Solutionnaire du chapitre 6

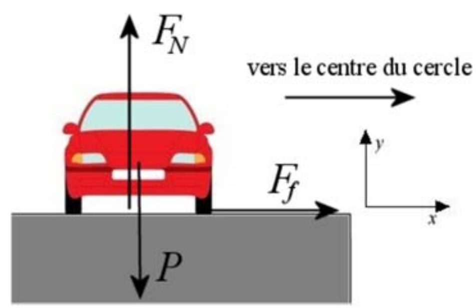
1. a) La grandeur de la force centripète est

$$\begin{aligned} F_c &= \frac{mv^2}{r} \\ &= \frac{200kg \cdot \left(34\tfrac{m}{s}\right)^2}{33m} \\ &= 7006N \end{aligned}$$

b) La grandeur de la force centripète est

$$\begin{aligned} F_c &= \frac{mv^2}{r} \\ &= \frac{200kg \cdot \left(34\tfrac{m}{s}\right)^2}{24m} \\ &= 9633N \end{aligned}$$

2. Dans le virage, nous avons les forces suivantes :



1) La force de gravitation *mg* vers le bas.
2) Une normale F_N vers le haut.
3) Une friction F_f vers le centre du cercle.

Les équations des forces sont donc

$$\sum F_x = ma_x$$

$$\rightarrow F_f = m\frac{v^2}{r}$$

$$\sum F_y = ma_y$$

$$\rightarrow -mg + F_N = 0$$

L'équation des forces en *y* nous donne la normale $F_N = mg$.

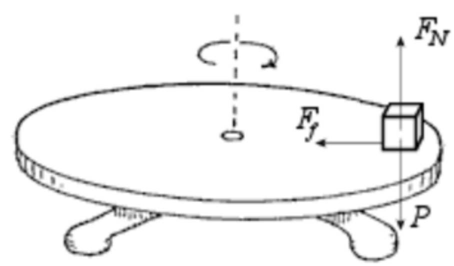
Avec l'équation des forces en x, on a

$$m\frac{v^2}{r} = F_f \leq \mu_s F_N$$
$$m\frac{v^2}{r} \leq \mu_s F_N$$
$$m\frac{v^2}{r} \leq \mu_s mg$$
$$\frac{v^2}{r} \leq \mu_s g$$
$$\mu_s \geq \frac{v^2}{rg}$$

La valeur minimale du coefficient de friction est donc

$$\begin{aligned}\mu_{s\min} &= \frac{v^2}{rg} \\ &= \frac{\left(33,33\frac{m}{s}\right)^2}{100m \times 9,8\frac{N}{kg}} \\ &= 1,134\end{aligned}$$

3. Les forces sur le bloc sont :



1) Une force de gravitation de mg vers le bas.
2) Une normale F_N vers le haut.
3) Une force de friction vers le centre de la trajectoire circulaire.

Les équations des forces sont donc (avec un axe vers le centre de la trajectoire circulaire) :

$$\sum F_x = ma_x$$
$$\rightarrow F_f = m\frac{4\pi^2 r}{T^2}$$
$$\sum F_y = ma_y$$
$$\rightarrow -mg + F_N = 0$$

Comme on ne cherche pas la vitesse, mais la période de rotation, on utilise la formule de la force centripète avec la période de rotation.

L'équation des forces en y nous donne la normale $F_N = mg$.

L'équation des forces en x devient donc

$$\begin{aligned}
m\frac{4\pi^2 r}{T^2} &= F_f \leq \mu_s F_N \\
m\frac{4\pi^2 r}{T^2} &\leq \mu_s F_N \\
m\frac{4\pi^2 r}{T^2} &\leq \mu_s mg \\
\frac{4\pi^2 r}{T^2} &\leq \mu_s g \\
T &\geq \sqrt{\frac{4\pi^2 r}{\mu_s g}}
\end{aligned}$$

La période minimale est donc

$$\begin{aligned}
T_{\min} &= \sqrt{\frac{4\pi^2 r}{\mu_s g}} \\
&= \sqrt{\frac{4\pi^2 \times 0{,}1m}{0{,}6 \times 9{,}8\frac{N}{kg}}} \\
&= 0{,}8194s
\end{aligned}$$

4. Au point le plus bas de la trajectoire, les forces sur la voiture sont (on utilise un axe des y vers le haut) :

1) Une force de gravitation de 9800 N vers le bas.
2) Une normale F_N vers le haut.

