Solutionnaire du chapitre 7

1. a) Le poids de Karl est

$$\begin{aligned} P &= mg \\ &= 70kg \cdot 9{,}8\tfrac{N}{kg} \\ &= 686N \end{aligned}$$

Vers le bas.

b) Avec une accélération de 6 m/s² vers le haut, les composantes du poids apparent sont

$$\begin{aligned} P_{app\ x} &= -ma_x \\ &\rightarrow P_{app\ x} = 0 \\ P_{app\ y} &= -mg - ma_y \\ &\rightarrow P_{app\ y} = -70kg \cdot 9{,}8\tfrac{N}{kg} - 70kg \cdot 6\tfrac{m}{s^2} \\ &\rightarrow P_{app\ y} = -1106N \end{aligned}$$

Le poids apparent est donc de 1106 N vers le bas.

c) Le nombre de g est

$$n_g = \frac{\left|P_{app}\right|}{P_{\text{reel sur Terre}}} = \frac{1106N}{686N} = 1{,}612$$

2. a) Le poids de Karl est

$$\begin{aligned} P &= mg \\ &= 70kg \cdot 1{,}6\tfrac{N}{kg} \\ &= 112N \end{aligned}$$

Vers le bas.

b) Avec une accélération de 6 m/s² vers le haut, les composantes du poids apparent sont

$$P_{app\,x} = -ma_x$$
$$\rightarrow P_{app\,x} = 0$$
$$P_{app\,y} = -mg - ma_y$$
$$\rightarrow P_{app\,y} = -70kg \cdot 1,6\tfrac{N}{kg} - 70kg \cdot 6\tfrac{m}{s^2}$$
$$\rightarrow P_{app\,y} = -532N$$

Le poids apparent est donc de 532 N vers le bas.

c) Le nombre de *g* est

$$n_g = \frac{\left|P_{app}\right|}{P_{\text{reel sur Terre}}} = \frac{532N}{686N} = 0,7755$$

3. Pour trouver le poids apparent, il nous faudra l'accélération. Puisque la voiture passe de 0 à 100 km/h en 1,8 seconde, l'accélération est

$$v_x = v_{0x} + a_x t$$
$$27,78\tfrac{m}{s} = 0\tfrac{m}{s} + a \cdot (1,8s)$$
$$a_x = 15,432\tfrac{m}{s^2}$$

Les composantes du poids apparent sont donc

$$P_{app\,x} = -ma_x$$
$$\rightarrow P_{app\,x} = -ma_x$$
$$P_{app\,y} = -mg - ma_y$$
$$\rightarrow P_{app\,y} = -mg - 0$$

La grandeur du poids apparent est donc

$$P_{app} = \sqrt{P_{appx}^2 + P_{appy}^2}$$
$$P_{app} = \sqrt{(-ma_x)^2 + (-mg)^2}$$
$$P_{app} = \sqrt{(ma_x)^2 + (mg)^2}$$

Le nombre de g est donc

$$
\begin{aligned}
n_g &= \frac{\left|P_{app}\right|}{P_{\text{reel sur Terre}}} \\
&= \frac{\sqrt{(ma_x)^2 + (mg)^2}}{mg} \\
&= \frac{\sqrt{m^2 a_x^2 + m^2 g^2}}{mg} \\
&= \frac{\sqrt{m^2 \left(a_x^2 + g^2\right)}}{mg} \\
&= \frac{\sqrt{m^2}\sqrt{\left(a_x^2 + g^2\right)}}{mg} \\
&= \frac{\cancel{m}\sqrt{a_x^2 + g^2}}{\cancel{m}g} \\
&= \frac{\sqrt{\left(15,432\,\tfrac{m}{s^2}\right)^2 + \left(9,8\,\tfrac{N}{kg}\right)^2}}{9,8\,\tfrac{N}{kg}} \\
&= 1,865
\end{aligned}
$$

4. a) Les composantes de l'accélération sont

$$
\begin{aligned}
a_x &= 6\,\tfrac{m}{s^2} \cdot \cos 60° = 3\,\tfrac{m}{s^2} \\
a_y &= 6\,\tfrac{m}{s^2} \cdot \sin 60° = 5,196\,\tfrac{m}{s^2}
\end{aligned}
$$

