

Solutionnaire du chapitre 3

1. On trouve l'accélération avec

$$\begin{aligned}\sum F_x &= ma_x \\ 120N &= 80kg \times a_x \\ a_x &= 1,5 \frac{m}{s^2}\end{aligned}$$

2. L'accélération de la voiture est

$$\begin{aligned}2a(x - x_0) &= v^2 - v_0^2 \\ 2a(80m - 0m) &= (0 \frac{m}{s})^2 - (27,78 \frac{m}{s})^2 \\ a &= -4,823 \frac{m}{s^2}\end{aligned}$$

La force est donc

$$\begin{aligned}\sum F_x &= ma_x \\ F &= 1200kg \times -4,823 \frac{m}{s^2} \\ F &= -5787N\end{aligned}$$

Elle est négative, car elle est dans la direction opposée à la vitesse, qu'on avait mis positive. La grandeur de la force est donc 5787 N.

3. Sans remorque, l'accélération est

$$\begin{aligned}v &= v_0 + at \\ 8 \frac{m}{s} &= 0 \frac{m}{s} + a \times (1s) \\ a &= 8 \frac{m}{s^2}\end{aligned}$$

La force qui accélère le camion est donc

$$\begin{aligned}\sum F_x &= ma_x \\ F &= 1800kg \times 8 \frac{m}{s^2} \\ F &= 14\,400N\end{aligned}$$

Avec la remorque, la masse totale est maintenant de 134 800 kg. L'accélération est donc

$$\begin{aligned}\sum F_x &= ma \\ 14\,400\text{N} &= 134\,800\text{kg} \times a \\ a &= 0,1068 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\end{aligned}$$

Pour atteindre 10 km/h, il faudra donc

$$\begin{aligned}v &= v_0 + at \\ 2,778 \frac{\text{m}}{\text{s}} &= 0 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 0,1068 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \times t \\ t &= 26\text{s}\end{aligned}$$

4. L'accélération de l'avion est

$$\begin{aligned}\sum F_x &= ma_x \\ 48\,900\text{N} \times 2 &= 23\,500\text{kg} \times a \\ a &= 4,16 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\end{aligned}$$

La longueur de piste se trouve donc avec

$$\begin{aligned}2a_x(x - x_0) &= v_x^2 - v_{x0}^2 \\ 2 \times 4,16 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}(x - 0\text{m}) &= \left(80 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 - \left(0 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 \\ x &= 768,9\text{m}\end{aligned}$$

5. On va séparer en composantes x et y en utilisant un axe x vers le droite et un axe y vers le haut.

Les composantes de la force de 25 N à 0° sont

$$\begin{aligned}F_{1x} &= 25\text{N} \times \cos(0^\circ) = 25\text{N} \\ F_{1y} &= 25\text{N} \times \sin(0^\circ) = 0\text{N}\end{aligned}$$

Les composantes de la force de 30 N à 45° sont

$$\begin{aligned}F_{2x} &= 30\text{N} \times \cos(45^\circ) = 15\sqrt{2}\text{N} \\ F_{2y} &= 30\text{N} \times \sin(45^\circ) = 15\sqrt{2}\text{N}\end{aligned}$$

Les composantes de la force de 20 N à 90 ° sont

$$F_{3x} = 20N \times \cos(90^\circ) = 0N$$

$$F_{3y} = 20N \times \sin(90^\circ) = 20N$$

Les composantes de la force de 25 N à 225 ° sont

$$F_{4x} = 20N \times \cos(225^\circ) = -10\sqrt{2}N$$

$$F_{4y} = 20N \times \sin(225^\circ) = -10\sqrt{2}N$$

Les composantes de la force de 50 N à 270 °

$$F_{5x} = 50N \times \cos(270^\circ) = 0N$$

$$F_{5y} = 50N \times \sin(270^\circ) = -50N$$

La force totale en x est donc

$$\begin{aligned} \sum F_x &= F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} + F_{4x} + F_{5x} \\ &= 25N + 15\sqrt{2}N + 0N + -10\sqrt{2}N + 0N \\ &= 32,07N \end{aligned}$$

