Solutionnaire du chapitre 4

1. Les forces sur William sont :

1) Une force de gravitation de 705,6 N vers le bas.
2) La normale vers le haut faite par le plancher de l'ascenseur.

L'équation des forces en *y* est donc

$$\sum F_y = ma_y$$
$$-705,6N - F_N = ma_y$$

a) Si la vitesse est constante, l'accélération est nulle et on a

$$-705,6N - F_N = 0$$
$$F_N = 705,6N$$

b) Si la vitesse augmente, l'accélération est dans le même sens que la vitesse, donc vers le haut. On a alors

$$-705,6N - F_N = ma_y$$
$$-705,6N - F_N = 72kg \times \left(2\tfrac{m}{s^2}\right)$$
$$F_N = 849,6N$$

c) Si la vitesse diminue, l'accélération est dans le sens contraire de la vitesse, donc vers le bas. On a alors

$$-705,6N - F_N = ma_y$$
$$-705,6N - F_N = 72kg \times \left(-3\tfrac{m}{s^2}\right)$$
$$F_N = 489,6N$$

2. Les forces sur la boite du haut sont :

1) Une force de gravitation de 49 N vers le bas.
2) La normale vers le haut faite par la boite de 10 kg (F_{N1}).

Si l'ascenseur ralentit, c'est que l'accélération est dans le sens opposé à la vitesse, donc vers le bas. On a donc

L'équation des forces en y est donc

$$\sum F_y = m_1 a_y$$
$$-49N + F_{N1} = 5kg \times \left(-1\tfrac{m}{s^2}\right)$$

La normale est donc

$$-49N + F_{N1} = 5kg \times \left(-1\tfrac{m}{s^2}\right)$$
$$F_{N1} = 44N$$

Les forces sur la boite du bas sont :

1) Une force de gravitation de 98 N vers le bas.
2) La normale vers le bas faite par la boite de 5 kg, qui est de même grandeur que la normale faite par la boite de 10 kg sur la boite de 5 kg (F_{N1}).
3) La normale vers le haut faite par le plancher (F_{N2}).

L'équation des forces en y est donc

$$\sum F_y = m_2 a_y$$
$$-49N - F_{N1} + F_{N2} = m_2 a_y$$

Puisque F_{N1} = 44 N et que l'accélération est de -1 m/s², on a

$$-98N - 44N + F_{N2} = 10kg \times -1\tfrac{m}{s^2}$$
$$F_{N2} = 132N$$

3. Les forces sur la pièce de 300 kg sont :

1) Une force de gravitation de 2940 N vers le bas.
2) La tension de la corde vers le haut.

L'équation des forces en y est donc

$$\sum F_y = ma_y$$
$$T - 2940N = ma_y$$

a) S'il n'y a pas d'accélération, on a

$$T - 2940N = ma_y$$
$$T - 2940N = 0$$
$$T = 2940N$$

b) Si l'accélération est de 3 m/s² vers le haut, on a

$$T - 2940N = ma_y$$
$$T - 2940N = 300kg \times 3\tfrac{m}{s^2}$$
$$T = 3840N$$

c) Si l'accélération est de 2 m/s² vers le bas, on a

$$T - 2940N = ma_y$$
$$T - 2940N = 300kg \times -2\tfrac{m}{s^2}$$
$$T = 2340N$$

4. Les forces sur le bloc de 10 kg sont (axes *y* vers le haut) :

1) Une force de gravitation de 98 N vers le bas.
2) La tension T_2 vers le haut.

L'équation de la force en *y* est donc

$$\sum F_y = ma_y$$
$$-98N + T_2 = 10kg \cdot a$$

Les forces sur le bloc de 6 kg sont (axes *y* vers le haut) :

1) Une force de gravitation de 58,8 N vers le bas.
2) La tension T_1 vers le haut.
3) La tension T_2 vers le bas.

L'équation de la force en *x* est donc

$$\sum F_y = ma_y$$
$$-58,8N + T_1 - T_2 = 6kg \cdot a$$

a) Si l'accélération est de 2,4 m/s² vers le bas, nos deux équations deviennent

$$-98N + T_2 = 10kg \cdot \left(-2,4 \tfrac{m}{s^2}\right)$$
$$-58,8N + T_1 - T_2 = 6kg \cdot \left(-2,4 \tfrac{m}{s^2}\right)$$

La première équation nous donne alors T_2 = 74 N. En remplaçant dans la deuxième équation, on arrive à T_1 = 118,4 N.

b) On va trouver l'accélération maximale en mettant chacune des cordes à sa tension maximale. Ce sera la plus basse des deux accélérations maximales qui sera notre limite.

Si T_1 a sa valeur maximale de la tension de 200 N, on obtient

$$-98N + T_2 = 10kg \cdot a_{\max}$$
$$-58,8N + 200N - T_2 = 6kg \cdot a_{\max}$$

En additionnant ces équations, on arrive a

$$\left(-98N + T_2\right) + \left(-58,8N + 200N - T_2\right) = 10kg \cdot a_{\max} + 6kg \cdot a_{\max}$$
$$43,2N = 16kg \cdot a_{\max}$$
$$a_{\max} = 2,7 \tfrac{m}{s^2}$$

Si T_2 a sa valeur maximale de la tension de 200 N, on obtient

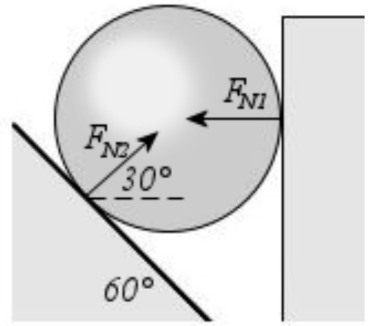
$$-98N + 200N = 10kg \cdot a_{\max}$$
$$-58,8N + T_1 - 200N = 6kg \cdot a_{\max}$$

Avec la première équation, on trouve

$$-98N + 200N = 10kg \cdot a_{\max}$$
$$a_{\max} = 10,2 \tfrac{m}{s^2}$$

C'est donc la corde 1 qui limite notre accélération à 2,7 m/s².

5. Les forces sur la balle sont :



1) La force de gravitation de 3,92 N vers le bas.
2) Une normale F_{N1} vers la gauche, faite par la surface verticale.
3) Une normale F_{N2} à 30 ° faite par la surface inclinée.