Les composantes du poids apparent sont donc

$$
\begin{aligned}
P_{app\,x} &= -ma_x \\
&\rightarrow P_{app\,x} = -70kg \cdot 3\,\tfrac{m}{s^2} \\
&\rightarrow P_{app\,x} = -210N \\
P_{app\,y} &= -mg - ma_y \\
&\rightarrow P_{app\,y} = -70kg \cdot 9,8\,\tfrac{N}{kg} - 70kg \cdot 5,196\,\tfrac{m}{s^2} \\
&\rightarrow P_{app\,y} = -1049,73N
\end{aligned}
$$

La grandeur du poids apparent est donc

$$\begin{aligned} P_{app} &= \sqrt{P_{appx}^2 + P_{appy}^2} \\ &= \sqrt{(-210N)^2 + (-1049,73N)^2} \\ &= 1070,53N \end{aligned}$$

La direction du poids apparent est

$$\begin{aligned} \theta &= \arctan \frac{P_{appy}}{P_{appx}} \\ &= \arctan \frac{-1049,73N}{-210N} \\ &= -101,3° \end{aligned}$$

(on enlève 180° à la réponse donnée par la calculatrice puisque P_{appx} est négatif.)

b) Le nombre de g est donc

$$\begin{aligned} n_g &= \frac{|P_{app}|}{P_{\text{reel sur Terre}}} \\ &= \frac{1070,53N}{686N} \\ &= 1,56 \end{aligned}$$

5. a) Au point A, l'accélération est de v^2/r vers le haut. Les composantes du poids apparent sont donc

$$P_{app\,x} = -ma_x$$
$$\rightarrow P_{app\,x} = 0$$
$$P_{app\,y} = -mg - ma_y$$
$$\rightarrow P_{app\,y} = -mg - m\frac{v^2}{r}$$
$$\rightarrow P_{app\,y} = -120kg \cdot 9,8\tfrac{N}{kg} - 120kg \cdot \frac{\left(25\tfrac{m}{s}\right)^2}{10m}$$
$$\rightarrow P_{app\,y} = -8676N$$

Le nombre de g est donc

$$\begin{aligned} n_g &= \frac{\left|P_{app}\right|}{P_{\text{reel sur Terre}}} \\ &= \frac{8676N}{1176N} \\ &= 7,378 \end{aligned}$$

b) Au point B, l'accélération est de v^2/r vers le bas. Les composantes du poids apparent sont donc

$$\begin{aligned} P_{app\ x} &= -ma_x \\ &\rightarrow P_{app\ x} = 0 \\ P_{app\ y} &= -mg - ma_y \\ &\rightarrow P_{app\ y} = -mg - m\cdot\left(-\frac{v^2}{r}\right) \\ &\rightarrow P_{app\ y} = -120kg\cdot 9,8\tfrac{N}{kg} + 120kg\cdot\frac{\left(10\frac{m}{s}\right)^2}{15m} \\ &\rightarrow P_{app\ y} = -376N \end{aligned}$$

Le nombre de g est donc

$$\begin{aligned} n_g &= \frac{\left|P_{app}\right|}{P_{\text{reel sur Terre}}} \\ &= \frac{376N}{1176N} \\ &= 0,32 \end{aligned}$$

6. Avec une accélération de $4\pi^2 r/T^2$ vers le centre de la Terre, les composantes du poids apparent sont donc

$$\begin{aligned} P_{app\ x} &= -ma_x \\ &\rightarrow P_{app\ x} = 0 \\ P_{app\ y} &= -mg - ma_y \\ &\rightarrow P_{app\ y} = -mg - m\left(-\frac{4\pi^2 r}{T^2}\right) \end{aligned}$$

Si on veut que le poids apparent soit nul, on doit avoir

$$0 = -mg - m\left(-\frac{4\pi^2 r}{T^2}\right)$$
$$\frac{4\pi^2 r}{T^2} = g$$
$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r}{g}}$$
$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 \left(6,378\times10^6 m\right)}{9,8\frac{N}{kg}}}$$
$$T = 5069s = 84,48\min$$

