Solutionnaire du chapitre 10

1. Les forces qui s'exercent sur la boite sont :

1) Le poids, 1176 N vers le bas.
2) La normale, 1176 N vers le haut.
3) La friction, 352,8 N vers la gauche.
4) La force faite par Karim, 800 N vers la droite.

a) Les composantes de l'impulsion sont

$$\begin{aligned} I_x &= F_x \Delta t \\ &= 0N \cdot 10s \\ &= 0 \tfrac{kgm}{s} \end{aligned} \qquad \begin{aligned} I_y &= F_y \Delta t \\ &= -1176N \cdot 10s \\ &= -11760 \tfrac{kgm}{s} \end{aligned}$$

b) Les composantes de l'impulsion sont

$$\begin{aligned} I_x &= F_x \Delta t \\ &= 0N \cdot 10s \\ &= 0 \tfrac{kgm}{s} \end{aligned} \qquad \begin{aligned} I_y &= F_y \Delta t \\ &= 1176N \cdot 10s \\ &= 11760 \tfrac{kgm}{s} \end{aligned}$$

c) Les composantes de l'impulsion sont

$$\begin{aligned} I_x &= F_x \Delta t \\ &= -352,8N \cdot 10s \\ &= -3528 \tfrac{kgm}{s} \end{aligned} \qquad \begin{aligned} I_y &= F_y \Delta t \\ &= 0N \cdot 10s \\ &= 0 \tfrac{kgm}{s} \end{aligned}$$

d) Les composantes de l'impulsion sont

$$\begin{aligned} I_x &= F_x \Delta t \\ &= 800N \cdot 10s \\ &= 8000 \tfrac{kgm}{s} \end{aligned} \qquad \begin{aligned} I_y &= F_y \Delta t \\ &= 0N \cdot 10s \\ &= 0 \tfrac{kgm}{s} \end{aligned}$$

2. Les forces qui s'exercent sur la boite sont :

1) Le poids, 294 N à -110°.
2) La normale vers les y positifs.
3) La friction, 70 N vers les *x* négatifs.
4) La force faite par Gilbert vers les *x* positifs.

Pour trouver la grandeur de la normale et de la force faite par Gilbert, on doit faire la somme des forces en *x* et en *y*. Ces sommes sont

$$\sum F_x = ma_x$$
$$\to 294N \cdot \cos\left(-110°\right) + F - 70N = 30kg \cdot 1\tfrac{m}{s^2}$$
$$\sum F_y = ma_y$$
$$\to 294N \cdot \sin\left(-110°\right) + F_N = 0$$

L'équation des forces en *x* nous permet de trouver que F = 200,55 N alors que la deuxième équation nous permet de trouver que F_N = 276,27 N.

a) Les composantes de l'impulsion faite par la gravitation sont

$$\begin{aligned} I_x &= F_x \Delta t \\ &= 294N \cos\left(-110°\right) \cdot 20s \\ &= -2011{,}1\tfrac{kgm}{s} \end{aligned} \qquad \begin{aligned} I_y &= F_y \Delta t \\ &= 294N \sin\left(-110°\right) \cdot 20s \\ &= -5525{,}4\tfrac{kgm}{s} \end{aligned}$$

b) Les composantes de l'impulsion faite par la force de friction sont

$$\begin{aligned} I_x &= F_x \Delta t \\ &= -70N \cdot 20s \\ &= -1400\tfrac{kgm}{s} \end{aligned} \qquad \begin{aligned} I_y &= F_y \Delta t \\ &= 0N \cdot 20s \\ &= 0\tfrac{kgm}{s} \end{aligned}$$

c) Les composantes de l'impulsion faite par Gilbert sont

$$\begin{aligned} I_x &= F_x \Delta t \\ &= 200{,}55N \cdot 20s \\ &= 4011{,}1\tfrac{kgm}{s} \end{aligned} \qquad \begin{aligned} I_y &= F_y \Delta t \\ &= 0N \cdot 10s \\ &= 0\tfrac{kgm}{s} \end{aligned}$$

d) Les composantes de l'impulsion faite par la normale sont

$$\begin{aligned} I_x &= F_x \Delta t \\ &= 0N \cdot 20s \\ &= 0\,\tfrac{kgm}{s} \end{aligned} \qquad \begin{aligned} I_y &= F_y \Delta t \\ &= 276,27N \cdot 20s \\ &= 5525,4\,\tfrac{kgm}{s} \end{aligned}$$

e) L'impulsion nette en *x* est la somme de toutes les impulsions en *x*. Elle est donc

$$\begin{aligned} I_x &= -2011,1\tfrac{kgm}{s} + -1400\tfrac{kgm}{s} + 4011,1\tfrac{kgm}{s} + 0\tfrac{kgm}{s} \\ &= 600\tfrac{kgm}{s} \end{aligned}$$

L'impulsion nette en *y* est

$$\begin{aligned} I_y &= -5525,4\tfrac{kgm}{s} + 0\tfrac{kgm}{s} + 0\tfrac{kgm}{s} + 5525,4\tfrac{kgm}{s} \\ &= 0\tfrac{kgm}{s} \end{aligned}$$