L'équation des forces en y est donc

$$\sum F_y = ma_y$$

$$\rightarrow -9800N + F_N = m\frac{v^2}{r}$$

La normale est donc

$$-9800N + F_N = 1000kg \frac{\left(12 \frac{m}{s}\right)^2}{5m}$$
$$-9800N + F_N = 28800N$$
$$F_N = 38600N$$

Au point le plus haut de la trajectoire, les forces sur la voiture sont (on utilise un axe des *y* vers le haut) :

1) Une force de gravitation de 9800 N vers le bas.
2) Une normale F_N vers le bas.

L'équation des forces en *y* est donc

$$\sum F_y = ma_y$$
$$\rightarrow -9800N - F_N = -m\frac{v^2}{r}$$

La normale est donc

$$-9800N - F_N = -1000kg \frac{\left(12 \frac{m}{s}\right)^2}{5m}$$
$$-9800N - F_N = -28800N$$
$$F_N = 19000N$$

5. Au point le plus haut de la trajectoire, les forces sur la voiture sont (on utilise un axe des *y* vers le haut) :

1) Une force de gravitation de 9800 N vers le bas.
2) Une normale F_N vers le bas.

L'équation des forces en *y* est donc

$$\sum F_y = ma_y$$
$$\rightarrow -mg - F_N = -m\frac{v^2}{r}$$

La normale est donc

$$-mg - F_N = -m\frac{v^2}{r}$$
$$F_N = m\frac{v^2}{r} - mg$$

Si on veut que la voiture soit en contact avec la piste, la normale doit être positive. On doit donc avoir

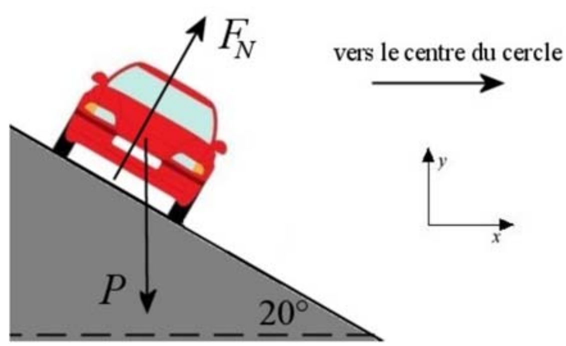
$$m\frac{v^2}{r} - mg \geq 0$$
$$m\frac{v^2}{r} \geq mg$$
$$\frac{v^2}{r} \geq g$$
$$v \geq \sqrt{rg}$$

La vitesse minimale est donc

$$\begin{aligned} v_{\min} &= \sqrt{rg} \\ &= \sqrt{5m \times 9,8 \tfrac{N}{kg}} \\ &= 7 \tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

6. Les forces sur la voiture sont (on utilise un axe des x vers la droite) :

1) Une force de gravitation de mg vers le bas.
2) La normale F_N perpendiculaire à la route.



Les équations des forces sont alors

$$\sum F_x = ma_x$$
$$\rightarrow F_N \cos(70°) = m\frac{v^2}{r}$$
$$\sum F_y = ma_y$$
$$\rightarrow -mg + F_N \sin(70°) = 0$$

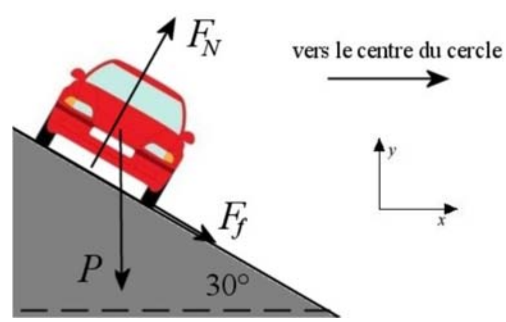
L'équation des forces en *y* nous permet de trouver la normale.

$$-mg + F_N \sin(70°) = 0$$
$$F_N = \frac{mg}{\sin(70°)}$$

Notre équation des forces en *x* devient alors

$$F_N \cos(70°) = m\frac{v^2}{r}$$
$$\frac{mg}{\sin(70°)}\cos(70°) = m\frac{v^2}{r}$$
$$\frac{g\cos(70°)}{\sin(70°)} = \frac{v^2}{r}$$
$$v = \sqrt{\frac{rg\cos(70°)}{\sin(70°)}}$$
$$v = \sqrt{\frac{rg}{\tan(70°)}}$$
$$v = \sqrt{\frac{80m \times 9{,}8\frac{N}{kg}}{\tan(70°)}}$$
$$v = 16{,}89\tfrac{m}{s}$$

7. Les forces sur la voiture sont (on utilise un axe des *x* vers la droite) :



1) Une force de gravitation de *mg* vers le bas.
2) La normale F_N perpendiculaire a la route.
3) Une force de friction parallèle à la surface.