7. a) Avec une accélération de v^2/r vers le bas, les composantes du poids apparent sont donc

$$P_{app\ x} = -ma_x$$
$$\rightarrow P_{app\ x} = 0$$
$$P_{app\ y} = -mg - ma_y$$
$$\rightarrow P_{app\ y} = -mg - m\left(-\frac{v^2}{r}\right)$$

Il ne reste que la composante en y, qui vaut

$$\begin{aligned}P_{app\ y} &= -mg + m\frac{v^2}{r}\\ &= -60kg\times9,8\tfrac{N}{kg} + 60kg\times\frac{\left(250\frac{m}{s}\right)^2}{5000m}\\ &= 162N\end{aligned}$$

Le poids apparent est donc de 162 N vers le haut. Juliette pourrait donc marcher au plafond de l'avion.

b) Le nombre de g est

$$\begin{aligned} n_g &= \frac{\left|P_{app}\right|}{P_{\text{reel sur Terre}}} \\ &= \frac{162N}{588N} \\ &= 0,2755 \end{aligned}$$

8. a) Avec une accélération de v^2/r vers le bas, les composantes du poids apparent sont donc

$$\begin{aligned} P_{app\ x} &= -ma_x \\ &\rightarrow P_{app\ x} = 0 \\ P_{app\ y} &= -mg - ma_y \\ &\rightarrow P_{app\ y} = -mg - m\left(-\frac{v^2}{r}\right) \end{aligned}$$

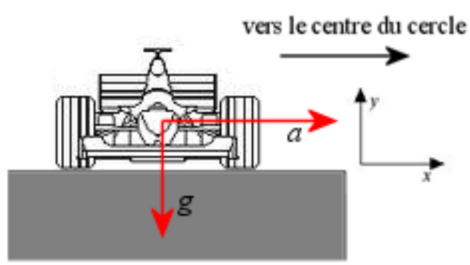
Comme la grandeur du poids de Victor est 50 kg x 9,8 N/kg = 490 N, la grandeur du poids apparent de Victor doit être de 980 N.

Avec un poids apparent vers le haut, on a

$$\begin{aligned} P_{app\ y} &= -mg + m\frac{v^2}{r} \\ 980N &= -50kg \times 9,8\tfrac{N}{kg} + 50kg \times \frac{v^2}{10m} \\ v &= 17,146\tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

9. Avec une accélération de v^2/r vers la droite, les composantes du poids apparent sont donc

$$\begin{aligned} P_{app\ x} &= -ma_x \\ &\rightarrow P_{app\ x} = -m\frac{v^2}{r} \\ P_{app\ y} &= -mg - ma_y \\ &\rightarrow P_{app\ y} = -mg \end{aligned}$$



www.draftsperson.net/index.php?title=Formula_1_-_Free_AutoCAD_Blocks

La grandeur du poids apparent est donc

$$\begin{aligned}
P_{app} &= \sqrt{P_{app\,x}^2 + P_{app\,y}^2} \\
&= \sqrt{\left(-m\frac{v^2}{r}\right)^2 + \left(-mg\right)^2} \\
&= \sqrt{\left(m\frac{v^2}{r}\right)^2 + \left(mg\right)^2}
\end{aligned}$$

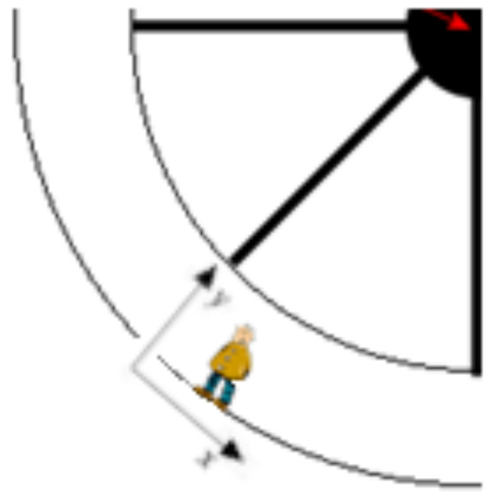
Le nombre de *g* est

$$\begin{aligned}
n_g &= \frac{\left|P_{app}\right|}{P_{\text{reel sur Terre}}} \\
&= \frac{\sqrt{\left(m\frac{v^2}{r}\right)^2 + \left(mg\right)^2}}{mg} \\
&= \frac{\cancel{m}\sqrt{\left(\frac{v^2}{r}\right)^2 + \left(g\right)^2}}{\cancel{m}g} \\
&= \frac{\sqrt{\left(\frac{v^2}{r}\right)^2 + \left(g\right)^2}}{g}
\end{aligned}$$