3. Les composantes de l'impulsion pendant les 3 premières secondes sont

$$\begin{aligned} I_x &= F_x \Delta t \\ &= 2N \cdot 3s \\ &= 6\tfrac{kgm}{s} \end{aligned} \qquad \begin{aligned} I_y &= F_y \Delta t \\ &= 1N \cdot 3s \\ &= 3\tfrac{kgm}{s} \end{aligned} \qquad \begin{aligned} I_z &= F_z \Delta t \\ &= -4N \cdot 3s \\ &= -12\tfrac{kgm}{s} \end{aligned}$$

Puis elles sont les suivantes pour les 5 secondes suivantes.

$$\begin{aligned} I_x &= F_x \Delta t \\ &= -4N \cdot 5s \\ &= -20\tfrac{kgm}{s} \end{aligned} \qquad \begin{aligned} I_y &= F_y \Delta t \\ &= 5N \cdot 5s \\ &= 25\tfrac{kgm}{s} \end{aligned} \qquad \begin{aligned} I_z &= F_z \Delta t \\ &= 2N \cdot 5s \\ &= 10\tfrac{kgm}{s} \end{aligned}$$

L'impulsion totale est la somme de ces deux impulsions. On a donc

$$\begin{aligned} I_{nette\ x} &= 6\tfrac{kgm}{s} - 20\tfrac{kgm}{s} \\ &= -14\tfrac{kgm}{s} \end{aligned} \qquad \begin{aligned} I_{nette\ y} &= 3\tfrac{kgm}{s} + 25\tfrac{kgm}{s} \\ &= 28\tfrac{kgm}{s} \end{aligned} \qquad \begin{aligned} I_{nette\ z} &= -12\tfrac{kgm}{s} + 10\tfrac{kgm}{s} \\ &= -2\tfrac{kgm}{s} \end{aligned}$$

4. Pour trouver l'impulsion, il fait trouver l'aire sous la courbe entre $t = 0$ s et $t = 8$ s. On a premièrement un petit triangle sous l'axe du temps. L'aire de ce triangle est

$$Aire_1 = \frac{base \times hauteur}{2} = \frac{2s \times 500N}{2} = 500\tfrac{kgm}{s}$$

Comme ce triangle est sous l'axe du temps, l'aire correspond à une impulsion négative. On a donc I_{1x} = -500 kgm/s.

On a ensuite un grand triangle au-dessus de l'axe du temps. L'aire de ce triangle est

$$Aire_2 = \frac{base \times hauteur}{2} = \frac{6s \times 2000N}{2} = 6000\,\tfrac{kgm}{s}$$

Comme ce triangle est au-dessus l'axe du temps, l'aire correspond à une impulsion positive. On a donc I_{2x} = 6000 kgm/s.

On ne compte pas l'aire du petit triangle puisqu'il est après t = 8 s.

L'impulsion totale est donc

$$I_{nette\ x} = -500\,\tfrac{kgm}{s} + 6000\,\tfrac{kgm}{s} = 5500\,\tfrac{kgm}{s}$$

5. L'impulsion est

$$\begin{aligned} I_x &= \int_t^{t'} F_x dt \\ &= \int_{0s}^{5s} 9\,\tfrac{N}{s^2} \cdot t^2 dt \\ &= \left[3\,\tfrac{N}{s^2} \cdot t^3 \right]_{0s}^{5s} \\ &= 3\,\tfrac{N}{s^2} \cdot (5s)^3 - 3\,\tfrac{N}{s^2} \cdot (0s)^3 \\ &= 375\,\tfrac{kgm}{s} \end{aligned}$$

6. L'impulsion donnée est

$$\begin{aligned} I_x &= F_x \Delta t \\ &= 250N \cdot 20s \\ &= 5000\,\tfrac{kgm}{s} \end{aligned}$$

On a donc

$$\begin{aligned} I_{nette\,x} &= \Delta p_x \\ 5000\tfrac{kgm}{s} &= mv'_x - mv_x \\ 5000\tfrac{kgm}{s} &= 2000kg \cdot v'_x - 2000kg \cdot \left(-5\tfrac{m}{s}\right) \\ v'_x &= -2,5\tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

7. On va utiliser un axe des *x* dans la direction du mouvement de la flèche. La force moyenne est

$$\begin{aligned} \overline{F}_x &= \frac{\Delta p_x}{\Delta t} \\ &= \frac{mv'_x - mv_x}{\Delta t} \\ &= \frac{0,1kg \cdot 150\tfrac{m}{s} - 0,1kg \cdot 0\tfrac{m}{s}}{0,05s} \\ &= 300N \end{aligned}$$

8. On va utiliser un axe des *x* dans la direction du mouvement de la balle de fusil. La force moyenne est

$$\begin{aligned} \overline{F}_x &= \frac{\Delta p_x}{\Delta t} \\ &= \frac{mv'_x - mv_x}{\Delta t} \\ &= \frac{0,02kg \cdot 0\tfrac{m}{s} - 0,02kg \cdot 900\tfrac{m}{s}}{0,004s} \\ &= -4500N \end{aligned}$$

La grandeur de la force est donc de 4500 N.