En fait, on ne sait pas la direction de la force de friction. Elle peut être vers le haut de la pente ou vers le bas de la pente. On va supposer la direction montrée sur la figure. Si notre réponse est positive, cette direction est la bonne. Si notre réponse est négative, cette direction n'est pas la bonne et la friction serait plutôt vers le haut de la pente.

Les équations des forces sont alors

$$\sum F_x = ma_x$$

$$\rightarrow F_N \cos(60°) + F_f \cos(-30°) = m\frac{v^2}{r}$$

$$\sum F_y = ma_y$$

$$\rightarrow -mg + F_N \sin(60°) + F_f \sin(-30°) = 0$$

L'équation des forces en *y* nous permet de trouver la normale

$$-mg + F_N \sin(60°) + F_f \sin(-30°) = 0$$

$$F_N \sin(60°) = mg - F_f \sin(-30°)$$

$$F_N \sin(60°) = mg + F_f \sin(30°)$$

$$F_N = \frac{mg + F_f \sin(30°)}{\sin(60°)}$$

Notre équation des forces en *x* devient alors

$$F_N \cos(60°) + F_f \cos(30°) = m\frac{v^2}{r}$$

$$\frac{mg + F_f \sin(30°)}{\sin(60°)}\cos(60°) + F_f \cos(30°) = m\frac{v^2}{r}$$

Si on isole la force de friction, on a

$$\frac{mg + F_f \sin(30°)}{\sin(60°)}\cos(60°) + F_f \cos(30°) = m\frac{v^2}{r}$$

$$\frac{mg}{\sin(60°)}\cos(60°) + \frac{F_f \sin(30°)}{\sin(60°)}\cos(60°) + F_f \cos(30°) = m\frac{v^2}{r}$$

$$\frac{F_f \sin(30°)}{\sin(60°)}\cos(60°) + F_f \cos(30°) = m\frac{v^2}{r} - \frac{mg}{\sin(60°)}\cos(60°)$$

$$F_f\left(\frac{\sin(30°)}{\sin(60°)}\cos(60°) + \cos(30°)\right) = m\frac{v^2}{r} - \frac{mg}{\sin(60°)}\cos(60°)$$

$$F_f(1{,}1547) = m\frac{v^2}{r} - \frac{mg}{\sin(60°)}\cos(60°)$$

a) Si la vitesse est de 100 m/s, on a

$$F_f(1{,}1547) = m\frac{v^2}{r} - \frac{mg}{\sin(60°)}\cos(60°)$$

$$F_f(1{,}1547) = 1200kg\frac{(100\frac{m}{s})^2}{80m} - \frac{1200kg \times 9{,}8\frac{N}{kg}}{\sin(60°)}\cos(60°)$$

$$F_f(1{,}1547) = 143210N$$

$$F_f = 124023N$$

La force est donc vers le bas de la pente.

b) Si la vitesse est de 10 m/s, on a

$$F_f(1{,}1547) = m\frac{v^2}{r} - \frac{mg}{\sin(60°)}\cos(60°)$$

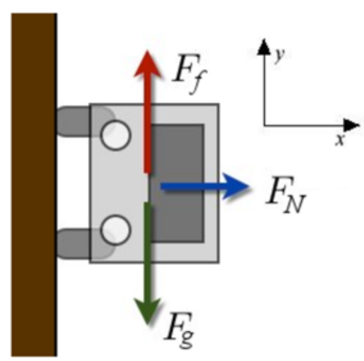
$$F_f(1{,}1547) = 1200kg\frac{(10\frac{m}{s})^2}{80m} - \frac{1200kg \times 9{,}8\frac{N}{kg}}{\sin(60°)}\cos(60°)$$

$$F_f(1{,}1547) = -5290N$$

$$F_f = -4581N$$

La force est donc vers le haut de la pente.