Puisque le pilote subit 4 g, on a

$$\begin{aligned}
4 &= \frac{\sqrt{\left(\frac{v^2}{r}\right)^2 + \left(g\right)^2}}{g} \\
4g &= \sqrt{\left(\frac{v^2}{r}\right)^2 + \left(g\right)^2} \\
4\times 9,8\tfrac{N}{kg} &= \sqrt{\left(\frac{\left(50\tfrac{m}{s}\right)^2}{r}\right)^2 + \left(9,8\tfrac{N}{kg}\right)^2} \\
r &= 65,867m
\end{aligned}$$

10. Quand il n'y a pas de gravitation, on peut orienter les axes comme on veut. Avec les axes montrés sur la figure, les composantes du poids apparent sont



$$P_{app\ x} = -ma_x$$
$$\rightarrow P_{app\ x} = 0$$
$$P_{app\ y} = -mg - ma_y$$
$$\rightarrow P_{app\ y} = -0 - m\frac{4\pi^2 r}{T^2}$$

Le nombre de g est donc

$$\begin{aligned} n_g &= \frac{\left|P_{app}\right|}{P_{\text{reel sur Terre}}} \\ &= \frac{m\frac{4\pi^2 r}{T^2}}{mg} \\ &= \frac{4\pi^2 r}{T^2 g} \end{aligned}$$

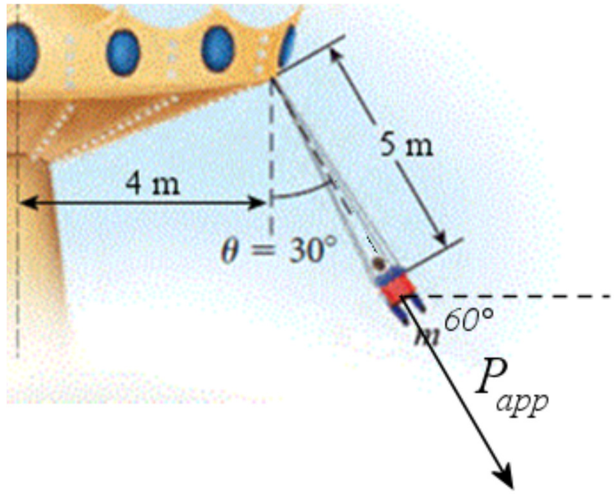
Comme on veut que la personne subisse 1 g, on a

$$1 = \frac{4\pi^2 r}{T^2 g}$$
$$1 = \frac{4\pi^2 \cdot 12m}{T^2 \cdot 9{,}8\frac{N}{kg}}$$
$$T = 6{,}953s$$

11. Les seules forces sur la personne sont la gravitation et la tension de la corde. On a donc que

$$\vec{P}_{app} = -\left(\sum \vec{F} - m\vec{g}\right)$$
$$\vec{P}_{app} = -\left(\left(\vec{T} + m\vec{g}\right) - m\vec{g}\right)$$
$$\vec{P}_{app} = -\vec{T}$$

Le poids apparent est donc dans la direction opposée à la tension de la corde.



La direction du poids apparent est donc de -60°.