9. La force moyenne sur la voiture est

$$\begin{aligned}\overline{F}_x &= \frac{\Delta p_x}{\Delta t} \\ &= \frac{mv'_x - mv_x}{\Delta t} \\ &= \frac{1150kg \cdot 2{,}6\frac{m}{s} - 1150kg \cdot \left(-15\frac{m}{s}\right)}{0{,}10s} \\ &= 202\,400N\end{aligned}$$

Comme elle est positive, cette force exercée par le mur sur la voiture est vers la droite.

Par la troisième loi de Newton, la force exercée par la voiture sur le mur est donc de 202 400 N vers la gauche. C'est donc une force de -202 400 N.

10. Avec un axe des x vers la droite et un axe des y vers le haut, la composante en x de la force moyenne est

$$\begin{aligned}\overline{F}_x &= \frac{\Delta p_x}{\Delta t} \\ &= \frac{mv'_x - mv_x}{\Delta t} \\ &= \frac{0{,}05kg \cdot 8\frac{m}{s}\cos(25°) - 0{,}05kg \cdot 12\frac{m}{s}\cos(-45°)}{0{,}06s} \\ &= -1{,}029N\end{aligned}$$

La composante en y est

$$\begin{aligned}\overline{F}_y &= \frac{\Delta p_y}{\Delta t} \\ &= \frac{mv'_y - mv_y}{\Delta t} \\ &= \frac{0{,}05kg \cdot 8\frac{m}{s}\sin(25°) - 0{,}05kg \cdot 12\frac{m}{s}\sin(-45°)}{0{,}06s} \\ &= 9{,}889N\end{aligned}$$

La grandeur de la force est donc

$$\begin{aligned}\overline{F} &= \sqrt{\overline{F}_x^2 + \overline{F}_y^2} \\ &= \sqrt{\left(-1,029N\right)^2 + \left(9,889N\right)^2} \\ &= 9,942N\end{aligned}$$

et sa direction est

$$\theta = \arctan\frac{\overline{F}_y}{\overline{F}_x}$$
$$\theta = \arctan\frac{9,889N}{-1,029N}$$
$$\theta = 95,94°$$

11. La force moyenne est

$$\overline{F}_x = \frac{I_x}{\Delta t}$$

On trouve l'impulsion en mesurant l'aire sous la courbe. Comme c'est un triangle, l'aire est

$$\begin{aligned}Aire &= \frac{base \times hauteur}{2} \\ &= \frac{30s \times 1000N}{2} \\ &= 15\,000 \tfrac{kgm}{s}\end{aligned}$$

La force moyenne est donc

$$\begin{aligned}\overline{F}_x &= \frac{I_x}{\Delta t} \\ &= \frac{15\,000 \frac{kgm}{s}}{30s} \\ &= 500N\end{aligned}$$

12. On va utiliser un axe des x dans la direction du mouvement du ballon. En l'absence de force externe, la quantité de mouvement est conservée. On a donc

$$p_{tot\ x} = p'_{tot\ x}$$
$$65,8kg \cdot 0\tfrac{m}{s} = 0,8kg \cdot 20\tfrac{m}{s} + 65kg \cdot v'_{Ed}$$
$$v'_{Ed} = -0,246\tfrac{m}{s}$$

Édouard va donc à 0,246 m/s dans la direction opposée au mouvement du ballon.

13. On va utiliser un axe des *x* dans la direction du mouvement du ballon. En l'absence de force externe, la quantité de mouvement est conservée. On a donc

$$p_{tot\ x} = p'_{tot\ x}$$
$$60kg \cdot 0\tfrac{km}{h} + 15kg \cdot 20\tfrac{km}{h} = 75kg \cdot v'$$
$$v' = 4\tfrac{km}{h}$$

Marie-Sophie (avec le ballon dans les mains) va donc à 4 km/h vers la droite.

14. *Première étape : Youri lance le ballon.*

On va utiliser un axe des *x* vers la droite. En l'absence de force externe, la quantité de mouvement est conservée. On a donc

$$p_{tot\ x} = p'_{tot\ x}$$
$$100kg \cdot 0\tfrac{m}{s} = 20kg \cdot 5\tfrac{m}{s} + 80kg \cdot v'_{Youri}$$
$$v'_{Youri} = -1,25\tfrac{m}{s}$$

Youri va donc à 1,25 m/s vers la gauche.

Deuxième étape : Valentina reçoit le ballon.

En l'absence de force externe, la quantité de mouvement est conservée. On a donc

$$p_{tot\ x} = p'_{tot\ x}$$
$$20kg \cdot 5\tfrac{m}{s} + 70kg \cdot 0\tfrac{m}{s} = 90kg \cdot v'$$
$$v' = 1,111\tfrac{m}{s}$$

Valentina (avec le ballon dans les mains) va donc à 1,111 m/s vers la droite.

15. On va utiliser un axe des x vers la droite. En l'absence de force externe, la quantité de mouvement est conservée. On a donc

$$\begin{aligned} p_{tot\,x} &= p'_{tot\,x} \\ 25kg \cdot 0\tfrac{m}{s} + 70kg \cdot 0\tfrac{m}{s} &= 25kg \cdot 10\tfrac{m}{s} + 70kg \cdot v'_{Helmut} \\ v'_{Helmut} &= -3,571\tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

Helmut va donc à 3,571 m/s vers la gauche.

