac{m}{s}} \\
235\,200N \cdot \sin\theta_{\max} &= 21\,397N \\
\sin\theta_{\max} &= 0,0910 \\
\theta_{\max} &= 5,22°
\end{aligned}$$

L'équation de l'angle maximum permet de constater qu'on obtient l'angle de montée avec le graphique de $P_{av} - P_{req}$ (qui est l'excès de puissance). C'est le graphique qui donne l'écart entre nos deux courbes de puissance. Ce graphique ressemble à ce graphique.

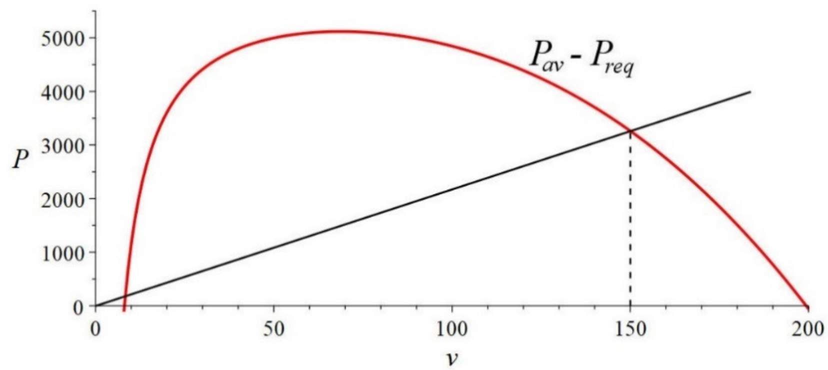


(Notez que le graphique de l'excès de puissance permet de facilement voir les vitesses maximum et minimum qui sont les deux endroits où la courbe coupe l'axe de la vitesse.)

Quand on fait le calcul

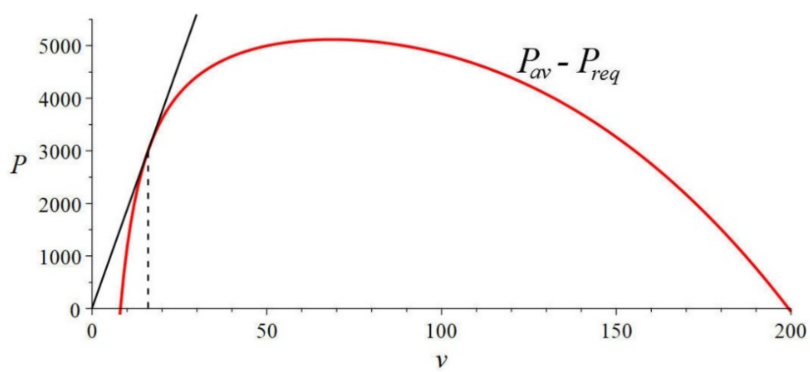
$$\frac{P_{av}-P_{req}}{v}$$

on calcule en fait la pente d'une droite allant d'un point sur la courbe à l'origine. Dans notre exemple, on voulait trouver l'angle de montée maximum à 150 m/s. Notre calcul était en fait un calcul de la pente de la droite allant de l'origine au point de la courbe correspondant à la vitesse de 150 m/s.

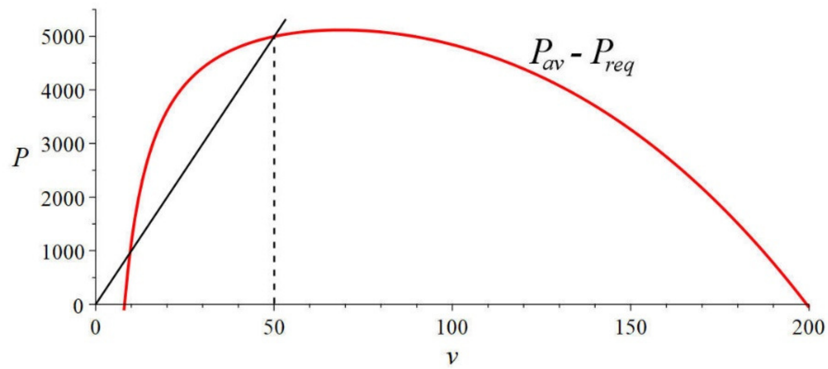


Dans notre exemple, cette pente vaut 21 397 N.

Si on veut maintenant le plus grand angle de montée possible (qu'on va appeler $\theta_{extreme}$), il faut chercher la droite avec la plus grande pente possible. Dans notre exemple, on obtient cette droite.