Pour trouver la direction du poids apparent, on dont connaitre les composantes. Ces composantes sont

$$P_{app\,x} = -ma_x$$
$$\rightarrow P_{app\,x} = -m\left(-\frac{4\pi^2 r}{T^2}\right)$$
$$P_{app\,y} = -mg - ma_y$$
$$\rightarrow P_{app\,y} = -mg$$

La direction est donc

$$\tan\theta = \frac{P_{app\,y}}{P_{app\,x}} = \frac{-mg}{m\frac{4\pi^2 r}{T^2}} = \frac{-T^2 g}{4\pi^2 r}$$

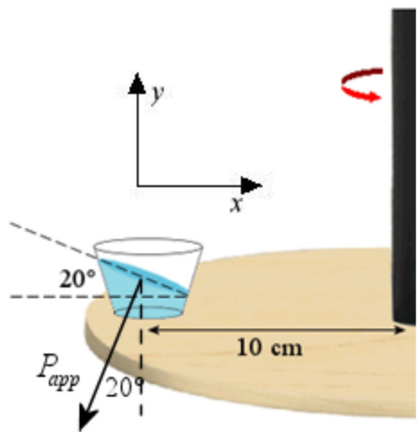
Avant de pouvoir trouver la solution de cette équation, on doit connaitre le rayon de la trajectoire, c'est-à-dire la distance entre la personne et l'axe de rotation du manège. Cette distance est

$$r = 4m + 5m \cdot \sin 30° = 6{,}5m$$

La solution de notre équation est donc

$$\tan\theta = \frac{-T^2 g}{4\pi^2 r}$$
$$\tan(-60°) = \frac{-T^2 \cdot 9{,}8\frac{N}{kg}}{4\pi^2 \cdot 6{,}5m}$$
$$T = 6{,}734s$$

12. Puisque la surface de l'eau est perpendiculaire à la direction du poids apparent, le poids apparent est dans la direction -110° comme montrés sur cette figure.



Pour trouver la direction du poids apparent, on doit connaitre les composantes. Ces composantes sont

$$P_{app\,x} = -ma_x$$
$$\rightarrow P_{app\,x} = -m\frac{4\pi^2 r}{T^2}$$
$$P_{app\,y} = -mg - ma_y$$
$$\rightarrow P_{app\,y} = -mg$$

La direction est donc

$$\tan\theta = \frac{P_{app\ y}}{P_{app\ x}}$$

$$\tan\theta = \frac{-mg}{-m\frac{4\pi^2 r}{T^2}}$$

$$\tan\theta = \frac{T^2 g}{4\pi^2 r}$$

Ce qui donne

$$\tan(-110°) = \frac{T^2 \cdot 9,8\frac{N}{kg}}{4\pi^2 \cdot 0,1m}$$

$$T = 1,052s$$

Si le verre est maintenant placé à une distance de 6 cm de l'axe, la direction du poids apparent devient

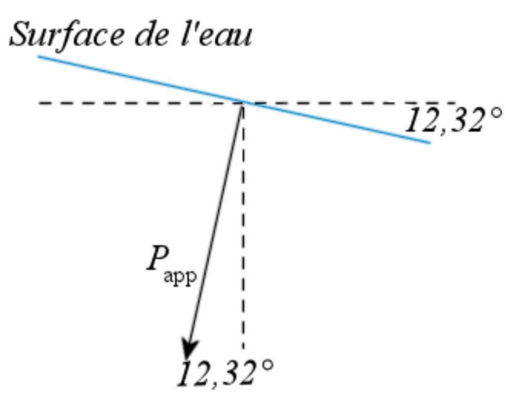
$$\tan\theta = \frac{T^2 g}{4\pi^2 r}$$

$$\tan\theta = \frac{(1,052s)^2 \cdot 9,8\frac{N}{kg}}{4\pi^2 \cdot 0,06m}$$

$$\tan\theta = 4,579$$

$$\theta = 77,68° \quad \text{ou} \quad -102,32°$$

La première réponse (un poids apparent pointant presque vers le haut) n'a pas de sens. La deuxième est notre bonne réponse. Comme le poids apparent est incliné de 12,32° par rapport à la verticale, cela veut dire que la surface de l'eau est inclinée de 12,32° par rapport à l'horizontale.