On a donc

Forces	***x***	***y***
Poids	0	-3,92 N
Normale 1	$-F_{N1}$	0
Normale 2	$F_{N2}\cos 30°$	$F_{N2}\sin 30°$

Puisque les composantes de l'accélération sont nulles, les équations des forces sont donc

$$\sum F_x = -F_{N1} + F_{N2}\cos 30° = 0$$
$$\sum F_y = -3,92N + F_{N2}\sin 30° = 0$$

L'équation des forces en y nous donne

$$-3,92N + F_{N2}\sin 30° = 0$$
$$F_{N2} = 7,84N$$

On utilise ensuite cette réponse dans l'équation des forces en x pour obtenir

$$-F_{N1} + 7,84N\cos 30° = 0$$
$$F_{N1} = 6,79N$$

6. Trouvons premièrement la tension avec l'équation des forces sur le bloc de 4 kg. Les forces sur ce bloc sont :

1) Une force de gravitation de 39,2 N vers le bas.
2) La tension de la corde vers le haut.

L'équation des forces en y est donc

$$\sum F_y = ma_y$$
$$T - 39,2N = 0$$
$$T = 39,2N$$

Examinons maintenant les forces sur le bloc de 12 kg. Les forces sont :

1) Une force de gravitation de 117,6 N vers le bas.
2) La tension de la corde vers le haut.
3) Une normale vers le haut faite par le sol.

L'équation des forces en y est donc

$$\sum F_y = ma_y$$
$$T - 117,6N + F_N = 0$$
$$39,2N - 117,6N + F_N = 0$$
$$F_N = 78,4N$$

7. Trouvons premièrement la tension avec l'équation des forces sur le bloc de 4 kg. Les forces sur ce bloc sont :

1) Une force de gravitation de 39,2 N vers le bas.
2) La tension de la corde vers le haut.

L'équation des forces en y est donc

$$\sum F_y = ma_y$$
$$T - 39,2N = 0$$
$$T = 39,2N$$

Examinons maintenant les forces sur le bloc de 12 kg. Les forces sont :

1) Une force de gravitation de 117,6 N vers le bas.
2) La tension de la corde vers le haut (T).
3) Une normale vers le haut faite par le bloc de 20 kg (F_{N1}).

L'équation des forces en y est donc

$$\sum F_y = ma_y$$
$$T - 117,6N + F_{N1} = 0$$
$$39,2N - 117,6N + F_{N1} = 0$$
$$F_{N1} = 78,4N$$

Examinons maintenant les forces sur le bloc de 20 kg. Les forces sont :

1) Une force de gravitation de 196 N vers le bas.
2) Une normale vers le bas faite par le bloc de 12 kg, qui a la même grandeur que celle faite par le bloc de 20 kg sur le bloc de 12 kg (F_{N1}).
3) Une normale vers le haut faite par le sol (F_{N2}).

L'équation des forces en y est donc

$$\sum F_y = ma_y$$
$$F_{N2} - 196N - F_{N1} = 0$$
$$F_{N2} - 196N - 78,4N = 0$$
$$F_{N2} = 274,4N$$

8. Les forces sur la boule de neige sont :

1) Une force de gravitation de 392 N vers le bas.
2) La normale vers le haut faite par le sol.
3) La force faite par Gontran, qui est de 100 N à -25°.
4) La force faite par Philémon, qui est de 75 N à 30°.

On a donc

Forces	***x***	***y***
Poids	0	-392N
Normale	0	F_N
Gontran	100N cos(-25 °)	100N sin(-25 °)
Philémon	75N cos30°	75N sin30°

L'équation des forces en x nous permet de trouver l'accélération.

$$\sum F_x = ma_x$$
$$100N\cos(-25°) + 75N\cos(30°) = 40kg \times a_x$$
$$a_x = 3,89\tfrac{m}{s^2}$$

L'équation des forces en y nous permet de trouver la normale.

$$\sum F_y = ma_y$$
$$-392N + F_N + 100N\sin(-25°) + 75N\sin(30°) = 40kg \times 0\tfrac{m}{s^2}$$
$$F_N = 396,76N$$

9. Les forces sur Irina sont :

1) Une force de gravitation de 588 N vers le bas.
2) La normale à 15 ° faite par la falaise.
3) La tension de la corde à 121°.

On a donc

Forces	*x*	*y*
Poids	0	-588N
Normale	$F_N \cos(15°)$	$F_N \sin(15°)$
Tension	$T\cos 121°$	$T\sin 121°$

Puisque les composantes de l'accélération sont nulles, les équations des forces sont donc

$$\sum F_x = ma_x$$
$$\to F_N\cos(15°) + T\cos(121°) = 0$$
$$\sum F_y = ma_y$$
$$\to -588N + F_N\sin(15°) + T\sin(121°) = 0$$

Nous avons deux équations et deux inconnues. Pour résoudre, on va isoler la normale dans l'équation des forces en *x*.

$$F_N = \frac{-T\cos(121°)}{\cos(15°)}$$

Puis on remplace cette valeur dans l'équation des forces en *y*. On a alors

$$-588N + F_N \sin(15°) + T \sin(121°) = 0$$
$$-588N + \frac{-T\cos(121°)}{\cos(15°)} \sin(15°) + T \sin(121°) = 0$$
$$-588N + T\left(\frac{-\cos(121°)}{\cos(15°)} \sin(15°) + \sin(121°)\right) = 0$$
$$-588N + T(0{,}9952) = 0$$
$$T = 590{,}85N$$

À partir de cette tension, on peut trouver la normale

$$\begin{aligned} F_N &= \frac{-T\cos(121°)}{\cos(15°)} \\ &= \frac{-590{,}85N\cos(121°)}{\cos(15°)} \\ &= 315{,}05N \end{aligned}$$

10. Les forces sur Indiana sont :

1) Une force de gravitation de 637 N vers le bas.
2) La tension de la corde à 5°.
3) La tension de la corde à 175°.

On a donc

Forces	***x***	***y***
Poids	0	-637N
Tension 5 °	$T\cos 5°$	$T\sin 5°$
Tension 175 °	$T\cos 175°$	$T\sin 175°$

Puisque les composantes de l'accélération sont nulles, les équations des forces sont donc

$$\sum F_x = ma_x$$
$$\to T\cos(5°) + T\cos(175°) = 0$$
$$\sum F_y = ma_y$$
$$\to -637N + T\sin(5°) + T\sin(175°) = 0$$

La première équation ne donne aucun renseignement. Elle est toujours nulle, peu importe la valeur de T, car cos (5°) = -cos(175°). On peut cependant trouver la tension avec l'équation des forces en y.

$$-637N + T\sin(5°) + T\sin(175°) = 0$$
$$-637N + T\left(\sin(5°) + \sin(175°)\right) = 0$$
$$T = 3654N$$

11. Les forces sur la boite sont :

1) Une force de gravitation de 392 N vers le bas.
2) La tension T_1 de la corde de droite, à 20°.
3) La tension T_2 de la corde de gauche à 120°.