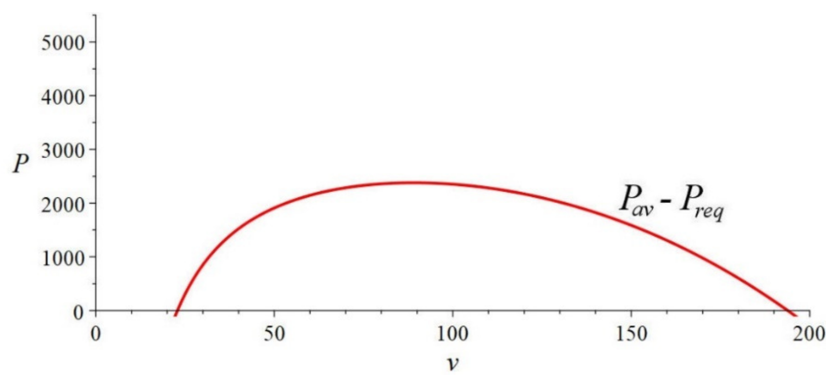


Cette droite a une pente d'environ 185 000 N, ce qui donne un $\theta_{extreme}$ d'environ 53°. Cet angle est l'angle de montée extrême pour notre Q-400 à cette altitude. Toutefois, cette montée devrait se faire à environ 16 m/s (31 nœuds) et, à cette altitude, la vitesse de décrochage du Q-400 en vol horizontal est de 52 m/s (101 nœuds). En montée à 53°, le facteur de charge est de 0,615. La vitesse de décrochage diminue alors à 40 m/s (79 nœuds). Le Q-400 ne pourrait donc pas faire cette montée sans décrocher. Avec une vitesse de décrochage aux environs de 50 m/s, la droite ayant la plus grande pente possible est plutôt celle-ci.

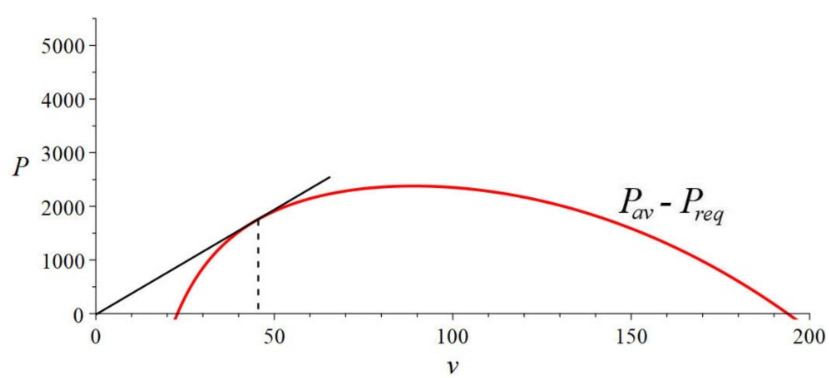


Cette droite a une pente d'environ 100 000 N, ce qui donne un $\theta_{extreme}$ d'environ 25°. Le véritable $\theta_{extreme}$ est donc atteint à la vitesse la plus basse possible (la vitesse de décrochage) dans ce cas.

Examinons comment change le calcul si on augmente l'altitude. À 20 000 pieds, on a le graphique suivant pour l'excès de puissance ($P_{av} - P_{req}$).



On voit facilement que l'excès de puissance a fortement diminué et que l'écart entre la vitesse minimale et la vitesse maximale a diminué. La droite ayant la plus grande pente est la droite suivante.



On est encore en deçà de la vitesse de décrochage (qui est de 67 m/s à cette altitude). Malgré une plus grande altitude qui fait diminuer l'excès de puissance, l'angle de montée extrême est encore limité par la vitesse de décrochage. En fait, l'angle de montée extrême est presque toujours limité par la vitesse de décrochage. Donc, pour avoir l'angle de montée extrême, on doit simplement monter à la plus petite vitesse tout en étant à la puissance maximale des moteurs.

RÉSUMÉ DES ÉQUATIONS

Le travail fait par une force constante sur un objet qui se déplace en ligne droite

$$W = F\Delta s\cos\theta$$

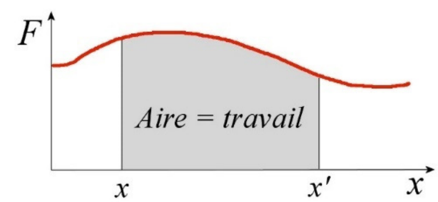
Le travail net sur un objet

$$W_{net} = \sum W = W_1 + W_2 + W_3 + \dots$$

Le travail fait par une force si F ou θ varie

$$W = \sum_{F \text{ et } \theta \text{ constants}} F\Delta s\cos\theta$$

Le travail fait sur un objet est l'aire sous la courbe de la force agissant sur l'objet en fonction de la position



Énergie cinétique

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2$$

Théorème de l'énergie cinétique

$$W_{net} = \Delta E_k$$

Énergie gravitationnelle

$$U_g = mgy$$

Le travail fait par la force de gravitation

$$W_g = -\Delta U_g$$

Énergie mécanique

$$E_{mec} = E_k + U_g$$

Principe de conservation de l'énergie mécanique

$$\Delta E_{mec} = 0$$
$$E_{mec} = E'_{mec}$$
$$E_k + U_g = E'_k + U'_g$$

Lien entre l'angle et la hauteur pour un pendule

$$y = L(1-\cos\theta) \qquad\qquad \cos\theta = \frac{L-y}{L}$$

L'énergie mécanique avec d'autres forces

$$\Delta E_{mec} = W_{autres}$$
$$E_{mec} + W_{autres} = E'_{mec}$$
$$E_k + U_g + W_{autres} = E'_k + U'_g$$

Principe de conservation de l'énergie

$$E_k + E_{gravitationnelle} + E_{ressort} + E_{thermique} + E_{son} + E_{lumière} + E_{électrique} + E_{chimique} + E_{nucléaire} + E_{masse} + \ldots = \text{constante}$$

Avec le refroidissement fait par l'air qui passe dans les freins, il ne reste que 40 % de l'énergie cinétique de l'avion dans les freins à la fin de la période de freinage quand on freine avec un niveau de freinage normal.