13. a) Comme cette force est dans la direction opposée au poids apparent, on doit trouver la direction du poids apparent. On trouve cette direction à partir des composantes du poids apparent

$$P_{app\ x} = -ma_x$$
$$\to P_{app\ x} = -ma_x$$
$$P_{app\ y} = -mg - ma_y$$
$$\to P_{app\ y} = -mg$$

La direction du poids apparent est

$$\begin{aligned} \theta &= \arctan \frac{P_{app\ y}}{P_{app\ x}} \\ &= \arctan \frac{-mg}{-ma_x} \\ &= \arctan \frac{-g}{-a_x} \\ &= \arctan \frac{-9{,}8 \frac{N}{kg}}{-2 \frac{m}{s^2}} \\ &= -101{,}53° \end{aligned}$$

La poussée d'Archimède étant dans la direction opposée, à 78,47°.

Il nous faut aussi le nombre de g pour calculer la grandeur de la poussée d'Archimède. La grandeur du poids apparent est

$$P_{app} = \sqrt{P_{app\ x}^2 + P_{app\ y}^2}$$
$$P_{app} = \sqrt{(-ma)^2 + (-mg)^2}$$
$$P_{app} = \sqrt{(ma)^2 + (mg)^2}$$

Le nombre de g est donc

$$\begin{aligned} n_g &= \frac{\left|P_{app}\right|}{P_{\text{reel sur Terre}}} \\ &= \frac{\sqrt{(ma)^2+(mg)^2}}{mg} \\ &= \frac{\cancel{m}\sqrt{(a)^2+(g)^2}}{\cancel{m}g} \\ &= \frac{\sqrt{\left(2\frac{m}{s^2}\right)^2+\left(9,8\frac{N}{kg}\right)^2}}{9,8\frac{N}{kg}} \\ &= 1,0206 \end{aligned}$$

La grandeur de la poussée d'Archimède est donc de

$$\begin{aligned} F_A &= \rho n_g \cdot 9,8\tfrac{N}{kg} \cdot V_f \\ &= 1000\tfrac{kg}{m^3} \cdot 1,0206 \cdot 9,8\tfrac{N}{kg} \cdot 0,0004m^3 \\ &= 4,0008N \end{aligned}$$

b) Pour trouver la tension, on va faire la somme des forces sur le bloc. Les forces sur le bloc de cèdre sont :

1) Une force de gravitation de 3,43 N vers le bas.
2) Une tension *T*.
3) La poussée d'Archimède de 4,0008 N à 78,47°.

Les équations des forces sont

$$\begin{aligned} &\sum F_x = ma_x \\ &\qquad \to T_x + 4,0008N\cos(78,47°) = 0,35kg \cdot 2\tfrac{m}{s^2} \\ &\sum F_y = ma_y \\ &\qquad \to -3,43N + T_y + 4,0008N\sin(78,47°) = 0 \end{aligned}$$

L'équation des forces en *x* nous donne

$$\begin{aligned} T_x + 4,0008N\cos(78,47°) &= 0,35kg \cdot 2\tfrac{m}{s^2} \\ T_x + 0,79997N &= 0,7N \\ T_x &= -0,09997N \end{aligned}$$

L’équation des forces en y nous donne

$$\begin{aligned}
-3,43N + T_y + 4,0008N \sin(78,47°) &= 0 \\
-3,43N + T_y + 3,92N &= 0 \\
T_y &= -0,49N
\end{aligned}$$

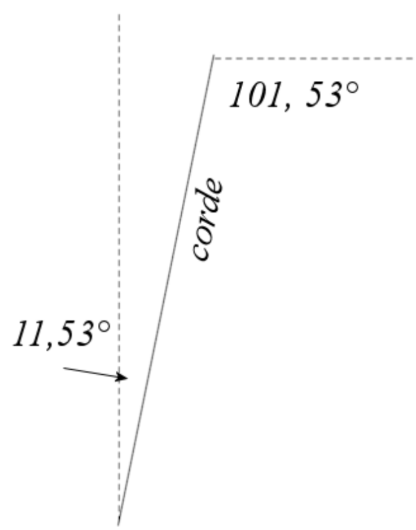
La tension est donc

$$\begin{aligned}
T &= \sqrt{T_x^2 + T_y^2} \\
&= \sqrt{(-0,09997N)^2 + (-0,49N)^2} \\
&= 0,50009N
\end{aligned}$$

c) La direction de la tension est

$$\begin{aligned}
\theta &= \arctan \frac{T_y}{T_y} \\
&= \arctan \frac{-0,49N}{-0,09997N} \\
&= -101,53°
\end{aligned}$$