On a donc

Forces	***x***	***y***
Poids	0	-392N
Tension 1	$T_1\cos 20°$	$T_1\sin 20°$
Tension 2	$T_2 \cos 120°$	$T_2\sin 120°$

Puisque les composantes de l'accélération sont nulles, les équations des forces sont donc

$$\sum F_x = ma_x$$
$$\to T_1\cos(20°) + T_2\cos(120°) = 0$$
$$\sum F_y = ma_y$$
$$\to -392N + T_1\sin(20°) + T_2\sin(120°) = 0$$

Nous avons deux équations et deux inconnues. Pour résoudre ce système, on va isoler la T_2 dans l'équation des forces en x.

$$T_2 = -\frac{T_1\cos(20°)}{\cos(120°)}$$

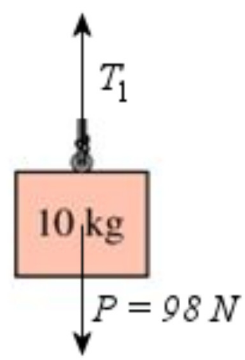
Puis remplacer cette valeur dans l'équation des forces en y. On a alors

$$-392N + T_1 \sin(20°) + T_2 \sin(120°) = 0$$
$$-392N + T_1 \sin(20°) + -\frac{T_1 \cos(20°)}{\cos(120°)} \sin(120°) = 0$$
$$-392N + T_1 \left(\sin(20°) - \frac{\cos(20°)}{\cos(120°)} \sin(120°) \right) = 0$$
$$-392N + T_1 (1{,}9696) = 0$$
$$T_1 = 199{,}02N$$

À partir de cette tension, on peut trouver l'autre tension.

$$\begin{aligned} T_2 &= -\frac{T_1 \cos(20°)}{\cos(120°)} \\ &= -\frac{199{,}02N \times \cos(20°)}{\cos(120°)} \\ &= 374{,}04N \end{aligned}$$

12. Commençons par trouver la tension de la corde qui soutient la boite.



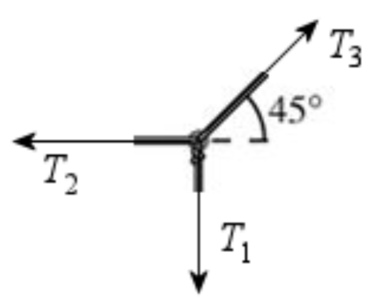
Les forces sur la boite de 10 kg sont :

1) Une force de gravitation de 98 N vers le bas.
2) La tension T_1 de la corde vers le haut.

L'équation des forces en y est donc

$$\begin{aligned} \sum F_y &= ma_y \\ T_1 - 98N &= 0 \\ T_1 &= 98N \end{aligned}$$

Examinons maintenant les forces sur le nœud qui relie les trois cordes.



1) La tension T_1 de 98 N vers le bas.
2) La tension T_2 de la corde de gauche, vers les x négatifs.
3) La tension T_3 de la corde de gauche à 45°.

On a donc

Forces	x	y
Tension 1	0	-98N
Tension 2	$-T_2$	0
Tension 3	$T_3\cos 45°$	$T_3\sin 45°$

Puisque les composantes de l'accélération sont nulles, les équations des forces sont donc

$$\sum F_x = ma_x$$
$$\to -T_2 + T_3\cos(45°) = 0$$
$$\sum F_y = ma_y$$
$$\to -98N + T_3\sin(45°) = 0$$

Avec l'équation des forces en y, on trouve

$$-98N + T_3\sin(45°) = 0$$
$$T_3 = 138,59N$$

On utilise ensuite cette valeur dans l'équation des forces en x pour trouver T_2.

$$-T_2 + T_3\cos(45°) = 0$$
$$-T_2 + 138,59N\cos(45°) = 0$$
$$T_2 = 98N$$

13. Les forces sur la boite de 10 kg sont :

1) Une force de gravitation de 98 N vers le bas.
2) La tension T de la corde à 60°.
3) La force de poussée, vers les x négatifs.

On a donc

Forces	x	y
Poids	0	-98N
Tension	$T\cos 60°$	$T\sin 60°$
Poussée	$-F$	0

Puisque les composantes de l'accélération sont nulles, les équations des forces sont donc

$$\sum F_x = ma_x$$
$$\rightarrow T\cos(60°) - F = 0$$
$$\sum F_y = ma_y$$
$$\rightarrow -98N + T\sin(60°) = 0$$

Avec l'équation des forces en *y*, on trouve

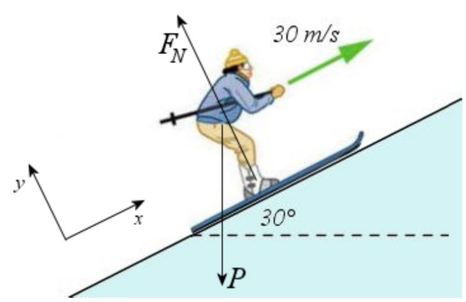
$$-98N + T\sin(60°) = 0$$
$$T = 113{,}16N$$

On utilise ensuite cette valeur dans l'équation des forces en *x* pour trouver *F*.

$$T\cos(60°) - F = 0$$
$$113{,}16N\cos(60°) - F = 0$$
$$F = 56{,}58N$$

14. Sur la pente, les forces sur Yannick sont :

1) Une force de gravitation de *mg* vers le bas.
2) Une normale F_N perpendiculaire à la pente.



On a donc, avec les axes montrés sur la figure.

Forces	*x*	*y*
Poids	*mg* cos (-120 °)	*mg* sin (-120 °)
Normale	0	F_N

Les équations des forces sont donc :

$$\sum F_x = ma_x$$
$$\rightarrow mg\cos(-120°) = ma_x$$
$$\sum F_y = ma_y$$
$$\rightarrow mg\sin(-120°) + F_N = 0$$

Avec l'équation des forces en *x*, on trouve l'accélération.

$$mg\cos(-120°) = ma_x$$
$$g\cos(-120°) = a_x$$
$$a_x = -4,9\tfrac{m}{s^2}$$

À partir de là, on peut trouver la distance parcourue avec

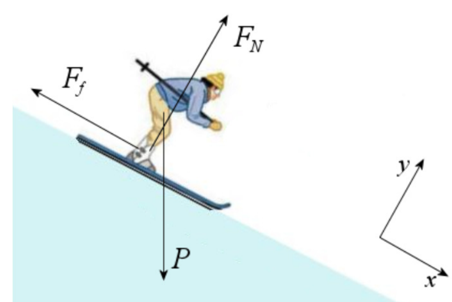
$$2a_x(x - x_0) = v^2 - v_0^2$$
$$2\cdot(-4,9\tfrac{m}{s^2})(x - 0m) = (0\tfrac{m}{s})^2 - (30\tfrac{m}{s})^2$$
$$x = 91,84m$$

et le temps d'arrêt.

$$v_x = v_{0x} + a_x t$$
$$0\tfrac{m}{s} = 30\tfrac{m}{s} + (-4,9\tfrac{m}{s^2})\cdot t$$
$$t = 6,122s$$

15. Sur la pente, les forces sur Wolfgang sont :

1) Une force de gravitation de *mg* vers le bas.
2) Une normale F_N perpendiculaire à la pente.
3) Une friction F_f s'opposant au mouvement.