16. On va utiliser un axe des x vers la droite. En l'absence de force externe, la quantité de mouvement est conservée. On a donc

$$\begin{aligned} p_{tot\,x} &= p'_{tot\,x} \\ 94kg \cdot 0\tfrac{m}{s} + 345kg \cdot 0\tfrac{m}{s} &= 94kg \cdot 2,7\tfrac{m}{s} + 345kg \cdot v'_{buche} \\ v'_{buche} &= -0,736\tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

La buche va donc à 0,736 m/s vers la gauche. Le temps d'arrivée à l'autre bout est donc

$$\begin{aligned} t &= \frac{L}{v_1 - v_2} \\ &= \frac{5m}{2,7\tfrac{m}{s} - -0,736\tfrac{m}{s}} \\ &= 1,455s \end{aligned}$$

17. On va utiliser un axe des x dans la direction du mouvement des boulets. En l'absence de force externe, la quantité de mouvement est conservée. On a donc

$$\begin{aligned} p_{tot\,x} &= p'_{tot\,x} \\ 1\,200\,000kg \cdot 0\tfrac{m}{s} + 180kg \cdot 0\tfrac{m}{s} &= 1\,200\,000kg \cdot v'_{navire} + 180kg \cdot 425\tfrac{m}{s} \\ v'_{navire} &= -0,06375\tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

Le navire va donc à 0,06375 m/s dans la direction opposée au mouvement des boulets.

18. On va utiliser un axe des x vers la droite et un axe des y vers le haut. En l'absence de force externe, la quantité de mouvement est conservée. On a donc, pour la composante en x :

$$p_{tot\,x} = p'_{tot\,x}$$
$$10kg \cdot v_{boulet\,x} = 2kg \cdot 80\tfrac{m}{s}\cos(80°) + 5kg \cdot 50\tfrac{m}{s}\cos(-60°) + 3kg \cdot 60\tfrac{m}{s}\cos(220°)$$
$$v_{boulet\,x} = 1{,}4896\tfrac{m}{s}$$

Pour la composante en y, on a

$$p_{tot\,y} = p'_{tot\,y}$$
$$10kg \cdot v_{boulet\,y} = 2kg \cdot 80\tfrac{m}{s}\sin(80°) + 5kg \cdot 50\tfrac{m}{s}\sin(-60°) + 3kg \cdot 60\tfrac{m}{s}\sin(220°)$$
$$v_{boulet\,y} = -17{,}4639\tfrac{m}{s}$$

La grandeur de la vitesse est donc

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \\ &= \sqrt{\left(1{,}4896\tfrac{m}{s}\right)^2 + \left(-17{,}4639\tfrac{m}{s}\right)^2} \\ &= 17{,}53\tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

et sa direction est

$$\begin{aligned} \theta &= \arctan\frac{v_y}{v_x} \\ &= \arctan\frac{-17{,}4639\tfrac{m}{s}}{1{,}4896\tfrac{m}{s}} \\ &= -85{,}1° \end{aligned}$$

19. On va utiliser un axe des x dans la direction du mouvement de la particule alpha. En l'absence de force externe, la quantité de mouvement est conservée. On a donc

$$p_{tot\,x} = p'_{tot\,x}$$
$$6{,}64\times10^{-27}kg \cdot 0\tfrac{m}{s} + 388{,}6\times10^{-27}kg \cdot 0\tfrac{m}{s} = 6{,}64\times10^{-27}kg \cdot v'_\alpha + 388{,}6\times10^{-27}kg \cdot v'_{noyau}$$
$$0\tfrac{kgm}{s} = 6{,}64 \cdot v'_\alpha + 388{,}6 \cdot v'_{noyau}$$

Pour résoudre, on devra utiliser le fait que la somme des énergies cinétiques est de 1,3 x 10^{-13} J. On a donc

$$E'_{k\,\alpha} + E'_{k\,noyau} = 1{,}3\times10^{-13}\,J$$
$$\tfrac{1}{2}6{,}64\times10^{-27}\,kg\cdot\left(v'_\alpha\right)^2 + \tfrac{1}{2}388{,}6\times10^{-27}\,kg\cdot\left(v'_{noyau}\right)^2 = 1{,}3\times10^{-13}\,J$$
$$6{,}64\cdot\left(v'_\alpha\right)^2 + 388{,}6\cdot\left(v'_{noyau}\right)^2 = 2{,}6\times10^{14}\,\tfrac{m^2}{s^2}$$

On a alors deux équations, qu'on peut résoudre.

Avec l'équation de la quantité de mouvement, on a

$$0\,\tfrac{kgm}{s} = 6{,}64\times10^{-27}\,kg\cdot v'_\alpha + 388{,}6\times10^{-27}\,kg\cdot v'_{noyau}$$
$$6{,}64\times10^{-27}\,kg\cdot v'_\alpha = -388{,}6\times10^{-27}\,kg\cdot v'_{noyau}$$
$$v'_\alpha = -58{,}52\cdot v'_{noyau}$$