La force totale en y est donc

$$\begin{aligned} \sum F_y &= F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} + F_{4y} + F_{5y} \\ &= 0N + 15\sqrt{2}N + 20N + -10\sqrt{2}N + -50N \\ &= -22,93N \end{aligned}$$

L'accélération en x est donc

$$\begin{aligned} \sum F_x &= ma_x \\ 32,07N &= 5kg \times a_x \\ a_x &= 6,414 \frac{m}{s^2} \end{aligned}$$

L'accélération en y est donc

$$\begin{aligned}\sum F_y &= ma_y \\ -22,93N &= 5kg \times a_y \\ a_y &= -4,586 \frac{m}{s^2}\end{aligned}$$

La grandeur de l'accélération est donc

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = 7,885 \frac{m}{s^2}$$

et sa direction est

$$\theta = \arctan \frac{a_y}{a_x} = -35,56^\circ$$

- 6.** Trouvons premièrement la somme des forces sur le traineau et Aaron. On va séparer en composantes x et y en utilisant un axe x vers la droite et un axe y vers le haut.

Les composantes de la force de 57 N vers la droite sont

$$\begin{aligned}F_{1x} &= 57N \times \cos(0^\circ) = 57N \\ F_{1y} &= 57N \times \sin(0^\circ) = 0N\end{aligned}$$

Les composantes de la force faite par la maman sont

$$\begin{aligned}F_{2x} &= 55N \times \cos(145^\circ) = -45,05N \\ F_{2y} &= 55N \times \sin(145^\circ) = 31,55N\end{aligned}$$

Les composantes de la force faite par le papa sont

$$\begin{aligned}F_{3x} &= 55N \times \cos(215^\circ) = -45,05N \\ F_{3y} &= 55N \times \sin(215^\circ) = -31,55N\end{aligned}$$

La force totale en x est donc

$$\begin{aligned}\sum F_x &= F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} \\ &= 57N + -45,05N + -45,05N \\ &= -33,11N\end{aligned}$$

La force totale en y est donc

$$\begin{aligned}\sum F_y &= F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} \\ &= 0N + 31,55N + -31,55N \\ &= 0N\end{aligned}$$

Pour trouver la masse, on doit ensuite trouver l'accélération. Si le traineau fait 6 m en 2 secondes, alors son accélération est

$$\begin{aligned}x &= x_0 + v_0t + \frac{1}{2}a_x t^2 \\ -6m &= 0m + 0\frac{m}{s} \times (2s) + \frac{1}{2}a_x \times (2s)^2 \\ a_x &= -3\frac{m}{s^2}\end{aligned}$$

La masse est donc

$$\begin{aligned}\sum F_x &= ma_x \\ -33,11N &= m \times \left(-3\frac{m}{s^2}\right) \\ m &= 11,04kg\end{aligned}$$

La masse d'Aaron est donc

$$\begin{aligned}m &= m_{tot} - m_{traîneau} \\ &= 11,04kg - 2kg \\ &= 9,04kg\end{aligned}$$

- 7.** Trouvons premièrement la somme des forces sur la caisse. On va séparer en composantes x et y en utilisant un axe x vers la droite et un axe y vers le haut.