On a donc, avec les axes montrés sur la figure.

Forces	*x*	*y*
Poids	*mg* cos(-60 °)	*mg* sin(-60 °)
Normale	0	F_N
Friction	$-F_f$	0

Les équations des forces sont donc

$$\sum F_x = ma_x$$
$$\rightarrow mg\cos(-60°) - F_f = ma_x$$
$$\sum F_y = ma_y$$
$$\rightarrow mg\sin(-60°) + F_N = 0$$

Pour pouvoir résoudre, il nous faudra l'accélération, qu'on peut trouver avec

$$2a_x(x - x_0) = v^2 - v_0^2$$
$$2a_x(50m - 0m) = \left(20\tfrac{m}{s}\right)^2 - \left(10\tfrac{m}{s}\right)^2$$
$$a_x = 3\tfrac{m}{s^2}$$

On peut alors trouver la force de friction avec l'équation des forces en *x*.

$$mg\cos(-60°) - F_f = ma_x$$
$$70kg \cdot 9,8\tfrac{m}{s^2} \cdot \cos(-60°) - F_f = 70kg \cdot 3\tfrac{m}{s^2}$$
$$F_f = 133N$$

16. Les forces sur la boite de 30 kg sont (avec des axes horizontaux (*x*) et verticaux (*y*)) :

1) Une force de gravitation de 294 N vers le bas.
2) La tension *T* de la corde vers les *x* positifs.
3) La normale F_N à 115°.

On a donc

Forces	***x***	***y***
Poids	0	-294 N
Tension	*T*	0
Normale	$F_N \cos 115°$	$F_N \sin 115°$

Avec une accélération nulle, les équations des forces sont :

$$\sum F_x = ma_x$$
$$\rightarrow T + F_N\cos(115°) = 0$$
$$\sum F_y = ma_y$$
$$\rightarrow -294N + F_N\sin(115°) = 0$$

Avec l'équation des forces en *y*, on trouve

$$-294N + F_N \sin(115°) = 0$$
$$F_N = 324,39N$$

On utilise ensuite cette valeur dans l'équation des forces en x pour trouver T.

$$T + F_N \cos(115°) = 0$$
$$T + 324,39N \cos(115°) = 0$$
$$T = 137,09N$$

17. Les forces sur la boite de 80 kg sont (avec des axes inclinés pour que x soit vers le haut de la pente) :

1) Une force de gravitation de 784 N vers le bas, donc à -130°.
2) La normale F_N vers les y positifs.
3) La force F de 800 N à - 40°.

On a donc

Forces	*x*	*y*
Poids	784N cos (-130 °)	784N sin (-130 °)
Normale	0	F_N
Force *F*	800N cos (-40 °)	800N sin (-40 °)

Les équations des forces sont

$$\sum F_x = ma_x$$
$$\to 784N \cos(-130°) + 800N \cos(-40°) = ma_x$$
$$\sum F_y = ma_y$$
$$\to 784N \sin(-130°) + F_N + 800N \sin(-40°) = 0$$

Avec l'équation des forces en x, nous permet de trouver l'accélération.

$$784N \cos(-130°) + 800N \cos(-40°) = ma_x$$
$$-503,95N + 612,84N = 80kg \cdot a_x$$
$$a_x = 1,361 \tfrac{m}{s^2}$$

L'équation des forces en y nous permet de trouver F_N.

$$784N \sin(-130°) + F_N + 800N \sin(-40°) = 0$$
$$F_N = 1114,81N$$

18. Trouvons l'accélération en considérant les deux boites comme un seul objet de 5 kg. Les forces sur cet objet sont :

1) Une force de gravitation de 49 N vers le bas.
2) La normale F_N vers le haut.
3) La force F de 50 N vers les x positifs.
4) La force de friction de 18 N vers les x négatifs.

On a donc

Forces	*x*	*y*
Poids	0	-49N
Normale	0	F_N
Force *F*	50N	0
Friction	-18N	0

L'équation de la force en x nous permet alors de trouver l'accélération.

$$\sum F_x = ma_x$$
$$50N - 18N = 5kg \cdot a_x$$
$$a_x = 6,4 \tfrac{m}{s^2}$$

Pour trouver la normale entre la boite, on doit examiner les forces sur une des deux boites. On va prendre la boite de 2 kg. Les forces sur cette boite sont :

1) Une force de gravitation de 19,6 N vers le bas.
2) La normale F_{N1} vers le haut.
3) La force normale F_{N2} faite par la boite de 3 kg vers les x positifs.
4) La force de friction de 8 N vers les x négatifs.

On a donc

Forces	*x*	*y*
Poids	0	-19,6N
Normale 1	0	F_{N1}
Normale 2	F_{N2}	0
Friction	-8N	0

L'équation de la force en x nous permet alors de trouver la normale F_{N2}.

$$\sum F_x = ma_x$$
$$F_{N2} - 8N = 2kg \cdot 6,4 \tfrac{m}{s^2}$$
$$F_{N2} = 20,8N$$

19. Les forces sur le bloc de 12 kg sont (avec un axe des *x* vers le bas) :

1) Une force de gravitation de 117,6 N vers le bas.
2) La tension *T* vers le haut.

L'équation des forces en *x* est donc

$$\sum F_x = m_1 a_x$$
$$117,6N - T = 12kg \cdot a_x$$

Les forces sur le bloc de 10 kg sont (avec un axe des *x* vers le haut) :

1) Une force de gravitation de 98 N vers le bas.
2) La tension *T* vers le haut.

L'équation des forces en x est donc

$$\sum F_x = m_1 a_x$$
$$-98N + T = 10kg \cdot a_x$$

Nos deux équations sont donc

$$117,6N - T = 12kg \cdot a_x$$
$$-98N + T = 10kg \cdot a_x$$

On peut résoudre en additionnant ces deux équations.

$$(117,6N - T) + (-98N + T) = 12kg \cdot a_x + 10kg \cdot a_x$$
$$117,6N - 98N = 22kg \cdot a_x$$
$$a_x = 0,891 \tfrac{m}{s^2}$$

La tension est donc

$$117,6N - T = 12kg \cdot a_x$$
$$117,6N - T = 12kg \cdot 0,891 \tfrac{m}{s^2}$$
$$T = 106,91N$$

20. Les forces sur le bloc de 24 kg sont (avec un axe des x vers la droite) :

3) Une force de gravitation de 235,2 N vers le bas.
4) La normale F_{N1} vers le haut.
5) La tension T vers les x positifs.
6) La force F de 300 N à 160 °.