En remplaçant dans l'autre équation, on a

$$6{,}64\cdot\left(v'_\alpha\right)^2 + 388{,}6\cdot\left(v'_{noyau}\right)^2 = 2{,}6\times10^{14}\,\tfrac{m^2}{s^2}$$
$$6{,}64\cdot\left(-58{,}52\cdot v'_{noyau}\right)^2 + 388{,}6\cdot\left(v'_{noyau}\right)^2 = 2{,}6\times10^{14}\,\tfrac{m^2}{s^2}$$
$$22\,742\cdot\left(v'_{noyau}\right)^2 + 388{,}6\cdot\left(v'_{noyau}\right)^2 = 2{,}6\times10^{14}\,\tfrac{m^2}{s^2}$$
$$23131\cdot\left(v'_{noyau}\right)^2 = 2{,}6\times10^{14}\,\tfrac{m^2}{s^2}$$
$$v'_{noyau} = \pm1{,}06\times10^5\,\tfrac{m}{s}$$

Selon la figure, il est assez clair que c'est la réponse négative qu'on doit garder.

$$v'_{noyau} = -1{,}06\times10^5\,\tfrac{m}{s}$$

L'autre vitesse est donc

$$\begin{aligned} v'_\alpha &= -58{,}52\cdot v'_{noyau} \\ &= 6{,}20\times10^6\,\tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

20. On va utiliser un axe des *x* vers la droite. En l'absence de force externe, la quantité de mouvement en *x* est conservée. On a donc

$$p_{tot\,x} = p'_{tot\,x}$$
$$0\tfrac{kgm}{s} = 0,03kg \cdot v'_{balle\,x} + 150kg \cdot v'_{chariot}$$
$$0\tfrac{kgm}{s} = 0,03kg \cdot 900\tfrac{m}{s}\cos 30° + 150kg \cdot v'_{chariot}$$
$$v'_{chariot} = -0,1559\tfrac{m}{s}$$

Le chariot va donc à 0,1559 m/s vers la gauche.

21. On va utiliser un axe des x vers la droite. Lors d'une collision, la quantité de mouvement en x est conservée. On a donc

$$p_{tot\,x} = p'_{tot\,x}$$
$$10\,000kg \cdot 20\tfrac{m}{s} + 20\,000kg \cdot 2\tfrac{m}{s} = 30\,000kg \cdot v'$$
$$v' = 8\tfrac{m}{s}$$

22. On va utiliser un axe des x vers la droite. Lors d'une collision, la quantité de mouvement en x est conservée. On a donc

$$p_{tot\,x} = p'_{tot\,x}$$
$$80kg \cdot 5\tfrac{m}{s} + 110kg \cdot \left(-4\tfrac{m}{s}\right) = 190kg \cdot v'$$
$$v' = -0,2105\tfrac{m}{s}$$

23. On va utiliser un axe des x vers la droite. Lors d'une collision, la quantité de mouvement en x est conservée. On a donc

$$p_{tot\,x} = p'_{tot\,x}$$
$$5kg \cdot 10\tfrac{m}{s} + m_2 \cdot \left(-2\tfrac{m}{s}\right) = \left(5kg + m_2\right) \cdot \left(-1\tfrac{m}{s}\right)$$

Reste à isoler m_2.

$$5kg \cdot 10\tfrac{m}{s} + m_2 \cdot \left(-2\tfrac{m}{s}\right) = \left(5kg + m_2\right) \cdot \left(-1\tfrac{m}{s}\right)$$
$$50\tfrac{kgm}{s} - m_2 \cdot 2\tfrac{m}{s} = -5\tfrac{kgm}{s} - m_2 \cdot 1\tfrac{m}{s}$$
$$55\tfrac{kgm}{s} = m_2 \cdot 1\tfrac{m}{s}$$
$$m_2 = 55kg$$

24. *Première collision*

On va utiliser un axe des *x* vers la droite. Lors d'une collision, la quantité de mouvement en *x* est conservée. On a donc

$$p_{tot\ x} = p'_{tot\ x}$$
$$2kg \cdot 12\tfrac{m}{s} + 1kg \cdot 0\tfrac{m}{s} = 3kg \cdot v_2$$
$$v_2 = 8\tfrac{m}{s}$$

Deuxième collision

On a

$$p_{tot\ x} = p'_{tot\ x}$$
$$3kg \cdot 8\tfrac{m}{s} + 3kg \cdot 0\tfrac{m}{s} = 6kg \cdot v_3$$
$$v_3 = 4\tfrac{m}{s}$$

25. *Collision*

On va utiliser un axe des *x* vers la droite. Lors d'une collision, la quantité de mouvement en *x* est conservée. On a donc

$$p_{tot\ x} = p'_{tot\ x}$$
$$0,02kg \cdot 800\tfrac{m}{s} + 2kg \cdot 0\tfrac{m}{s} = 2,02kg \cdot v'$$
$$v' = 7,921\tfrac{m}{s}$$

Montée du bloc

On a ensuite la montée du pendule. On peut trouver la hauteur maximale atteinte par le bloc avec la conservation de l'énergie mécanique. Le système étant formé d'un seul objet, l'énergie mécanique du système est

$$E_{mec} = \frac{1}{2}mv^2 + mgy$$

Initialement (pendule verticale, immédiatement après la collision), l'énergie mécanique est

$$\begin{aligned} E_{mec} &= \frac{1}{2}mv^2 + mgy \\ &= \frac{1}{2}2,02kg\left(7,921\tfrac{m}{s}\right)^2 + 0J \\ &= 63,37J \end{aligned}$$

Nous avons choisi de mettre le $y = 0$ au point le plus bas du pendule.

