Solutionnaire du chapitre 3

1. On trouve l'accélération avec

$$\begin{aligned} \sum F_x &= ma_x \\ 120N &= 80kg \times a_x \\ a_x &= 1,5 \tfrac{m}{s^2} \end{aligned}$$

2. L'accélération de la voiture est

$$\begin{aligned} 2a(x - x_0) &= v^2 - v_0^2 \\ 2a(80m - 0m) &= \left(0 \tfrac{m}{s}\right)^2 - \left(27,78 \tfrac{m}{s}\right)^2 \\ a &= -4,823 \tfrac{m}{s^2} \end{aligned}$$

La force est donc

$$\begin{aligned} \sum F_x &= ma_x \\ F &= 1200kg \times -4,823 \tfrac{m}{s^2} \\ F &= -5787N \end{aligned}$$

Elle est négative, car elle est dans la direction opposée à la vitesse, qu'on avait mis positive. La grandeur de la force est donc 5787 N.

3. Sans remorque, l'accélération est

$$\begin{aligned} v &= v_0 + at \\ 8 \tfrac{m}{s} &= 0 \tfrac{m}{s} + a \times (1s) \\ a &= 8 \tfrac{m}{s^2} \end{aligned}$$

La force qui accélère le camion est donc

$$\begin{aligned} \sum F_x &= ma_x \\ F &= 1800kg \times 8 \tfrac{m}{s^2} \\ F &= 14\,400N \end{aligned}$$

Avec la remorque, la masse totale est maintenant de 134 800 kg. L'accélération est donc

$$\sum F_x = ma$$
$$14\,400N = 134\,800kg \times a$$
$$a = 0{,}1068 \tfrac{m}{s^2}$$

Pour atteindre 10 km/h, il faudra donc

$$v = v_0 + at$$
$$2{,}778 \tfrac{m}{s} = 0 \tfrac{m}{s} + 0{,}1068 \tfrac{m}{s^2} \times t$$
$$t = 26s$$

4. L'accélération de l'avion est

$$\sum F_x = ma_x$$
$$48\,900N \times 2 = 23\,500kg \times a$$
$$a = 4{,}16 \tfrac{m}{s^2}$$

La longueur de piste se trouve donc avec

$$2a_x\left(x - x_0\right) = v_x^2 - v_{x0}^2$$
$$2 \times 4{,}16 \tfrac{m}{s^2}\left(x - 0m\right) = \left(80 \tfrac{m}{s}\right)^2 - \left(0 \tfrac{m}{s}\right)^2$$
$$x = 768{,}9m$$

5. On va séparer en composantes x et y en utilisant un axe x vers le droite et un axe y vers le haut.

Les composantes de la force de 25 N à 0 ° sont

$$F_{1x} = 25N \times \cos\left(0°\right) = 25N$$
$$F_{1y} = 25N \times \sin\left(0°\right) = 0N$$

Les composantes de la force de 30 N à 45 ° sont

$$F_{2x} = 30N \times \cos\left(45°\right) = 15\sqrt{2}N$$
$$F_{2y} = 30N \times \sin\left(45°\right) = 15\sqrt{2}N$$

Les composantes de la force de 20 N à 90 ° sont

$$F_{3x} = 20N \times \cos(90°) = 0N$$
$$F_{3y} = 20N \times \sin(90°) = 20N$$

Les composantes de la force de 25 N à 225 ° sont

$$F_{4x} = 20N \times \cos(225°) = -10\sqrt{2}N$$
$$F_{4y} = 20N \times \sin(225°) = -10\sqrt{2}N$$

Les composantes de la force de 50 N à 270 °

$$F_{5x} = 50N \times \cos(270°) = 0N$$
$$F_{5y} = 50N \times \sin(270°) = -50N$$

La force totale en *x* est donc

$$\begin{aligned}\sum F_x &= F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} + F_{4x} + F_{5x}\\ &= 25N + 15\sqrt{2}N + 0N + -10\sqrt{2}N + 0N\\ &= 32,07N\end{aligned}$$

La force totale en *y* est donc

$$\begin{aligned}\sum F_y &= F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} + F_{4y} + F_{5y}\\ &= 0N + 15\sqrt{2}N + 20N + -10\sqrt{2}N + -50N\\ &= -22,93N\end{aligned}$$

L'accélération en *x* est donc

$$\sum F_x = ma_x$$
$$32,07N = 5kg \times a_x$$
$$a_x = 6,414 \tfrac{m}{s^2}$$

L'accélération en *y* est donc

$$\sum F_y = ma_y$$
$$-22,93N = 5kg \times a_y$$
$$a_y = -4,586 \tfrac{m}{s^2}$$

La grandeur de l'accélération est donc

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = 7,885 \tfrac{m}{s^2}$$

et sa direction est

$$\theta = \arctan \frac{a_y}{a_x} = -35,56°$$

6. Trouvons premièrement la somme des forces sur le traineau et Aaron. On va séparer en composantes *x* et *y* en utilisant un axe *x* vers la droite et un axe *y* vers le haut.