On a donc

Forces	x	y
Poids	0	-235,2N
Normale 1	0	F_{N1}
Tension	T	0
Force *F*	300N cos (160 °)	300 N sin (160 °)

Les équations des forces sont donc

$$\sum F_x = m_1 a_x$$
$$\to T + 300N\cos(160°) = m_1 a_x$$
$$\sum F_y = m_1 a_y$$
$$\to -235,2N + F_{N1} + 300N\sin(160°) = 0$$

Les forces sur le bloc de 18 kg sont (avec un axe des x vers le bas de la pente) :

1) Une force de gravitation de 176,4 N vers le bas, donc à -30°.
2) La normale F_{N2} perpendiculaire à la pente.
3) La tension T vers les x négatifs.

On a donc

Forces	x	y
Poids	176,4 N cos (-30 °)	176,4 N sin (-30 °)
Normale 2	0	F_{N2}
Tension	$-T$	0

Les équations des forces sont donc

$$\sum F_x = m_2 a_x$$
$$\rightarrow 176{,}4N\cos(-30°) - T = m_2 a_x$$
$$\sum F_y = m_2 a_y$$
$$\rightarrow -176{,}4N\sin(-30°) + F_{N2} = 0$$

a et b) On a donc les deux équations des forces en x

$$T + 300N\cos(160°) = m_1 a_x$$
$$176{,}4N\cos(-30°) - T = m_2 a_x$$

On peut trouver la solution à ce système d'équations en additionnant ces équations.

$$\left(T + 300N\cos(160°)\right) + \left(176{,}4N\cos(-30°) - T\right) = m_1 a_x + m_2 a_x$$
$$300N\cos(160°) + 176{,}4N\cos(-30°) = (m_1 + m_2)a_x$$
$$-281{,}91N + 152{,}77N = 42kg \cdot a_x$$
$$a_x = -3{,}075\tfrac{m}{s^2}$$

La tension est donc

$$T + 300N\cos(160°) = m_1 a_x$$
$$T + 300N\cos(160°) = 24kg \cdot \left(-3{,}075\tfrac{m}{s^2}\right)$$
$$T = 208{,}11N$$

b) On trouve la normale sur le bloc de 24 kg avec l'équation des forces en y sur ce bloc.

$$-235{,}2N + F_{N1} + 300N\sin(160°) = 0$$
$$F_{N1} = 132{,}59N$$

On trouve la normale sur le bloc de 18 kg avec l'équation des forces en y sur ce bloc.

$$-176{,}4N\sin(-30°) + F_{N2} = 0$$
$$F_{N2} = 88{,}2N$$

21. Les forces sur le bloc de 2 kg sont (avec un axe des x vers le haut) :

1) Une force de gravitation de 19,6 N vers le bas.
2) La tension T vers le haut.

Les équations des forces en x est donc

$$\sum F_x = m_1 a_x$$
$$-19,6N + T = 2kg \cdot a_x$$

Les forces sur le bloc de masse m sont (avec un axe des x vers le bas de la pente) :

1) Une force de gravitation de mg vers le bas, donc à -70°.
2) La normale F_N perpendiculaire à la pente.
3) La tension T vers les x négatifs.

On a donc

Forces	***x***	***y***
Poids	mg cos (-70 °)	mg sin (-70 °)
Normale	0	F_N
Tension	$-T$	0

L'équation de la force en x est donc

$$\sum F_x = m_2 a_x$$
$$mg\cos(-70°) - T = ma_x$$

Nos deux équations sont donc

$$-19,6N + T = 2kg \cdot a_x$$
$$mg\cos(-70°) - T = ma_x$$

a) Puisque l'accélération est de -2 m/s², on a

$$-19,6N + T = -4N$$
$$mg\cos(-70°) - T = m \cdot \left(-2\tfrac{m}{s^2}\right)$$

La première équation nous permet de trouver que T = 15,6N. En remplaçant dans la deuxième équation, on a

$$mg\cos(-70°) - 15,6N = m \cdot \left(-2\tfrac{m}{s^2}\right)$$
$$mg\cos(-70°) + m \cdot \left(2\tfrac{m}{s^2}\right) = 15,6N$$
$$m\left(g\cos(-70°) + 2\tfrac{m}{s^2}\right) = 15,6N$$
$$m\left(5,352\tfrac{m}{s^2}\right) = 15,6N$$
$$m = 2,915kg$$

b) Si la tension est de 25 N, on a

$$-19,6N + 25N = 2kg \cdot a_x$$
$$mg\cos(-70°) - 25N = ma_x$$

La première équation permet de trouver que a_x = 2,7 m/s². On trouve alors m avec la deuxième équation.

$$mg\cos(-70°) - 25N = m \cdot \left(2,7\tfrac{m}{s^2}\right)$$
$$mg\cos(-70°) - m \cdot \left(2,7\tfrac{m}{s^2}\right) = 25N$$
$$m\left(g\cos(-70°) - 2,7\tfrac{m}{s^2}\right) = 25N$$
$$m\left(0,6518\tfrac{m}{s^2}\right) = 25N$$
$$m = 38,36kg$$

22. Les forces sur le bloc de 20 kg sont (avec un axe des x vers le haut) :

1) Une force de gravitation de 196 N vers le bas.
2) La tension T_1 vers le haut.

L'équation des forces en x est donc

$$\sum F_x = m_1 a_x$$
$$-196N + T_1 = m_1 a_x$$

Les forces sur le bloc de 80 kg sont (avec un axe des x vers la gauche) :

1) Une force de gravitation de 784 N vers le bas.
2) La normale F_N vers le haut.
3) La tension T_1 vers les x négatifs.
4) La tension T_2 vers les x positifs.

On a donc

Forces	x	y
Poids	0	-784 N
Normale	0	F_N
Tension 1	$-T_1$	0
Tension 2	T_2	0

L'équation des forces en x est donc

$$\sum F_x = m_2 a_x$$
$$-T_1 + T_2 = m_2 a_x$$

(L'équation des forces en y ne sera pas utile ici.)

Les forces sur le bloc de 30 kg sont (avec un axe des x vers le bas) :

1) Une force de gravitation de 294 N vers le bas.
2) La tension T_2 vers le haut.