Après la montée, l'énergie est

$$\begin{aligned} E_{mec} &= \frac{1}{2}mv^2 + mgy \\ &= 0J + 2,02kg \cdot 9,8\tfrac{N}{kg} \cdot y \\ &= 19,796N \cdot y \end{aligned}$$

Selon le principe de conservation de l'énergie mécanique, on a alors

$$\begin{gathered} E = E' \\ 63,37J = 19,796N \cdot y \\ y = 3,201m \end{gathered}$$

On trouve ensuite l'angle avec

$$\begin{gathered} \cos\theta = \frac{L-y}{L} \\ \cos\theta = \frac{8m - 3,201m}{8m} \\ \theta = 53,1° \end{gathered}$$

26. On va utiliser un axe des x vers la droite. Lors d'une collision, la quantité de mouvement en x est conservée. On a donc

$$p_{tot\,x} = p'_{tot\,x}$$
$$10kg \cdot 8\tfrac{m}{s} \cdot \cos(-70°) + 200kg \cdot 4\tfrac{m}{s} = 210kg \cdot v'$$
$$v' = 3{,}94\tfrac{m}{s}$$

Le chariot va donc à 3,94 m/s vers la droite.

27. On va utiliser un axe des x vers la droite. Lors d'une collision, la quantité de mouvement en x est conservée. On a donc

$$p_{tot\,x} = p'_{tot\,x}$$
$$0{,}2kg \cdot 10\tfrac{m}{s} + 0{,}55kg \cdot -4\tfrac{m}{s} = 0{,}2kg \cdot v'_1 + 0{,}55kg \cdot v'_2$$
$$-0{,}2\tfrac{kgm}{s} = 0{,}2kg \cdot v'_1 + 0{,}55kg \cdot v'_2$$
$$-1\tfrac{m}{s} = v'_1 + 2{,}75 \cdot v'_2$$

Lors d'une collision élastique, on a aussi conservation de l'énergie cinétique.

$$E_{k\,tot} = E'_{k\,tot}$$
$$\tfrac{1}{2}0{,}2kg \cdot \left(10\tfrac{m}{s}\right)^2 + \tfrac{1}{2}0{,}55kg \cdot \left(-4\tfrac{m}{s}\right)^2 = \tfrac{1}{2}0{,}2kg \cdot v_1'^2 + \tfrac{1}{2}0{,}55kg \cdot v_2'^2$$
$$14{,}4J = \tfrac{1}{2}0{,}2kg \cdot v_1'^2 + \tfrac{1}{2}0{,}55kg \cdot v_2'^2$$
$$144\tfrac{m^2}{s^2} = v_1'^2 + 2{,}75 \cdot v_2'^2$$

On peut résoudre en isolant v_1 dans l'équation de la quantité de mouvement

$$v'_1 = -1\tfrac{m}{s} - 2{,}75 \cdot v'_2$$

Et en remplaçant dans l'équation de l'énergie. On a alors

$$144\tfrac{m^2}{s^2} = \left(-1\tfrac{m}{s} - 2{,}75 \cdot v'_2\right)^2 + 2{,}75 \cdot v_2'^2$$
$$144\tfrac{m^2}{s^2} = 1\tfrac{m^2}{s^2} + 5{,}5\tfrac{m}{s} \cdot v'_2 + 7{,}5625 \cdot v_2'^2 + 2{,}75 \cdot v_2'^2$$
$$0 = -143\tfrac{m^2}{s^2} + 5{,}5\tfrac{m}{s} \cdot v'_2 + 10{,}3125 \cdot v_2'^2$$
$$v'_2 = -4\tfrac{m}{s} \qquad \text{et} \quad v'_2 = 3{,}467\tfrac{m}{s}$$

La première solution est évidemment la vitesse avant la collision. L'autre vitesse est celle après la collision. On a donc

$$v_2' = 3,467\tfrac{m}{s}$$

On a ensuite

$$\begin{aligned} v_1' &= -1\tfrac{m}{s} - 2,75 \cdot v_2' \\ &= -10,53\tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

28. a) On va utiliser un axe des x vers la droite. Lors d'une collision, la quantité de mouvement en x est conservée. On a donc

$$p_{tot\,x} = p'_{tot\,x}$$
$$500kg \cdot 20\tfrac{m}{s} + 250kg \cdot 10\tfrac{m}{s} = 500kg \cdot v_1' + 250kg \cdot 12\tfrac{m}{s}$$
$$v_1' = 19\tfrac{m}{s}$$

b) L'énergie cinétique avant la collision est

$$\begin{aligned} E_k &= \tfrac{1}{2}500kg \cdot \left(20\tfrac{m}{s}\right)^2 + \tfrac{1}{2}250kg \cdot \left(10\tfrac{m}{s}\right)^2 \\ &= 112\,500J \end{aligned}$$

L'énergie cinétique après la collision est

$$\begin{aligned} E_k' &= \tfrac{1}{2}500kg \cdot \left(19\tfrac{m}{s}\right)^2 + \tfrac{1}{2}250kg \cdot \left(12\tfrac{m}{s}\right)^2 \\ &= 108\,250J \end{aligned}$$