Avec le refroidissement fait par l'air qui passe dans les freins, il ne reste 65 % de l'énergie cinétique de l'avion dans les freins à la fin de la période de freinage quand on fait un freinage lors d'un décollage avorté

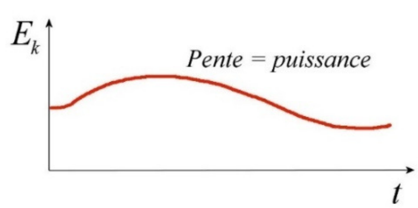
La puissance

$$P = \frac{\textit{Énergie} \text{ ou } \textit{travail}}{\textit{temps}}$$

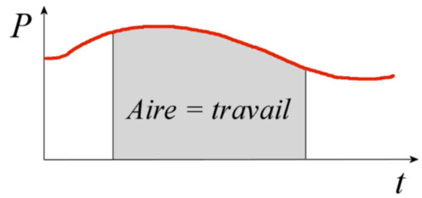
La puissance d'une force

$$P = \frac{W}{\Delta t}$$

Sur un graphique de l'énergie cinétique d'un objet en fonction du temps, la pente est la puissance de la force nette agissant sur l'objet.



Le travail fait est égal à l'aire sous la courbe de la puissance en fonction du temps.



Lien entre la puissance, la force et la vitesse

$$P = Fv\cos\theta$$

Puissance requise

$$P_{req} = F_t v \qquad\qquad P_{req} = Rv\left(v_{\exp} - v\right)$$

Puissance du jet

$$P_j = \frac{1}{2}R\left(v_{\exp}^2 - v^2\right)$$

Efficacité propulsive (moteur à hélice et turboréacteurs)

$$\eta = \frac{2v}{v_{\exp} + v}$$

Efficacité totale

$$\eta_{tot} = \frac{F_t v}{\text{énergie du carburant consommé par seconde}}$$

Puissance requise pour un avion en vol horizontal à vitesse constante

$$P_{req} = \frac{1}{2}C_{d0}A\rho v^3 + \frac{2m^2g^2}{\rho e\pi S^2 v}$$

Puissance minimale pour un avion en vol horizontal à vitesse constante

$$P_{\min} = \sqrt[4]{\frac{1024C_{d0}Am^6g^6}{27\rho^2e^3\pi^3S^6}}$$

Vitesse de puissance minimale d'un avion en vol horizontal

$$v_{P\min} = \sqrt[4]{\frac{4m^2g^2}{3C_{d0}A\rho^2e\pi S^2}} = \frac{v_{d\min}}{\sqrt[4]{3}}$$

Vitesse maximale d'un avion

$$v_{\max} = \sqrt[3]{\frac{2P_{av}}{C_{d0}A\rho}}$$

Rythme de montée maximal d'un avion

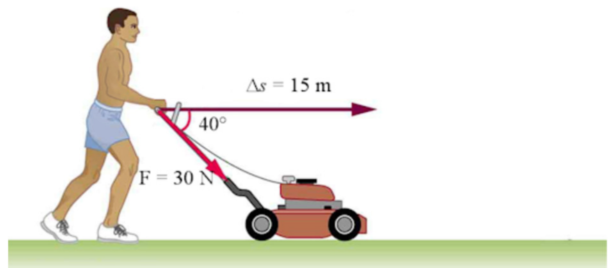
$$C_{\max} = \frac{P_{av} - P_{\min}}{mg}$$

EXERCICES

Dans plusieurs exercices de ce chapitre, on va examiner les forces sur un Airbus A350-900 de 260 000 kg (sauf quand on indique une autre masse). L'aire des ailes de cet avion est de 442 m² et l'envergure est de 64,75 m. Sans les volets, le C_{d0} est de 0,031 et le e des ailes est de 0,73. Le diamètre de la soufflante de chaque moteur est de 3 m.