L'équation des forces en x est donc

$$\sum F_x = m_3 a_x$$
$$294N - T_2 = m_3 a_x$$

Nos trois équations sont donc

$$-196N + T_1 = m_1 a_x$$
$$-T_1 + T_2 = m_2 a_x$$
$$294N - T_2 = m_3 a_x$$

a) On peut résoudre en additionnant ces trois équations. On a alors

$$(-196N + T_1) + (-T_1 + T_2) + (294N - T_2) = m_1 a_x + m_2 a_x + m_3 a_x$$
$$-196N + 294N = (m_1 + m_2 + m_3) a_x$$
$$98N = 130kg \cdot a_x$$
$$a_x = 0,7538 \tfrac{m}{s^2}$$

b) Avec cette accélération, on peut alors trouver les tensions. Pour T_1, on a

$$-196N + T_1 = m_1 a_x$$
$$-196N + T_1 = 20kg \cdot 0,7538 \tfrac{m}{s^2}$$
$$T_1 = 211,1N$$

Pour T_2, on a

$$294N - T_2 = m_3 a_x$$
$$294N - T_2 = 30kg \cdot 0,7538 \tfrac{m}{s^2}$$
$$T_2 = 271,4N$$

23. Les forces sur le bloc de 20 kg sont (avec un axe des x vers le bas de la pente) :

1) Une force de gravitation de 196 N vers le bas, donc à -60°.
2) La normale F_{N1} perpendiculaire à la pente.
3) La tension T vers les x négatifs.

On a donc

Forces	x	y
Poids	196 N cos (-60 °)	196 N sin (-60 °)
Normale	0	F_{N1}
Tension	$-T$	0

L'équation des forces en x est donc

$$\sum F_x = m_1 a_x$$
$$196N \cos\left(-60°\right) - T = m_1 a_x$$

(L'équation en y sera inutile ici.)

Les forces sur le bloc de 12 kg sont (avec un axe des x vers le haut de la pente) :

1) Une force de gravitation de 117,6 N vers le bas, donc à -150°.
2) La normale F_{N2} perpendiculaire à la pente.
3) La tension T vers les x positifs.

On a donc

Forces	x	y
Poids	117,6 N cos (-150 °)	117,6 N sin (-150 °)
Normale	0	F_{N2}
Tension	T	0

L'équation des forces en x est donc

$$\sum F_x = m_2 a_x$$
$$117,6N\cos(-150°) + T = m_2 a_x$$

(L'équation en y sera inutile ici.)

Nos deux équations sont donc

$$196N\cos(-60°) - T = m_1 a_x$$
$$117,6N\cos(-150°) + T = m_2 a_x$$

On peut résoudre en additionnant les équations.

$$\left(196N\cos(-60°) - T\right) + \left(117,6N\cos(-150°) + T\right) = m_1 a_x + m_2 a_x$$
$$196N\cos(-60°) + 117,6N\cos(-150°) - T = (m_1 + m_2) a_x$$
$$98N + -101,84N = 32kg \cdot a_x$$
$$a_x = -0,12 \tfrac{m}{s^2}$$

La tension est donc

$$196N\cos(-60°) - T = m_1 a_x$$
$$196N\cos(-60°) - T = 20kg \cdot \left(-0,12 \tfrac{m}{s^2}\right)$$
$$T = 100,4N$$

24. a) On trouve l'accélération en considérant tout le train comme un objet de 820 kg. Les forces sur ce train sont (avec un axe des x vers la droite) :

1) Une force de gravitation de 8036 N vers le bas.
2) La normale F_N vers le haut.
3) La force F de 800 N faite par le tracteur.

L'équation des forces en x est donc

$$\sum F_x = m_1 a_x$$
$$800N = 820kg \cdot a_x$$
$$a_x = 0,9756 \tfrac{m}{s^2}$$

b) On trouve T_1 en trouvant les forces sur le dernier chariot. Les forces sur ce chariot sont (avec un axe des x vers la droite) :

1) Une force de gravitation de 2352 N vers le bas.
2) La normale F_N vers le haut.
3) La force T_1 vers la droite.

L'équation des forces en x est donc

$$\sum F_x = m_1 a_x$$
$$T_1 = 240kg \cdot 0{,}9756 \tfrac{m}{s^2}$$
$$T_1 = 234{,}1N$$

On trouve T_2 en considérant les deux derniers chariots comme un seul objet de 400 kg. Les forces sur cet objet sont (avec un axe des x vers la droite) :

1) Une force de gravitation de 3920 N vers le bas.
2) La normale F_N vers le haut.
3) La force T_2 vers la droite.

L'équation des forces en x est donc

$$\sum F_x = m_1 a_x$$
$$T_2 = 400kg \cdot 0{,}9756 \tfrac{m}{s^2}$$
$$T_2 = 390{,}2N$$

On trouve T_3 en considérant les trois derniers chariots comme un seul objet de 620 kg. Les forces sur cet objet sont (avec un axe des x vers la droite) :

1) Une force de gravitation de 6076 N vers le bas.
2) La normale F_N vers le haut.
3) La force T_3 vers la droite.

L'équation des forces en x est donc

$$\sum F_x = m_1 a_x$$
$$T_3 = 620kg \cdot 0{,}9756 \tfrac{m}{s^2}$$
$$T_3 = 604{,}9N$$

25. Les forces sur le bloc A sont (avec un axe des x vers la gauche) :

1) Une force de gravitation de $m_a g$ vers le bas.

2) La normale F_N vers le haut.
3) La tension T vers les x négatifs.
4) La force F vers les x positifs.

On a donc

Forces	***x***	***y***
Poids	0	$-m_a g$
Normale	0	F_N
Tension	$-T$	0
Force *F*	F	0

L'équation des forces en x est donc

$$\sum F_x = m_a a_x$$
$$-T + F = m_a a_x$$

(L'équation en y sera inutile ici.)

Les forces sur le bloc B sont (avec un axe des x vers le haut) :

1) Une force de gravitation de $m_b g$ vers le bas.
2) La tension T vers le haut.