Les composantes de la force de 400 N sont

$$\begin{aligned}F_{1x} &= 400N \times \cos(30^\circ) = 346,4N \\ F_{1y} &= 400N \times \sin(30^\circ) = 200N\end{aligned}$$

Les composantes de la force de 600 N sont

$$\begin{aligned}F_{2x} &= 600N \times \cos(140^\circ) = -459,6N \\ F_{2y} &= 600N \times \sin(140^\circ) = 385,7N\end{aligned}$$

La force totale en x est donc

$$\begin{aligned}\sum F_x &= F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} \\ 0N &= 346,4N + -459,6N + F_{3x} \\ F_{3x} &= 113,2N\end{aligned}$$

La force totale en y est donc

$$\begin{aligned}\sum F_y &= F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} \\ 850N &= 200N + 385,7N + F_{3y} \\ F_{3y} &= 264,3N\end{aligned}$$

La grandeur de la force est donc

$$F_3 = \sqrt{F_{3x}^2 + F_{3y}^2} = 287,5N$$

et sa direction est

$$\theta = \arctan \frac{F_{3y}}{F_{3x}} = 66,8^\circ$$

8. a) L'accélération de la capsule est

$$a = \frac{F}{m} = \frac{-200N}{2500kg} = -0,08 \frac{m}{s^2}$$

La vitesse au bout de 0,5 s est donc

$$v = at = -0,08 \frac{m}{s^2} \times 0,5s = -0,04 \frac{m}{s}$$

b) L'accélération de l'astronaute est

$$a = \frac{F}{m} = \frac{200N}{100kg} = 2 \frac{m}{s^2}$$

La vitesse au bout de 0,5 s est donc

$$v = at = 2 \frac{m}{s^2} \times 0,5s = 1 \frac{m}{s}$$

9. L'accélération de l'objet est

$$a = \frac{F}{m} = \frac{-8 \frac{N}{m} x}{2 \text{kg}} = -4 \frac{1}{s^2} x$$

Puisque $a = dv/dt$, on a

$$\frac{dv}{dt} = -4 \frac{1}{s^2} x$$

Et voici le tour de magie pour résoudre.

$$\frac{dv}{dx} \frac{dx}{dt} = -4 \frac{1}{s^2} x$$

$$\frac{dv}{dx} v = -4 \frac{1}{s^2} x$$

$$v dv = -4 \frac{1}{s^2} x dx$$

En intégrant de chaque côté, on a

$$\int v dv = \int -4 \frac{1}{s^2} x dx$$

$$\frac{v^2}{2} = -\frac{4 \frac{1}{s^2}}{2} x^2 + Cst$$

Pour trouver la constante, on sait que la vitesse est 10 m/s à $x = 0$. On a donc

$$\frac{(10 \frac{m}{s})^2}{2} = 0 + Cst$$

$$Cst = 50 \frac{m^2}{s^2}$$

Ainsi, la vitesse est

$$\frac{v^2}{2} = -\frac{4 \frac{1}{s^2}}{2} x^2 + 50 \frac{m^2}{s^2}$$

$$v^2 = -4 \frac{1}{s^2} x^2 + 100 \frac{m^2}{s^2}$$

On peut maintenant trouver la position quand la vitesse est nulle

$$0 = -4 \frac{1}{s^2} x^2 + 100 \frac{m^2}{s^2}$$

$$4 \frac{1}{s^2} x^2 = 100 \frac{m^2}{s^2}$$

$$x = 5m$$

10. L'accélération de l'objet est

$$\begin{aligned} a &= \frac{dv}{dt} \\ &= \frac{d(2 \frac{1}{sm} x^2)}{dt} \\ &= \frac{d(2 \frac{1}{sm} x^2)}{dx} \frac{dx}{dt} \\ &= 4 \frac{1}{sm} x \frac{dx}{dt} \end{aligned}$$

Puisque $dx/dt = v$, on a

$$a = 4 \frac{1}{sm} xv$$

Puisque

$$v = 2 \frac{1}{sm} x^2$$

L'accélération devient

$$\begin{aligned} a &= 4 \frac{1}{sm} x \cdot 2 \frac{1}{sm} x^2 \\ &= 8 \frac{1}{s^2 m^2} x^3 \end{aligned}$$

La force est donc

$$\begin{aligned} F &= ma \\ &= 2kg \cdot 8 \frac{1}{s^2 m^2} x^3 \\ &= 16 \frac{kg}{s^2 m^2} x^3 \end{aligned}$$