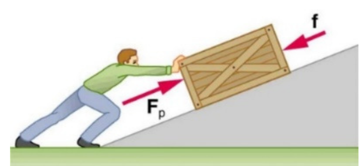
8.1 Définition du travail

1. Quel est le travail fait par Mustafa dans cette situation ?



cnx.org/content/m42147/latest/?collection=col11406/latest

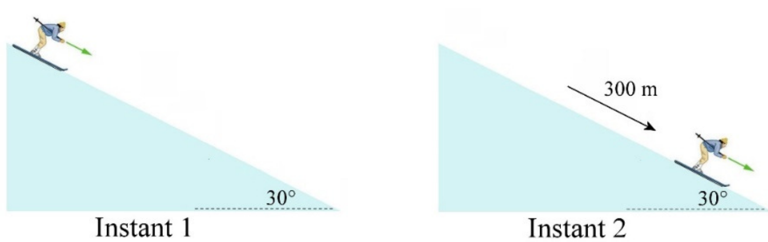
2. Honoré pousse une caisse de 30 kg vers le haut d'une pente inclinée de 8° sur une distance de 25 m. La caisse a une accélération de 1 m/s² vers le haut de la pente et il y a une force de friction de f = 70 N qui s'oppose au mouvement de la caisse.



cnx.org/content/m42150/latest/?collection=col11406/latest

   a) Quel est le travail fait par la gravitation ?
   b) Quel est le travail fait par la force de friction ?
   c) Quel est le travail fait par Honoré ?
   d) Quel est le travail net ?

3. Rita, dont la masse est de 80 kg, descend une pente en ski inclinée de 30°. Le coefficient de friction entre les skis et la pente est de 0,1. La distance parcourue par Rita est de 300 m.



vhcc2.vhcc.edu/ph1fall9/frames_pages/openstax_problems.htm

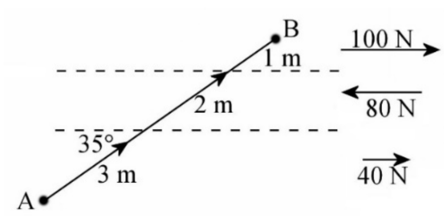
   a) Quel est le travail fait par la force de gravitation entre ces deux instants ?

b) Quel est le travail fait par la force de friction entre ces deux instants ?
c) Quel est le travail net fait sur Rita entre ces deux instants ?

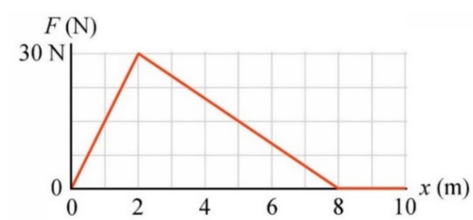
4. Un Airbus A350-900 fait une montée à un angle de 2° à une vitesse constante de 200 nœuds. Même si l'altitude change pendant la montée, on va prendre une masse volumique de l'air constante de 1,1 kg/m³.

a) Quel est le travail fait par la gravitation en 10 minutes ?
b) Quel est le travail fait par la trainée en 10 minutes ?
c) Quel est le travail fait par la poussée en 10 minutes ?
d) Quel est le travail fait par la portance en 10 minutes ?
e) Quel est le travail net fait sur l'avion en 10 minutes ?

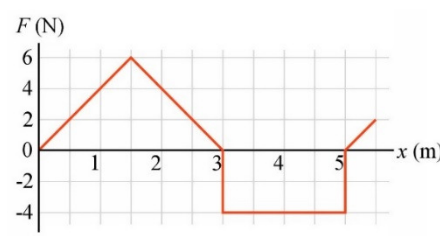
5. Un objet se déplace de 6 m en suivant la trajectoire montrée sur la figure. Pour les 3 premiers mètres, l'objet subit une force de 40 N vers la droite. Pour le 2 m suivant, l'objet subit une force de 80 N vers la gauche. Finalement, l'objet subit une force de 100 N vers la droite pour le dernier mètre. Quel est le travail fait sur l'objet ?



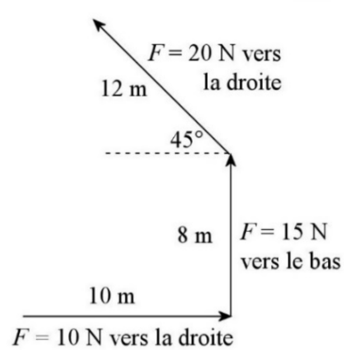
6. Voici le graphique de la force sur un objet en fonction de la position. Quel est le travail fait sur l'objet par cette force si l'objet passe de la position $x = 0$ m à $x = 6$ m ?



7. Voici le graphique de la force sur un objet en fonction de la position. Quel est le travail fait sur l'objet par cette force si l'objet passe de la position $x = 4$ m à $x = 0$ m ?



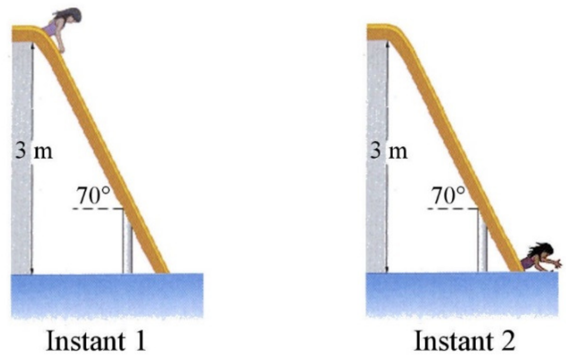
8. Un objet se déplace le long de la trajectoire montrée sur la figure. Sur cette figure, on indique la force subie par l'objet sur chaque partie rectiligne de la trajectoire. Quel est le travail fait sur l'objet ?