L'équation des forces en x est donc

$$\sum F_x = m_b a_x$$
$$-m_b g + T = m_b a_x$$

Nos deux équations sont donc

$$-T + F = m_a a_x$$
$$-m_b g + T = m_b a_x$$

En additionnant ces équations, on a

$$(-T + F) + (-m_b g + T) = m_a a_x + m_b a_x$$
$$F - m_b g = (m_a + m_b) a_x$$

On sait ensuite que l'accélération est de -1 m/s² quand la force est de 100 N et que l'accélération est de 2 m/s² quand on tire avec une force de 200 N. On a donc les deux équations suivantes.

$$100N - m_b g = (m_a + m_b) \cdot \left(-1 \tfrac{m}{s^2}\right)$$
$$200N - m_b g = (m_a + m_b) \cdot \left(2 \tfrac{m}{s^2}\right)$$

On peut aller isoler m_a dans la première équation.

$$100N - m_b g = (m_a + m_b) \cdot \left(-1 \tfrac{m}{s^2}\right)$$
$$100N - m_b \cdot 9{,}8 \tfrac{m}{s^2} = -m_a \cdot 1 \tfrac{m}{s^2} + -m_b \cdot 1 \tfrac{m}{s^2}$$
$$100N - m_b \cdot 8{,}8 \tfrac{m}{s^2} = -m_a \cdot 1 \tfrac{m}{s^2}$$
$$m_a = 8{,}8 \cdot m_b - 100kg$$

On remplace ensuite dans la deuxième équation.

$$200N - m_b g = (m_a + m_b) \cdot \left(2 \tfrac{m}{s^2}\right)$$
$$200N - m_b g = (8{,}8 m_b - 100kg + m_b) \cdot \left(2 \tfrac{m}{s^2}\right)$$
$$200N - m_b g = (9{,}8 m_b - 100kg) \cdot \left(2 \tfrac{m}{s^2}\right)$$
$$200N - m_b \cdot 9{,}8 \tfrac{m}{s^2} = m_b \cdot 19{,}6 \tfrac{m}{s^2} - 200N$$
$$400N = m_b \cdot 29{,}4 \tfrac{m}{s^2}$$
$$m_b = 13{,}61kg$$

Ainsi, m_a est

$$m_a = 8{,}8 \cdot m_b - 100kg$$
$$m_a = 19{,}73kg$$

26. Les forces sur la poulie du bas sont :

1) Une tension vers le bas égale au poids de la masse de 100 kg, donc une force de 980 N vers le bas.
2) 3 fois la tension T de la corde passant dans les poulies, vers le haut.

Avec une accélération nulle, l'équation des forces en y est donc

$$\sum F_y = ma_y$$
$$-980N + 3T = 0$$
$$T = 326{,}7N$$

27. Les forces sur la poulie fixée au bloc de 5 kg sont :

1) Une force de gravitation vers le bas égale au poids de la masse de 5 kg, donc une force de 49 N vers le bas.
2) 2 fois la tension *T* de la corde qui passe dans la poulie, vers le haut.

L'équation des forces en *y* est donc

$$\sum F_y = ma_y$$
$$-49N + 2T = ma_y$$

a) Si l'accélération est nulle, on a

$$-49N + 2T = 0$$
$$T = 24,5N$$

b) Si on tire avec 20 N, l'accélération est

$$-49N + 2T = ma_y$$
$$-49N + 2\cdot 20N = 5kg \cdot a_y$$
$$a_y = -1,8\tfrac{m}{s^2}$$

28. Les forces sur la poulie du bas sont :

1) Une tension vers le bas égale au poids de la masse de 25 kg, donc une force de 245 N vers le bas.
2) 2 fois la tension *T* de la corde vers le haut.

Avec une accélération nulle, l'équation des forces en *y* est donc

$$\sum F_y = ma_y$$
$$-245N + 2T = 0$$
$$T = 122,5N$$

La somme des forces sur la chaudière est alors

$$\sum F_y = ma_y$$
$$T - mg = 0$$
$$122,5N - mg = 0$$
$$m = 12,5kg$$

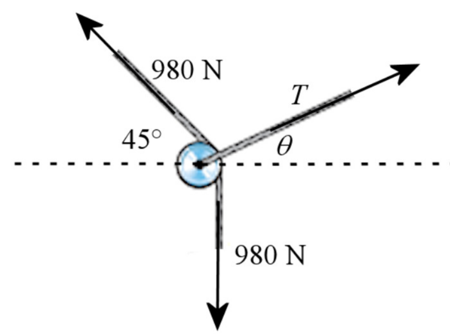
29. Les forces sur Roméo sont :

1) Une force de gravitation de 392 N vers le bas.
2) 2 fois la tension T = 40 N de la corde vers le haut.

L'équation des forces en y est donc

$$\begin{aligned}\sum F_y &= ma_y \\ -392N + 2T &= ma_y \\ -392N + 500N &= 40kg \cdot a_y \\ a_y &= 2,7 \tfrac{m}{s^2}\end{aligned}$$

30. Les forces sur la poulie sont :



1) La tension de la corde qui soutient la masse de 100 kg, qui est égale à 980 N.
2) La tension de la corde de gauche, qui vaut aussi 980 N puisque c'est la même corde.
3) La tension T de la corde de droite.

Avec une accélération nulle, les équations des forces sont donc

$$\sum F_x = ma_x$$
$$\rightarrow 980N\cos(135°) + T\cos\theta = 0$$
$$\sum F_y = ma_y$$
$$\rightarrow -980N + 980N\sin(135°) + T\sin\theta = 0$$

On trouve alors que

$$\begin{aligned}T\cos\theta &= -980N\cos(135°) \\ &= 692,96N\end{aligned}$$

et

$$\begin{aligned}T\sin\theta &= 980N - 980N\sin(135°) \\ &= 287,03N\end{aligned}$$

On trouve T avec

$$\begin{aligned}(T\cos\theta)^2+(T\sin\theta)^2&=(692{,}96N)^2+(287{,}03N)^2\\T^2\cos^2\theta+T^2\sin^2\theta&=562\,589N^2\\T^2\left(\cos^2\theta+\sin^2\theta\right)&=562\,589N^2\\T^2&=562\,589N^2\\T&=750N\end{aligned}$$

On trouve l'angle avec

$$\begin{aligned}\frac{T\sin\theta}{T\cos\theta}&=\frac{287{,}03N}{692{,}96N}\\\frac{\sin\theta}{\cos\theta}&=0{,}4142\\\tan\theta&=0{,}4142\\\theta&=22{,}5°\end{aligned}$$

31. Les forces sur la poulie C sont :

(F est la tension de la corde passant par les poulies C et A, alors que T est la tension de la corde passant par la poulie B.)

4) 2 fois la tension F vers le bas.
5) La tension T vers le haut.

Avec une accélération nulle, l'équation des forces en y est donc

$$\begin{aligned}\sum F_y&=ma_y\\-2F+T&=0\\T&=2F\end{aligned}$$

Les forces sur la poulie A sont :

(F est la tension de la corde passant par les poulies C et A, alors que T est la tension de la corde passant par la poulie B.)

1) Une tension vers le bas égale au poids de la masse de 10 kg, donc une force de 98 N vers le bas.
2) 2 fois la tension F vers le haut.
3) La tension T vers le haut.