On a donc perdu

$$\begin{aligned} \Delta E_k &= 108\,250J - 112\,500J \\ &= -4250J \end{aligned}$$

La fraction de l'énergie initiale perdue est donc

$$\frac{-4250J}{112\,500J} = -0,0378$$

On a donc perdu 3,78% de l'énergie cinétique.

c) Le changement de quantité de mouvement est

$$\begin{aligned}\Delta p_x &= p'_x - p_x \\ &= 500kg \cdot 19\tfrac{m}{s} - 500kg \cdot 20\tfrac{m}{s} \\ &= -500\tfrac{kgm}{s}\end{aligned}$$

d) Comme la quantité de mouvement du système est conservée et que l'astéroïde de 500 kg a perdu 500 kgm/s, la quantité de mouvement de l'astéroïde de 250 kg doit augmenter de 500 kgm/s. On peut aisément vérifier cela avec

$$\begin{aligned}\Delta p_x &= p'_x - p_x \\ &= 250kg \cdot 12\tfrac{m}{s} - 250kg \cdot 10\tfrac{m}{s} \\ &= 500\tfrac{kgm}{s}\end{aligned}$$

29. On va utiliser un axe des x vers la droite. Lors d'une collision, la quantité de mouvement en x est conservée. On a donc

$$\begin{aligned}p_{tot\,x} &= p'_{tot\,x} \\ 0{,}004kg \cdot 750\tfrac{m}{s} + 1{,}15kg \cdot 0\tfrac{m}{s} &= 0{,}004kg \cdot 320\tfrac{m}{s} + 1{,}15kg \cdot v'_{bloc\,x} \\ v'_{bloc\,x} &= 1{,}496\tfrac{m}{s}\end{aligned}$$

30. <u>*Première partie : la descente du bloc*</u>

On va trouver la vitesse du bloc à la fin de sa descente avec la conservation de l'énergie. Le système étant formé d'un seul objet, l'énergie mécanique du système est

$$E_{mec} = \frac{1}{2}mv^2 + mgy$$

Initialement (configuration montrée sur la figure), l'énergie mécanique est

$$\begin{aligned}E &= \frac{1}{2}mv^2 + mgy \\ &= 0J + 2kg \cdot 9{,}8\tfrac{N}{kg} \cdot 4m \\ &= 78{,}4J\end{aligned}$$

Nous avons choisi de mettre le $y = 0$ au niveau de la surface horizontale.

Après la descente, l'énergie est

$$\begin{aligned} E' &= \frac{1}{2} m v'^2 + m g y' \\ &= \frac{1}{2} 2kg \cdot v'^2 + 0J \\ &= 1kg \cdot v'^2 \end{aligned}$$

On a alors

$$\begin{aligned} E &= E' \\ 78,4J &= 1kg \cdot v'^2 \\ v' &= 8,854 \tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

Deuxième partie : la collision

Lors d'une collision, il y a conservation de la quantité de mouvement, on a donc

$$\begin{aligned} p_{tot\,x} &= p'_{tot\,x} \\ 2kg \cdot 8,854 \tfrac{m}{s} + 3kg \cdot 0 \tfrac{m}{s} &= 5kg \cdot v' \\ v' &= 3,542 \tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

C'est la vitesse des blocs après la collision.

Troisième partie : la glissade

Selon l'équation des forces en x, l'accélération est

$$\begin{aligned} \sum F_x &= m a_x \\ -F_f &= m a_x \\ -\mu_c F_N &= m a_x \\ -\mu_c m g &= m a_x \\ a_x &= -\mu_c g \\ a_x &= -2,45 \tfrac{m}{s^2} \end{aligned}$$

Avec une vitesse initiale de 3,542 m/s, le déplacement pour arriver à une vitesse nulle est

$$2a_x\left(x-x_0\right)=v_x^2-v_{0x}^2$$
$$2\left(-2,45\tfrac{m}{s^2}\right)\left(x-0m\right)=\left(0\tfrac{m}{s}\right)^2-\left(3,542\tfrac{m}{s}\right)^2$$
$$x=2,56m$$

31. Lors d'une collision, la quantité de mouvement est conservée. On a donc

$$m_1v_1=m_1v_1'+m_2v_2'$$

Lors d'une collision élastique, l'énergie cinétique est conservée. On a donc

$$\frac{1}{2}m_1v_1^2=\frac{1}{2}m_1v_1'^2+\frac{1}{2}m_2v_2'^2$$

On isole v_1' dans la première équation

$$v_1'=v_1-\tfrac{m_2}{m_1}v_2'$$

et on remplace dans le deuxième équation

$$\frac{1}{2}m_1v_1^2=\frac{1}{2}m_1\left(v_1-\tfrac{m_2}{m_1}v_2'\right)^2+\frac{1}{2}m_2v_2'^2$$
$$m_1v_1^2=m_1\left(v_1-\tfrac{m_2}{m_1}v_2'\right)^2+m_2v_2'^2$$
$$m_1v_1^2=m_1v_1^2-2m_2v_1v_2'+\tfrac{m_2^2}{m_1}v_2'^2+m_2v_2'^2$$
$$0=-2m_2v_1v_2'+\tfrac{m_2^2}{m_1}v_2'^2+m_2v_2'^2$$
$$2m_2v_1v_2'=\tfrac{m_2^2}{m_1}v_2'^2+m_2v_2'^2$$
$$2m_2v_1=\tfrac{m_2^2}{m_1}v_2'+m_2v_2'$$
$$2m_2m_1v_1=m_2^2v_2'+m_1m_2v_2'$$
$$2m_1v_1=m_2v_2'+m_1v_2'$$
$$2m_1v_1=\left(m_2+m_1\right)v_2'$$
$$v_2'=\frac{2m_1v_1}{m_1+m_2}$$