8.2 Le théorème de l'énergie cinétique

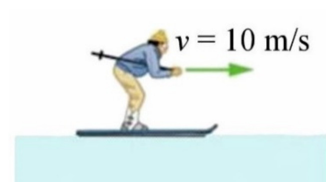
9. Un ballon de soccer de 430 g est lancé vers le haut avec une vitesse de 30 m/s à partir du sol. Déterminer la grandeur de la vitesse du ballon quand il est à une hauteur de 20 m en utilisant le théorème de l'énergie cinétique et en négligeant la force de friction de l'air.

10. Mara, dont la masse est de 25 kg, descend la glissade d'eau montrée sur la figure. Le coefficient de friction cinétique entre Mara et la glissade est de 0,1. En utilisant le théorème de l'énergie cinétique, déterminez la vitesse de Mara quand elle va arriver dans l'eau.



www.physicsforums.com/showthread.php?t=362115

11. La force de friction doit faire un travail de –3000 J pour arrêter complètement un skieur qui glisse sur une surface horizontale avec une vitesse initiale de 10 m/s. Quelle serait la vitesse du skieur si la friction n'avait fait qu'un travail de -1500 J ?

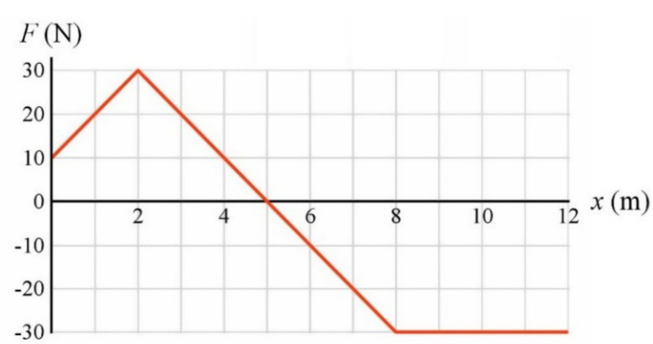


vhcc2.vhcc.edu/ph1fall9/frames_pages/openstax_problems.htm

12. René, dont la masse est de 55 kg, fait un saut en chute libre à partir d'un ballon immobile. 10 secondes après son départ, René a parcouru 300 m et sa vitesse est de 39,4 m/s. Quel est le travail fait par la force de friction pendant ces 10 secondes ?

13. Voici le graphique de la force en fonction de la position sur un objet de 5 kg. L'objet a une vitesse de 2 m/s vers les x positifs quand il est à $x = 0$.

    a) Quelle sera la vitesse de l'objet à $x = 5$ m ?
    b) Quelle sera la vitesse de l'objet à $x = 12$ m ?



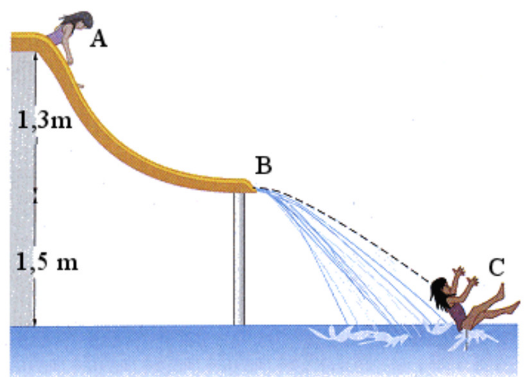
14. Un Bombardier Q-400 de 24 000 kg se pose sur une piste. La force de freinage est de 40 000 N et la trainée fait une force de 8400 N (on va supposer que ces forces sont constantes). L'avion se pose à une vitesse de 105 nœuds et la poussée des moteurs est nulle.

   a) Calculer la vitesse de l'avion (en nœuds) après qu'il ait parcouru 1000 pieds sur la piste en utilisant la 2^e loi de Newton.
   b) Calculer la vitesse de l'avion (en nœuds) après qu'il ait parcouru 1000 pieds sur la piste en utilisant le théorème de l'énergie cinétique.

8.3 L'énergie gravitationnelle

15. Huguette, d'une masse de 30 kg, glisse sur la glissade montrée sur la figure.

   a) Quelle est la variation d'énergie gravitationnelle d'Huguette quand elle passe de point A au point B ?
   b) Quel est le travail fait par la force gravitationnelle quand Huguette passe de point A au point C ?

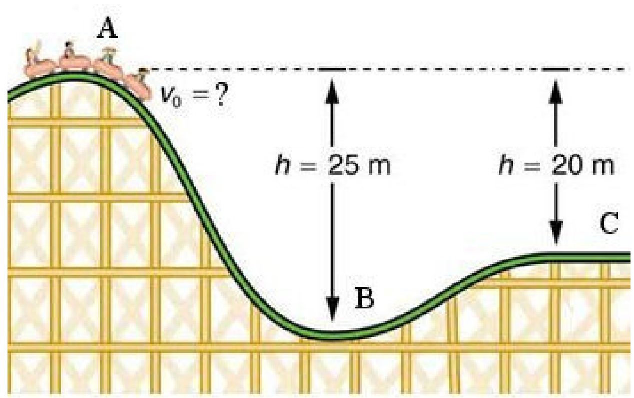


www.chegg.com/homework-help/questions-and-answers/height-water-slide-figure-8-26-h-30-m-person-s-initial-speedat-point-055-m-s-thenew-horizo-q109994