8. Les forces sur la voiture sont :



1) Une force de gravitation de *mg* vers le bas.
2) Une force normale F_N vers la droite.
3) Une force de friction vers le haut.

Les équations des forces sont

$$\sum F_x = ma_x$$

$$\rightarrow F_N = m\frac{v^2}{r}$$

$$\sum F_y = ma_y$$

$$\rightarrow -mg + F_f = 0$$

L'équation des forces en *y* nous donne

$$F_f = mg$$

Si la voiture ne glisse pas, on doit avoir

$$mg = F_f \le \mu_s F_N$$
$$mg \le \mu_s F_N$$

L'équation des forces en x nous donnait une normale de $F_N = mv^2/r$. On a donc
Ce qui donne

$$mg \le \mu_s F_N$$
$$mg \le \mu_s m \frac{v^2}{r}$$
$$g \le \mu_s \frac{v^2}{r}$$
$$v \ge \sqrt{\frac{rg}{\mu_s}}$$

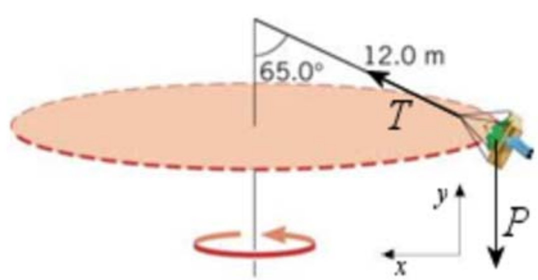
La vitesse minimale est donc de

$$\begin{aligned} v_{\min} &= \sqrt{\frac{5m \times 9,8\frac{N}{kg}}{0,8}} \\ &= 7,826\tfrac{m}{s} = 28,2\tfrac{km}{h} \end{aligned}$$

La normale est alors

$$\begin{aligned} F_N &= m\frac{v^2}{r} \\ &= 1200kg\frac{\left(7,826\frac{m}{s}\right)^2}{5m} \\ &= 14700N \end{aligned}$$

9. Les forces sur la personne sont



1) Une force de gravitation de *mg* vers le bas.
2) Une tension à 25°.

Les équations des forces sont

$$\sum F_x = ma_x$$
$$\to T\cos(25°) = m\frac{4\pi^2 r}{T^2}$$
$$\sum F_y = ma_y$$
$$\to mg + T\sin(25°) = 0$$

Comme on ne cherche pas la vitesse, mais la période de rotation, on utilise la formule de la force centripète avec la période de rotation.

L'équation des forces en *y* nous permet de trouver la tension.

$$mg + T\sin(25°) = 0$$
$$T = \frac{mg}{\sin(25°)}$$
$$T = \frac{60kg \times 9,8\frac{N}{kg}}{\sin(25°)}$$
$$T = 1391,3N$$

L'équation des forces en *x* devient alors

$$T\cos(25°) = m\frac{4\pi^2 r}{T^2}$$
$$1391,3N\cos(25°) = m\frac{4\pi^2 r}{T^2}$$

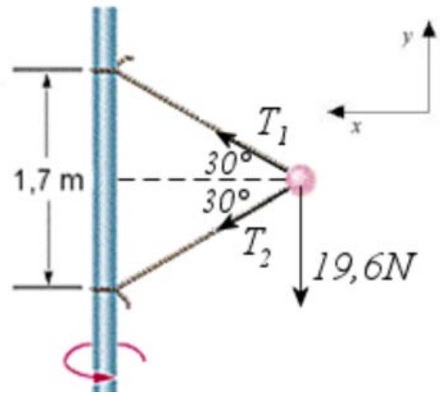
Le rayon de la trajectoire est

$$\frac{r}{12m} = \sin(65°)$$
$$r = 12m\sin(65°)$$

La période de rotation est donc

$$1391,3N\cos(25°) = 60kg \times \frac{4\pi^2 12m \cdot \sin(65°)}{T^2}$$
$$T = 4,52s$$

10. Les forces sur l'objet de 2 kg sont :



1) Une force de gravitation de 19,6 N vers le bas.
2) La tension T_1 à 30°.
3) La tension T_2 à -30°.

(Nous avons des angles de 30° parce que les cordes et le poteau vertical forment un triangle équilatéral, dont les angles à chaque sommet sont de 60°.)