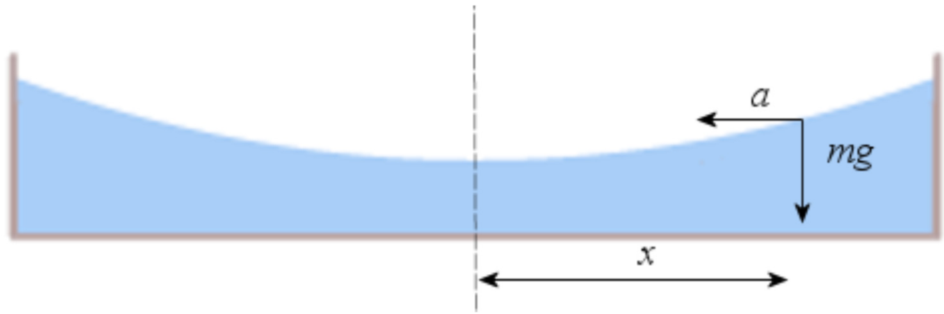
On a donc



L’angle est donc de 11,53°.

La tension de la corde est directement opposée à la poussée d’Archimède.

14. Trouvons la direction du poids apparent sur la surface à une distance x de l'axe de rotation. À cette distance, le poids d'une molécule d'eau est vers le bas et son accélération est vers l'axe de rotation.



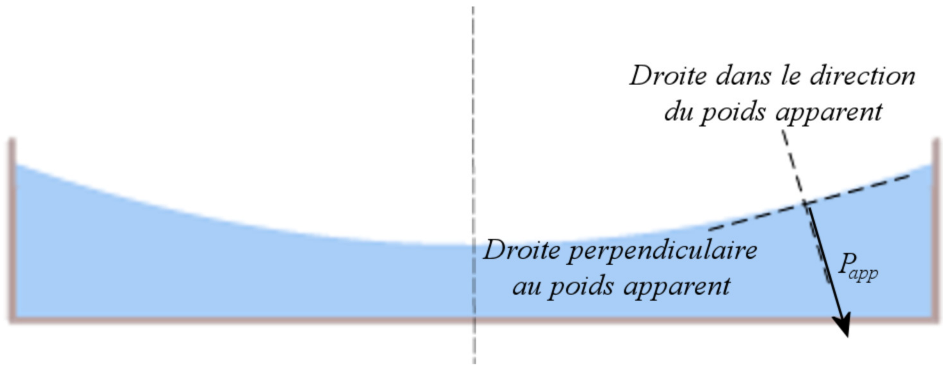
Les composantes du poids apparent sont donc

$$P_{app\ x} = -ma_x$$
$$\to P_{app\ x} = -m\left(-\frac{4\pi^2 x}{T^2}\right)$$
$$P_{app\ y} = -mg - ma_y$$
$$\to P_{app\ y} = -mg$$

La direction de poids apparent est donc

$$\tan\theta = \frac{P_{app\ y}}{P_{app\ x}} = \frac{-mg}{m\left(\frac{4\pi^2 x}{T^2}\right)} = \frac{-gT^2}{4\pi^2 x}$$

Or, cette tangente est la pente d'une droite allant dans la direction du poids apparent.



Comme la surface est perpendiculaire à cette droite, la pente d'une droite parallèle à la surface est

$$pente = \frac{4\pi^2 x}{gT^2}$$

(Puisque le lien entre les pentes de deux droites perpendiculaires est $m_1 m_2 = -1$.)

On a alors la pente de la surface à la distance x. Comme la pente est la dérivée, on a

$$\frac{dy}{dx} = \frac{4\pi^2 x}{gT^2}$$

On peut alors intégrer

$$y = \frac{2\pi^2 x^2}{gT^2} + cst$$

Si la hauteur du liquide à $x = 0$ est y_0, alors la constante est y_0. On a donc

$$y = \frac{2\pi^2 x^2}{gT^2} + y_0$$

C'est l'équation de la surface. C'est une parabole.