8.4 La conservation de l'énergie mécanique

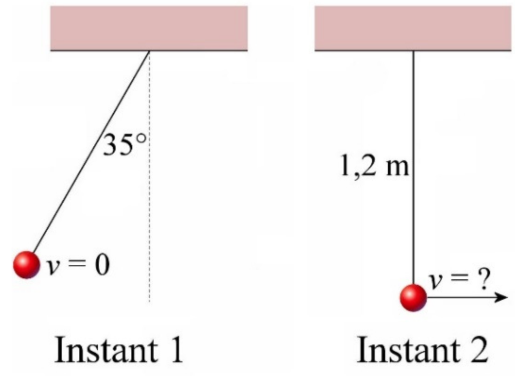
16. Un charriot de montage russe de 2000 kg (incluant les passagers) se déplace sur la piste montrée sur la figure. Au point B, la vitesse du charriot est de 25 m/s. Il n'y a pas de friction.

   a) Quelle est la vitesse du charriot au point A ?
   b) Quelle est la vitesse du charriot au point C ?



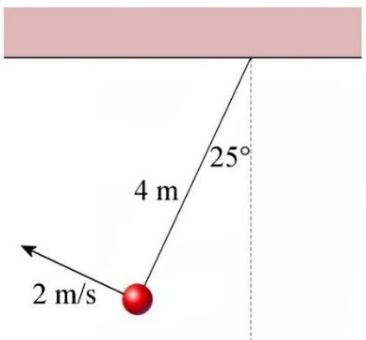
cnx.org/content/m42148/latest/?collection=col11406/latest

17. À l'instant 1, la vitesse d'un pendule de 4 kg est nulle. Quelle sera sa vitesse à l'instant 2 ? Il n'y a pas de friction.

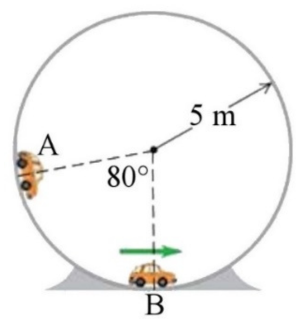


18. Un pendule de 2 kg a une vitesse de 2 m/s quand la corde fait un angle de 25° avec la verticale. Il n'y a pas de friction.

a) Quelle sera la vitesse maximale de ce pendule ?
b) Quel sera l'angle maximal entre la corde et la verticale ?



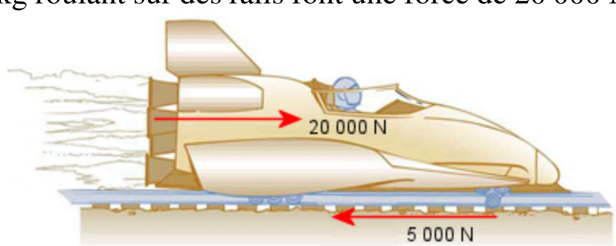
19. Au point A, la voiture a une vitesse nulle. Combien de g une personne dans la voiture va-t-elle subir au point B ? (Il n'y a pas de moteur dans la voiture. Elle descend uniquement grâce à la force de gravitation et il n'y a pas de friction.)



www.chegg.com/homework-help/questions-and-answers/physics-archive-2011-october-07

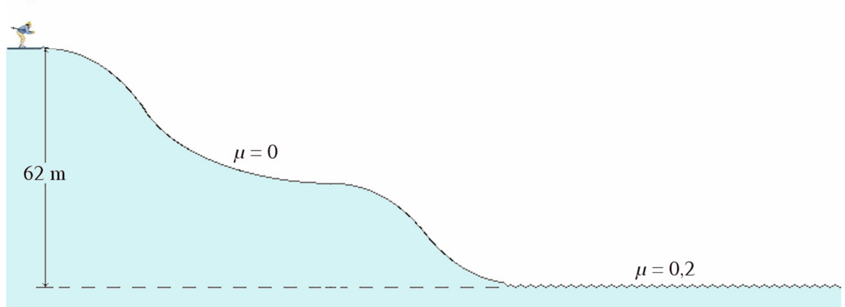
8.5 L'énergie mécanique s'il y a d'autres forces

20. Les moteurs d'une fusée de 500 kg roulant sur des rails font une force de 20 000 N. La force de friction s'opposant au mouvement de la fusée est de 5000 N. La fusée est initialement au repos. Quelle sera la vitesse de la fusée après qu'elle se soit déplacée de 200 m ?



cnx.org/content/m42073/latest/?collection=col11406/latest

21. Archibald fait une descente sur une pente de ski. Sa vitesse initiale est nulle. Après une baisse d'altitude de 62 m, il arrive sur une section plane. Il n'y a pas de friction sur la pente alors que le coefficient de friction cinétique entre le sol et les skis d'Archibald est de 0,2 sur la section plane. Quelle distance va faire Archibald sur la section plane avant de s'arrêter ?



www.physics.ucdavis.edu/Classes/Physics7/QPS/QP2.HTML

22. Un Airbus A350-900 fait une montée à un angle de 2° pendant que sa vitesse passe de 200 à 220 nœuds en 10 minutes (avec une accélération constante). Calculez le travail fait par les moteurs pendant ce temps (en supposant que la trainée est constante et qu'elle est égale à la trainée quand la vitesse est de 210 nœuds). Même si l'altitude change pendant la montée, on va prendre une masse volumique de l'air constante de 1,1 kg/m³.