Les équations des forces sont donc

$$\sum F_x = ma_x$$
$$\to T_1\cos(30°) + T_2\cos(-30°) = m\frac{4\pi^2 r}{T^2}$$
$$\sum F_y = ma_y$$
$$\to -19,6N + T_1\sin(30°) + T_2\sin(-30°) = 0$$

Comme on ne sait pas la vitesse, mais qu'on sait la période de rotation (0,1 s), on utilise la formule de la force centripète avec la période de rotation

Isolons T_1 dans l'équation des forces en y

$$-19,6N + T_1\sin(30°) + T_2\sin(-30°) = 0$$
$$T_1 = \frac{19,6N - T_2\sin(-30°)}{\sin(30°)}$$
$$T_1 = \frac{19,6N + T_2\sin(30°)}{\sin(30°)}$$
$$T_1 = \frac{19,6N}{\sin(30°)} + T_2$$
$$T_1 = 39,2N + T_2$$

Puis remplaçons dans l'équation des forces en *x*.

$$T_1 \cos(30°) + T_2 \cos(30°) = m\frac{4\pi^2 r}{T^2}$$

$$T_1 + T_2 = m\frac{4\pi^2 r}{T^2 \cos(30°)}$$

$$(39,2N + T_2) + T_2 = m\frac{4\pi^2 r}{T^2 \cos(30°)}$$

$$39,2N + 2T_2 = m\frac{4\pi^2 r}{T^2 \cos(30°)}$$

$$2T_2 = m\frac{4\pi^2 r}{T^2 \cos(30°)} - 39,2N$$

$$T_2 = m\frac{2\pi^2 r}{T^2 \cos(30°)} - 19,6N$$

Le rayon de la trajectoire (ligne pointillée sur la figure) est

$$\frac{r}{1,7m} = \cos(30°)$$

$$r = 1,7m\cos(30°)$$

On a donc

$$T_2 = m\frac{2\pi^2 r}{T^2 \cos(30°)} - 19,6N$$

$$T_2 = m\frac{2\pi^2 \cdot 1,7m\cos(30°)}{T^2 \cos(30°)} - 19,6N$$

$$T_2 = m\frac{2\pi^2 \cdot 1,7m}{T^2} - 19,6N$$

$$T_2 = 2kg\frac{2\pi^2 \cdot 1,7m}{(1s)^2} - 19,6N$$

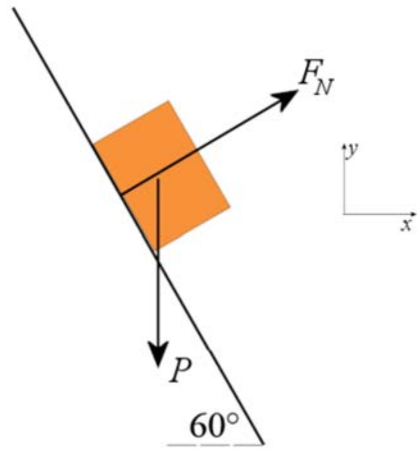
$$T_2 = 47,51N$$

Ainsi, la tension T_1 est

$$T_1 = 39,2N + T_2$$

$$T_1 = 86,71N$$

11. Les forces sur le petit bloc sont



1) La gravitation, *mg*, vers le bas
2) La normale à 30°

Les équations des forces sont donc

$$\sum F_x = ma_x$$
$$\to F_N \cos(30°) = m\frac{4\pi^2 r}{T^2}$$
$$\sum F_y = ma_y$$
$$\to -mg + F_N \sin(30°) = 0$$

De l'équation des forces en *y*, on trouve,

$$F_N = \frac{mg}{\sin(30°)}$$

En utilisant cette valeur dans l'équation des forces en *x*, on obtient

$$\frac{mg}{\sin(30°)}\cos(30°) = m\frac{4\pi^2 r}{T^2}$$

Il ne reste qu'à isoler *r*.

$$\frac{g}{\sin(30°)}\cos(30°) = \frac{4\pi^2 r}{T^2}$$
$$r = \frac{gT^2}{4\pi^2 \tan(30°)}$$

Avec les valeurs, on obtient

$$r = \frac{9,8\frac{N}{kg}\cdot(0,5s)^2}{4\pi^2 \tan(30°)}$$
$$= 0,1075m$$

La valeur de x, qui est le rayon de la trajectoire circulaire est donc 10,75 cm

12. a) Trouvons premièrement l'accélération tangentielle. On la trouve avec

$$\begin{aligned} F_t &= ma_t \\ 1,5N &= 3kg \cdot a_t \\ a_t &= 0,5\tfrac{m}{s^2} \end{aligned}$$