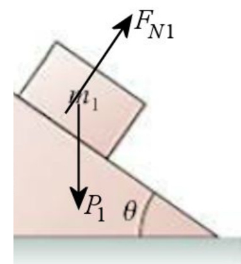
Avec une accélération nulle, l'équation des forces en y est donc

$$\sum F_y = ma_y$$
$$-98N + 2F + T = 0$$

Puisque $T = 2F$, on a

$$-98N + 2F + 2F = 0$$
$$-98N + 4F = 0$$
$$F = 24,5N$$

32. Les forces sur le petit bloc sont (avec un axe des x vers la droite) :



1) Une force de gravitation de m_1g vers le bas.
2) La normale F_{N1} à 90 - θ.

On a donc

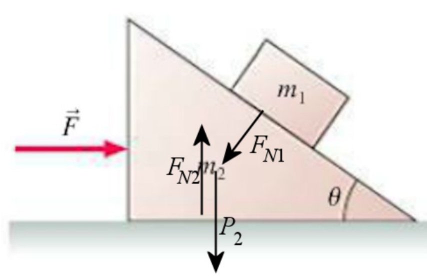
Forces	x	y
Poids	0	$-m_1g$
Normale	F_{N1} cos (90°-θ)	F_{N1} sin (90°-θ)

Les équations des forces sont donc

$$\sum F_x = ma_x$$
$$\rightarrow F_{N1}\cos(90° - \theta) = m_1a$$
$$\sum F_y = ma_y$$
$$\rightarrow -m_1g + F_{N1}\sin(90° - \theta) = 0$$

Il n'y a pas d'accélération en y puisque le bloc ne glisse pas. Il y a une accélération en x puisque le triangle et le petit bloc accélèrent quand on applique la force F sur le triangle.

Les forces sur le triangle sont (avec un axe des x vers la droite) :



1) Une force de gravitation de m_2g vers le bas.
2) La normale F_{N1} à –(90°+θ).
3) La normale F_{N2} faite par le sol, vers le haut
4) La force F appliquée vers la droite.

On a donc

Forces	x	y
Poids	0	$-m_2g$
Normale 1	F_{N1} cos -(90°+θ)	F_{N1} sin -(90°+θ)
Normale 2	0	F_{N2}
Force F	F	0

Les équations des forces sont donc

$$\sum F_x = ma_x$$
$$\rightarrow F_{N1}\cos-\left(90°+\theta\right)+F = m_2a$$
$$\sum F_y = ma_y$$
$$\rightarrow -m_2g + F_{N1}\sin-\left(90°+\theta\right)+F_{N2} = 0$$

En utilisant les identités trigonométriques, les équations du petit bloc deviennent

$$F_{N1}\sin\theta = m_1a$$
$$-m_1g + F_{N1}\cos\theta = 0$$

En utilisant les identités trigonométriques, l'équation des forces en x du triangle devient (l'équation en y est inutile)

$$-F_{N1}\sin\theta + F = m_2a$$

On trouve F_{N1} avec $-m_1g + F_{N1}\cos\theta = 0$, On obtient alors

$$F_{N1} = \frac{m_1g}{\cos\theta}$$

En remplaçant dans les deux autres équations, on obtient

$$F_{N1}\sin\theta = m_1a$$
$$\frac{m_1g}{\cos\theta}\sin\theta = m_1a$$
$$m_1g\tan\theta = m_1a$$
$$g\tan\theta = a$$

et

$$-F_{N1}\sin\theta + F = m_2 a$$
$$-\frac{m_1 g}{\cos\theta}\sin\theta + F = m_2 a$$
$$-m_1 g\tan\theta + F = m_2 a$$

Nos deux équations sont maintenant

$$g\tan\theta = a$$
$$-m_1 g\tan\theta + F = m_2 a$$

En prenant le a de la première équation dans la deuxième, on a

$$-m_1 g\tan\theta + F = m_2 g\tan\theta$$
$$F = m_2 g\tan\theta + m_1 g\tan\theta$$
$$F = (m_1 + m_2)\,g\tan\theta$$

33. On va traiter la corde comme deux objets : la partie qui pend et la partie sur la table. Ces deux parties sont reliées par une petite corde sans masse de longueur nulle.

Pour la partie qui pend, les forces sont

1) Une force de gravitation de $m_1 g$ vers le bas.
2) La tension de la corde qui relie les deux morceaux, vers le haut

L'équation des forces en y est (avec une axe vers le bas)

$$\sum F_y = ma_y$$
$$\to m_1 g - T = m_1 a$$

Pour la partie de la corde sur la table, les forces sont :

1) Une force de gravitation de $m_2 g$ vers le bas.
2) La normale F_N vers le haut
3) La tension de la petite corde vers la droite.

L'équation des forces en x est

$$\sum F_x = ma_x$$
$$\to T = m_2 a$$

En additionnant les deux équations, on a

$$m_1 g - T + T = m_1 a + m_2 a$$
$$m_1 g = (m_1 + m_2) a$$
$$m_1 g = Ma$$

où M est la masse totale de la corde.
Le problème, c'est que m_1 (la masse de la partie qui pend) change constamment à mesure que la corde glisse. Supposons que la longueur de la corde qui pend est x. Alors la masse de la corde qui pend est égale à la masse totale multipliée par la proportion de la corde qui pend.

$$m_1 = M \frac{x}{L}$$

où L est la longueur totale de la corde. Ainsi, l'accélération est

$$m_1 g = Ma$$
$$x \frac{M}{L} g = Ma$$
$$a = x \frac{g}{L}$$

On doit maintenant trouver la vitesse sachant qu'au départ x = 20 cm et qu'à la fin x = 60 cm. On trouve la vitesse avec

$$a = \frac{dv}{dt}$$

On a alors

$$\frac{dv}{dt} = x \frac{g}{L}$$

Cette équation se résout ainsi

$$\frac{dv}{dt} = x\frac{g}{L}$$
$$\frac{dv}{dx}\frac{dx}{dt} = x\frac{g}{L}$$
$$\frac{dv}{dx}v = x\frac{g}{L}$$
$$vdv = x\frac{g}{L}dx$$

On peut alors intégrer de chaque côté pour obtenir

$$\int vdv = \int x\frac{g}{L}dx$$
$$\frac{v^2}{2} = x^2\frac{g}{2L} + Cst$$

Comme v = 0 à x = 0,2 m, on peut trouver la valeur de la constante.

$$0 = (0,2m)^2\frac{g}{2L} + Cst$$
$$Cst = -(0,2m)^2\frac{g}{2L}$$

L'équation de la vitesse est donc

$$\frac{v^2}{2} = x^2\frac{g}{2L} - (0,2m)^2\frac{g}{2L}$$
$$v = \sqrt{\frac{g}{L}\left(x^2 - (0,2m)^2\right)}$$

Ainsi, quand x = 0,6 m, la vitesse est

$$v = \sqrt{\frac{9,8\frac{N}{m}}{0,6m}\left((0,6m)^2 - (0,2m)^2\right)}$$
$$= 2,286\tfrac{m}{s}$$