8.8 L'énergie en aviation

23. Un Boeing 737 de 55 tonnes se pose à une vitesse de 137 nœuds. Cet avion pourrait-il s'arrêter uniquement avec les freins sans dépasser 40 MJ reçus pour chacun des 4 systèmes de freins (si on freine tellement fort que l'air ne refroidit pratiquement pas les freins) ?

24. Un Airbus A350-900 de 200 000 kg se pose à 140 nœuds sur une piste qui est à une altitude de 2000 pieds (600 m). La masse volumique de l'air à cette altitude est de 1,155 kg/m³. Quand l'avion roule sur la piste avec les réducteurs de portance, la valeur de C_L est de 0,5. Les volets et les becs font en sorte que C_{d0} = 0,037 et e = 0,86. Le train d'atterrissage fait augmenter C_{d0} de 0,013 et les réducteurs de portance font augmenter C_{d0} de 0,025. On freine au niveau MED (qui fait en sorte que l'accélération est de 3 m/s²).

a) Quelle est l'énergie cinétique de l'avion ?
b) Quelle est la distance d'arrêt de l'avion ?
c) Quelle est l'énergie enlevée par la trainée ?
d) Quelle est l'énergie reçue par chacun des systèmes de freinage si les inverseurs de poussée enlèvent 10 MJ à chacun des 8 systèmes de freinage ?
e) Quelle doit être la force faite par chacun des inverseurs ?

25. Un Airbus A350-900 doit faire un décollage avorté alors que sa vitesse atteint V1. La valeur de V1 de cet avion est d'environ 90 % de la vitesse de décollage et on va supposer que la vitesse de décollage est de 132 nœuds.

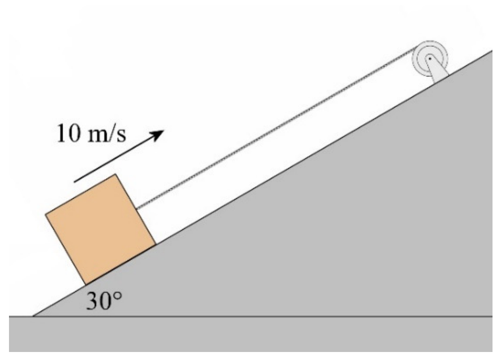
a) Quelle force de friction maximum peut-on avoir en début de freinage si le coefficient de friction entre les pneus et la piste est de 0,9 et que la normale sur le train arrière est égale à 50 % du poids de l'avion à ce moment ?
b) Quelle est la décélération de l'avion au début du freinage si on freine au maximum (on va négliger la force de trainée) ?
c) Quelle est la distance d'arrêt si on garde cette accélération pendant tout le freinage ?
d) Quelle est l'énergie accumulée dans chacun des 8 systèmes de freinage (sachant que l'air n'enlève pratiquement pas d'énergie aux freins lors d'un décollage avorté) ?
e) Est-ce que les freins vont survivre à ce décollage avorté ?

8.9 La puissance

26. Un treuil tire une caisse de 5 kg initialement au repos et lui donne une vitesse de 20 m/s en 10 secondes. Il n'y a pas de friction entre la caisse et la surface. Combien faudra-t-il de temps pour atteindre une vitesse de 10 m/s si le treuil tire maintenant une caisse de 100 kg initialement au repos et si le treuil a la même puissance moyenne ?

27. Un treuil fait monter une caisse de 50 kg le long d'une pente inclinée de 30° avec une vitesse constante de 10 m/s.

a) Quelle est la puissance du treuil s'il n'y a pas de friction entre la caisse et la surface ?
b) Quelle est la puissance du treuil si le coefficient de friction cinétique entre la caisse et la surface est 0,3 ?



28. Une fusée jouet ayant une masse de 30 kg décolle verticalement à partir du sol. Pendant la montée, l'accélération est constante. Au bout de 1 minute, ses moteurs s'arrêtent et la fusée a alors une vitesse de 300 m/s.

a) Quel est le travail fait par les moteurs de la fusée (si on néglige la trainée) ?
b) Quelle est la puissance moyenne des moteurs de la fusée ?

(En réalité, la masse de la fusée diminuerait en perdant du combustible, mais on va faire comme si la masse restait constante.)

8.10 La puissance en aviation

29. Un Airbus A350-900 vole à 488 nœuds à une altitude de 38 000 pieds. La masse volumique de l'air à cette altitude est de 0,332 kg/m³.

   a) Quelle doit être la puissance requise pour chaque moteur si l'avion vole horizontalement à vitesse constante ?
   b) Quelle doit être la puissance requise pour chaque moteur si l'accélération de l'avion est de -0,5 m/s² (l'avion ralentit) ?
   c) Quelle doit être la puissance de la poussée de chaque moteur si l'avion commence à descendre au rythme de 500 pieds par minute à vitesse constante ?