Pour trouver l'accélération centripète, il nous faut la vitesse de l'objet. Cette vitesse est

$$\begin{aligned} v &= v_0 + a_t t \\ &= 0\tfrac{m}{s} + 0,5\tfrac{m}{s^2} \cdot 2s \\ &= 1\tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

L'accélération centripète est donc

$$a_c = \frac{v^2}{r} = \frac{\left(1\frac{m}{s}\right)^2}{1,2m} = 0,8333\tfrac{m}{s^2}$$

L'accélération totale est donc de

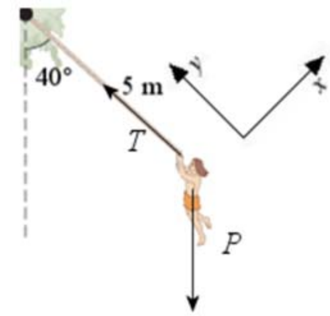
$$\begin{aligned} a &= \sqrt{a_c^2 + a_t^2} \\ &= \sqrt{\left(0,8333\tfrac{m}{s^2}\right)^2 + \left(0,5\tfrac{m}{s^2}\right)^2} \\ &= 0,9718\tfrac{m}{s^2} \end{aligned}$$

b) Le tube est la seule chose qui fait la force centripète. Sa tension doit donc être égale à la force centripète. Cette force est

$$\begin{aligned} T &= ma_c \\ &= 3kg \times 0,8333\tfrac{m}{s^2} \\ &= 2,5N \end{aligned}$$

13. a) L'accélération centripète est

$$a_c = \frac{v^2}{r} = \frac{\left(10\frac{m}{s}\right)^2}{5m} = 20\tfrac{m}{s^2}$$



b) Les forces sur Gontran sont :

1) Une force de gravitation de 637 N vers le bas.
2) La tension T de la corde dans la direction de la corde.

Les équations des forces sont donc

$$\sum F_x = ma_x$$
$$\to mg\cos(-130°) = ma_t$$
$$\sum F_y = ma_y$$
$$\to T + mg\sin(-130°) = m\frac{v^2}{r}$$

Avec l'équation des forces en x, on a

$$mg\cos(-130°) = ma_t$$
$$a_t = g\cos(-130°)$$
$$a_t = -6,299 \tfrac{m}{s^2}$$

c) L'accélération est donc

$$a = \sqrt{a_c^2 + a_t^2}$$
$$= \sqrt{\left(20\tfrac{m}{s^2}\right)^2 + \left(6,299\tfrac{m}{s^2}\right)^2}$$
$$= 20,969\tfrac{m}{s^2}$$

d) On trouve la tension avec l'équation des forces en y

$$T + mg\sin(-130°) = m\frac{v^2}{r}$$

$$T = m\frac{v^2}{r} - mg\sin(-130°)$$

$$T = m\frac{v^2}{r} + mg\sin(130°)$$

$$T = 65kg\frac{\left(10\frac{m}{s}\right)^2}{5m} + 65kg \times 9,8\tfrac{N}{kg}\sin(130°)$$

$$T = 1300N + 488N$$

$$T = 1788N$$

14. On a

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM_c}}$$

$$27,32 \times 24 \times 60 \times 60s = 2\pi\sqrt{\frac{\left(3,844 \times 10^8 m\right)^3}{6,674 \times 10^{-11}\frac{Nm^2}{kg^2} M_{Terre}}}$$

$$M_{Terre} = 6,03 \times 10^{24} kg$$

15. Avec ce qu'on sait avec Io, on peut trouver la masse de Jupiter.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM_c}}$$

$$1,796 \times 24 \times 60 \times 60s = 2\pi\sqrt{\frac{\left(4,217 \times 10^8 m\right)^3}{6,674 \times 10^{-11}\frac{Nm^2}{kg^2} M_{Jupiter}}}$$

$$M_{Jupiter} = 1,8422 \times 10^{27} kg$$

On utilise alors cette information pour trouver la période de Ganymède.