Les composantes de la force de 57 N vers la droite sont

$$F_{1x} = 57N \times \cos(0°) = 57N$$
$$F_{1y} = 57N \times \sin(0°) = 0N$$

Les composantes de la force faite par la maman sont

$$F_{2x} = 55N \times \cos(145°) = -45,05N$$
$$F_{2y} = 55N \times \sin(145°) = 31,55N$$

Les composantes de la force faite par le papa sont

$$F_{3x} = 55N \times \cos(215°) = -45,05N$$
$$F_{3y} = 55N \times \sin(215°) = -31,55N$$

La force totale en *x* est donc

$$\begin{aligned}\sum F_x &= F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} \\ &= 57N + -45,05N + -45,05N \\ &= -33,11N\end{aligned}$$

La force totale en *y* est donc

$$\begin{aligned}\sum F_y &= F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} \\ &= 0N + 31{,}55N + -31{,}55N \\ &= 0N\end{aligned}$$

Pour trouver la masse, on doit ensuite trouver l'accélération. Si le traineau fait 6 m en 2 secondes, alors son accélération est

$$\begin{aligned}x &= x_0 + v_0 t + \tfrac{1}{2} a_x t^2 \\ -6m &= 0m + 0\tfrac{m}{s} \times (2s) + \tfrac{1}{2} a_x \times (2s)^2 \\ a_x &= -3\tfrac{m}{s2}\end{aligned}$$

La masse est donc

$$\begin{aligned}\sum F_x &= m a_x \\ -33{,}11N &= m \times \left(-3\tfrac{m}{s^2}\right) \\ m &= 11{,}04kg\end{aligned}$$

La masse d'Aaron est donc

$$\begin{aligned}m &= m_{tot} - m_{traineau} \\ &= 11{,}04kg - 2kg \\ &= 9{,}04kg\end{aligned}$$

7. Trouvons premièrement la somme des forces sur la caisse. On va séparer en composantes *x* et *y* en utilisant un axe *x* vers la droite et un axe *y* vers le haut.

Les composantes de la force de 400 N sont

$$\begin{aligned}F_{1x} &= 400N \times \cos(30°) = 346{,}4N \\ F_{1y} &= 400N \times \sin(30°) = 200N\end{aligned}$$

Les composantes de la force de 600 N sont

$$\begin{aligned}F_{2x} &= 600N \times \cos(140°) = -459{,}6N \\ F_{2y} &= 600N \times \sin(140°) = 385{,}7N\end{aligned}$$

La force totale en *x* est donc

$$\sum F_x = F_{1x} + F_{2x} + F_{3x}$$
$$0N = 346,4N + -459,6N + F_{3x}$$
$$F_{3x} = 113,2N$$

La force totale en y est donc

$$\sum F_y = F_{1y} + F_{2y} + F_{3y}$$
$$850N = 200N + 385,7N + F_{3y}$$
$$F_{3y} = 264,3N$$

La grandeur de la force est donc

$$F_3 = \sqrt{F_{3x}^2 + F_{3y}^2} = 287,5N$$

et sa direction est

$$\theta = \arctan \frac{F_{3y}}{F_{3x}} = 66,8°$$

8. a) L'accélération de la capsule est

$$a = \frac{F}{m} = \frac{-200N}{2500kg} = -0,08 \tfrac{m}{s^2}$$

La vitesse au bout de 0,5 s est donc

$$v = at = -0,08 \tfrac{m}{s^2} \times 0,5s = -0,04 \tfrac{m}{s}$$

b) L'accélération de l'astronaute est

$$a = \frac{F}{m} = \frac{200N}{100kg} = 2 \tfrac{m}{s^2}$$

La vitesse au bout de 0,5 s est donc

$$v = at = 2 \tfrac{m}{s^2} \times 0,5s = 1 \tfrac{m}{s}$$

9. L'accélération de l'objet est

$$a=\frac{F}{m}=\frac{-8\frac{N}{m}x}{2kg}=-4\tfrac{1}{s^2}x$$

Puisque a = dv/dt, on a

$$\frac{dv}{dt}=-4\tfrac{1}{s^2}x$$

Et voici le tour de magie pour résoudre.

$$\frac{dv}{dx}\frac{dx}{dt}=-4\tfrac{1}{s^2}x$$
$$\frac{dv}{dx}v=-4\tfrac{1}{s^2}x$$
$$vdv=-4\tfrac{1}{s^2}xdx$$

En intégrant de chaque côté, on a

$$\int vdv=\int -4\tfrac{1}{s^2}xdx$$
$$\frac{v^2}{2}=-\frac{4\frac{1}{s^2}}{2}x^2+Cst$$

Pour trouver la constante, on sait que la vitesse est 10 m/s à x = 0. On a donc

$$\frac{\left(10\frac{m}{s}\right)^2}{2}=0+Cst$$
$$Cst=50\tfrac{m^2}{s^2}$$

Ainsi, la vitesse est

$$\frac{v^2}{2}=-\frac{4\frac{1}{s^2}}{2}x^2+50\tfrac{m^2}{s^2}$$
$$v^2=-4\tfrac{1}{s^2}x^2+100\tfrac{m^2}{s^2}$$

On peut maintenant trouver la position quand la vitesse est nulle

$$0 = -4\tfrac{1}{s^2}x^2 + 100\tfrac{m^2}{s^2}$$
$$4\tfrac{1}{s^2}x^2 = 100\tfrac{m^2}{s^2}$$
$$x = 5m$$

10. L'accélération de l'objet est

$$\begin{aligned} a &= \frac{dv}{dt} \\ &= \frac{d(2\tfrac{1}{sm}x^2)}{dt} \\ &= \frac{d(2\tfrac{1}{sm}x^2)}{dx}\frac{dx}{dt} \\ &= 4\tfrac{1}{sm}x\frac{dx}{dt} \end{aligned}$$

Puisque dx/dt = v, on a

$$a = 4\tfrac{1}{sm}xv$$

Puisque

$$v = 2\tfrac{1}{sm}x^2$$

L'accélération devient

$$\begin{aligned} a &= 4\tfrac{1}{sm}x \cdot 2\tfrac{1}{sm}x^2 \\ &= 8\tfrac{1}{s^2m^2}x^3 \end{aligned}$$

La force est donc

$$\begin{aligned} F &= ma \\ &= 2kg \cdot 8\tfrac{1}{s^2m^2}x^3 \\ &= 16\tfrac{kg}{s^2m^2}x^3 \end{aligned}$$