30. Un Airbus A350-900 s'apprête à décoller d'une piste située au niveau de la mer. La masse volumique de l'air à cette altitude est de 1,225 kg/m³. L'accélération maximale de l'avion dans ces conditions est de 3,3 m/s² en début de piste.

   a) Quelle est la force maximale que peut exercer chaque moteur ?
   b) Quelle est la puissance du jet de chaque moteur en début de piste ?

31. Un Airbus A350-900 vole horizontalement à une vitesse constante de 488 nœuds à une altitude de 38 000 pieds. La masse volumique de l'air à cette altitude est de 0,332 kg/m³.

   a) Quelle est la puissance requise de chaque moteur ?
   b) Quelle est la puissance du jet ?
   c) Quelle est l'efficacité propulsive ?

32. Un Airbus A350-900 commence son vol horizontal à 488 nœuds à une altitude de 38 000 pieds alors que la masse de l'avion est de 280 000 kg. La masse volumique de l'air à cette altitude est de 0,332 kg/m³.

   a) Combien de carburant consomme-t-on en 1 minute en début de vol si l'efficacité totale est de 0,33 (rappelez-vous, le carburant donne 42 000 kJ/kg) ?
   b) Cet avion peut embarquer 110 000 kg de carburant. En fin de vol, la masse de l'avion n'est donc plus que de 190 000 kg. Combien de carburant consomme-t-on en 1 minute en fin de vol si l'efficacité totale est de 0,33 ?
   c) Pendant combien de temps peut-on voler si le rythme de consommation moyen est la moyenne de ce qui a été calculé en a et en b ?
   d) Quelle distance l'avion peut-il parcourir avec tout ce carburant ?

33. Un Airbus A350-900 vole horizontalement à 488 nœuds à une altitude de 38 000 pieds. La masse volumique de l'air à cette altitude est de 0,332 kg/m³.

    a) Quelle est la puissance minimale requise pour faire avancer cet avion ?
    b) À quelle vitesse a-t-on cette puissance minimale (en nœuds) ?

34. Un Airbus A350-900 vole à une altitude de 38 000 pieds. La masse volumique de l'air à cette altitude est de 0,332 kg/m³. Quelle est la vitesse maximale (en nœuds) de cet avion si la puissance disponible pour chaque moteur est de 70 000 kW ?

35. Un Airbus A350-900 vient de décoller d'une piste à une altitude de 800 pieds. La masse volumique de l'air à cette altitude est de 1,197 kg/m³.

    a) Quel est le rythme de montée maximale (en pieds/min) de cet avion si la puissance disponible pour chaque moteur est de 70 000 kW ?
    b) À quelle vitesse (en nœuds) doit-on faire cette montée ?

RÉPONSES

8.1 Définition du travail

1. 344,7 J
2. a) -1022,9 J b) -1750 J c) 3522,9 J d) 750 J
3. a) 117 600 J b) -20 369 J c) 97 231 J
4. a) -5 490 MJ b) -12 078 MJ c) 17 568 MJ d) 0 J e) 0 J
5. 49,15 J
6. 110 J
7. – 5 J
8. -189,71 J

8.2 Le théorème de l'énergie cinétique

9. 22,54 m/s
10. 7,527 m/s
11. 7,071 m/s
12. -119 010 J
13. a) 6,164 m/s b) Impossible, l'objet ne peut pas être à $x = 12$ m.
14. a et b) 79,9 kts

8.3 L'énergie gravitationnelle

15. a) -382,2 J b) 823,2 J

8.4 La conservation de l'énergie mécanique

16. a) 11,62 m/s b) 22,96 m/s
17. 2,062 m/s
18. a) 3,368 m/s b) 31,2°
19. 2,653

8.5 L'énergie mécanique s'il y a d'autres forces

20. 109,5 m/s
21. 310 m
22. 18 579 MJ

8.8 L'énergie en aviation

23. Oui
24. a) 519,8 MJ b) 866,4 m c) -32,6 MJ d) 20,36 MJ e) 46 168 N
25. a) 1 146 600 N b) -4,41 m/s² c) 423,8 m d) 60,75 MJ e) Il y a des chances que les freins soient fortement endommagés par ce freinage. Il est presque certain que les protections des pneus fondent (*fuse plug melt*) et que les pneus se dégonflent.

8.9 La puissance

26. 50 s
27. a) 2450 W b) 3723 W
28. a) 3396 kJ b) 66 600 W

8.10 La puissance en aviation

29. a) 26 168 kW b) 9 840 kW c) 22 934 kW
30. a) 858 000 N b) 67 536 kW
31. a) 26 170 kW b) 33 384 kW c) 0,784
32. a) 236,6 kg/s b) 191,3 kg/s c) 514,0 min d) 7747 km
33. a) 34 709 kW b) 303,6 kts
34. 767,2 kts
35. a) 9404 pieds/min b) 159,9 kts