$$\begin{aligned} T &= 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM_c}} \\ &= 2\pi\sqrt{\frac{\left(1,0704 \times 10^9 m\right)^3}{6,674 \times 10^{-11}\frac{Nm^2}{kg^2} \times 1,8422 \times 10^{27} kg}} \\ &= 627\,529s = 7,263\,j \end{aligned}$$

b) La vitesse de Ganymède est

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{\frac{GM_c}{r}} \\ &= \sqrt{\frac{6,674\times 10^{-11}\,\frac{Nm^2}{kg^2}\cdot 1,8422\times 10^{27}\,kg}{1,0704\times 10^{9}\,m}} \\ &= 10\,717\,\tfrac{m}{s} = 10,717\,\tfrac{km}{s} \end{aligned}$$

16. La période de rotation est

$$\begin{aligned} T &= 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM_c}} \\ &= 2\pi\sqrt{\frac{\left(1,837\times 10^{6}\,m\right)^3}{6,674\times 10^{-11}\,\frac{Nm^2}{kg^2}\times 7,35\times 10^{22}\,kg}} \\ &= 7063s = 1,962h \end{aligned}$$

17. On trouve la distance avec

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM_c}}$$

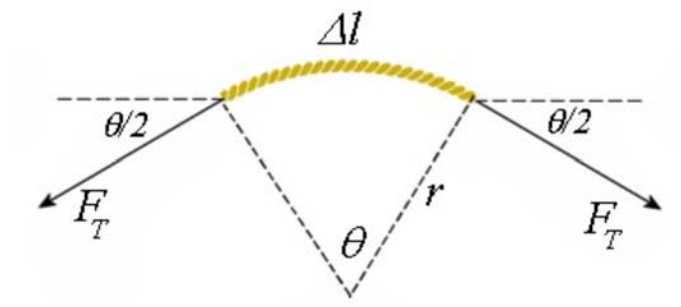
$$2\times 24\times 60\times 60s = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{6,674\times 10^{-11}\,\frac{Nm^2}{kg^2}\times 5,97\times 10^{24}\,kg}}$$

$$r = 6,7044\times 10^{7}\,m = 67044km$$

Ceci est la distance à partir du centre de la Terre. La distance à partir de la surface est donc

$$dist = 67044km - 6378km = 60666km$$

18. Prenons un petit morceau de la corde et examinons les forces sur ce morceau. (L'angle θ est petit sur la figure.)



Puisque ce morceau fait un mouvement circulaire, la somme des forces en y sur ce morceau est (en utilisant un axe des y vers le haut)

$$\sum F_y = ma_y$$

$$\rightarrow F_T \sin\left(-\frac{\theta}{2}\right) + F_T \sin\left(180° + \frac{\theta}{2}\right) = -m\frac{4\pi^2 r}{T^2}$$

Puisque sin -x = -sin x et sin (180°+x) = -sin x, on a

$$-F_T \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) - F_T \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) = -m\frac{4\pi^2 r}{T^2}$$

$$2F_T \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) = m\frac{4\pi^2 r}{T^2}$$

Puisque l'angle est petit, on a sin x = x. (Cela signifie qu'on travaille maintenant avec des angles en radians.)

$$2F_T \frac{\theta}{2} = m\frac{4\pi^2 r}{T^2}$$

$$F_T\theta = m\frac{4\pi^2 r}{T^2}$$

La masse du petit morceau dépend de l'angle. La proportion de la masse de la corde dans le petit morceau est la même que celle de l'angle par rapport à 2π radians.

$$\frac{m}{6kg} = \frac{\theta}{2\pi}$$

$$m = \frac{\theta}{2\pi}6kg$$

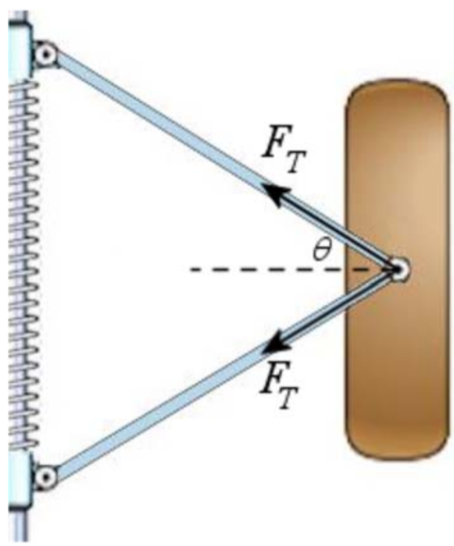
L'équation des forces devient alors

$$F_T\theta = m\frac{4\pi^2 r}{T^2}$$
$$F_T\theta = \frac{\theta}{2\pi}6kg\frac{4\pi^2 r}{T^2}$$
$$F_T = 6kg\frac{2\pi r}{T^2}$$

Avec les valeurs, on obtient

$$F_T = 6kg\frac{2\pi \cdot 0,5m}{(0,25s)^2}$$
$$= 301,6N$$

19. Commençons avec les forces sur une des masses.



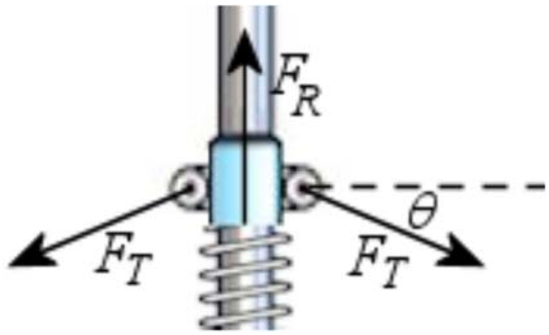
La somme des forces en x est

$$\sum F_x = ma_x$$
$$\rightarrow -F_T\cos\theta - F_T\cos\theta = -m\frac{4\pi^2 r}{T^2}$$

La tension des tiges est alors

$$F_T = \frac{2m\pi^2 r}{T^2 \cos\theta}$$

Regardons maintenant la force sur les attaches au bout des ressorts.



Pour la somme des masses en y, on a

$$\sum F_y = ma_y$$
$$\rightarrow F_T \sin(-\theta) + F_T \sin(-\theta) + F_R = 0$$

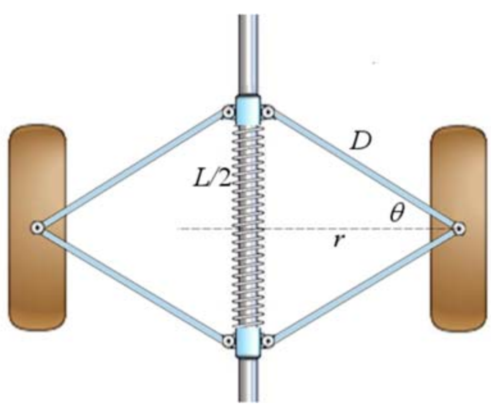
Ainsi, la force faire par le ressort est

$$F_R = 2F_T \sin\theta$$

Avec la valeur de la tension trouvée précédemment, on arrive a

$$\begin{aligned} F_R &= 2F_T \sin\theta \\ &= \frac{4m\pi^2 r}{T^2 \cos\theta} \sin\theta \end{aligned}$$

Reste maintenant à faire le lien entre quelques variables.



On a premièrement

$$D\cos\theta = r$$

Ainsi,

$$\begin{aligned} F_R &= \frac{4m\pi^2 r}{T^2 \cos\theta}\sin\theta \\ &= \frac{4m\pi^2 D}{T^2}\sin\theta \end{aligned}$$

Puis on a

$$D\sin\theta = \frac{L}{2}$$

Ainsi,

$$\begin{aligned} F_R &= \frac{4m\pi^2 D}{T^2}\sin\theta \\ &= \frac{2m\pi^2 L}{T^2} \end{aligned}$$

Puisque la force du ressort est

$$F_R = k\left(x_0 - L\right)$$

où x_0 est la longueur du ressort ni étiré ni comprimé, on a

$$k\left(x_0 - L\right) = \frac{2m\pi^2 L}{T^2}$$

Il ne reste qu'à isoler L dans cette formule.

$$kx_0 - kL = \frac{2m\pi^2 L}{T^2}$$

$$kx_0 = \left(\frac{2m\pi^2}{T^2} + k\right)L$$

$$L = \frac{x_0}{1 + \frac{2m\pi^2}{kT^2}}$$

Avec les chiffres, la longueur est

$$\begin{aligned} L &= \frac{x_0}{1 + \frac{2m\pi^2}{kT^2}} \\ &= \frac{80cm}{1 + \frac{2 \cdot 1kg \cdot \pi^2}{2000\frac{N}{m} \cdot (0,1s)^2}} \\ &= 40,263cm \end{aligned}$$