De là, on trouve que

$$\begin{aligned} v_1' &= v_1 - \tfrac{m_2}{m_1} v_2' \\ &= v_1 - \frac{m_2}{m_1} \frac{2m_1 v_1}{m_1 + m_2} \\ &= v_1 - \frac{2m_2 v_1}{m_1 + m_2} \\ &= \frac{m_1 + m_2}{m_1 + m_2} v_1 - \frac{2m_2 v_1}{m_1 + m_2} \\ &= \frac{m_1 + m_2 - 2m_2}{m_1 + m_2} v_1 \\ &= \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 \end{aligned}$$

32. La variation d'énergie cinétique est

$$\begin{aligned} \Delta E_k &= E_k' - E_k \\ &= \frac{1}{2} m_{tot} v'^2 - \left(\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \right) \end{aligned}$$

La vitesse de la deuxième boule avant la collision est nulle. On a donc

$$\Delta E_k = \frac{1}{2} m_{tot} v'^2 - \frac{1}{2} m_1 v_1^2$$

La vitesse de l'objet après la collision se trouve avec la conservation de la quantité de mouvement.

$$\begin{aligned} m_1 v_1 &= (m_1 + m_2) v' \\ v' &= \frac{m_1 v_1}{m_1 + m_2} \end{aligned}$$

La variation d'énergi cinétique est donc

$$\begin{aligned}
\Delta E_k &= \frac{1}{2} m_{tot} v'^2 - \frac{1}{2} m_1 v_1^2 \\
&= \frac{1}{2}(m_1 + m_2)\left(\frac{m_1 v_1}{m_1 + m_2}\right)^2 - \frac{1}{2} m_1 v_1^2 \\
&= \frac{1}{2}\frac{m_1^2 v_1^2}{m_1 + m_2} - \frac{1}{2} m_1 v_1^2 \\
&= \frac{1}{2}\left(\frac{m_1^2}{m_1 + m_2} - m_1\right) v_1^2 \\
&= \frac{1}{2}\left(\frac{m_1^2}{m_1 + m_2} - \frac{m_1(m_1 + m_2)}{m_1 + m_2}\right) v_1^2 \\
&= \frac{1}{2}\left(\frac{m_1^2}{m_1 + m_2} - \frac{m_1^2 + m_1 m_2}{m_1 + m_2}\right) v_1^2 \\
&= \frac{1}{2}\left(\frac{m_1^2 - m_1^2 - m_1 m_2}{m_1 + m_2}\right) v_1^2 \\
&= -\frac{1}{2}\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} v_1^2
\end{aligned}$$

33. On va utiliser un axe des x vers la droite et un axe des y vers le haut. Lors d'une collision, la quantité de mouvement est conservée. On a donc, pour la composante en x :

$$\begin{aligned}
p_{tot\ x} &= p'_{tot\ x} \\
3kg \cdot 0\tfrac{m}{s} + 2kg \cdot -3\tfrac{m}{s} &= 5kg \cdot v'_x \\
v'_x &= -1,2\tfrac{m}{s}
\end{aligned}$$

Pour la composante en y, on a

$$\begin{aligned}
p_{tot\ y} &= p'_{tot\ y} \\
3kg \cdot 2\tfrac{m}{s} + 2kg \cdot 0\tfrac{m}{s} &= 5kg \cdot v'_y \\
v'_y &= 1,2\tfrac{m}{s}
\end{aligned}$$

La grandeur de la vitesse est donc

$$\begin{aligned}
v &= \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \\
&= \sqrt{\left(-1,2\tfrac{m}{s}\right)^2 + \left(1,2\tfrac{m}{s}\right)^2} \\
&= 1,697\tfrac{m}{s}
\end{aligned}$$

et sa direction est

$$\begin{aligned}\theta &= \arctan \frac{v_y}{v_x} \\ &= \arctan \frac{1,2 \frac{m}{s}}{-1,2 \frac{m}{s}} \\ &= 135°\end{aligned}$$

L'angle sur la figure est donc de 45°

34. On va utiliser un axe des x vers la droite et un axe des y vers le haut. Lors d'une collision, la quantité de mouvement est conservée. On a donc, pour la composante en x :

$$\begin{gathered} p_{tot\ x} = p'_{tot\ x} \\ 1500kg \cdot v_A \cos(45°) + 2000kg \cdot -v_B = 3500kg \cdot 12 \tfrac{m}{s} \cos(60°) \\ 1060,7kg \cdot v_A + 2000kg \cdot -v_B = 21000 \tfrac{kgm}{s} \end{gathered}$$

Pour la composante en y, on a

$$\begin{gathered} p_{tot\ x} = p'_{tot\ x} \\ 1500kg \cdot v_A \sin(45°) + 2000kg \cdot 0 \tfrac{m}{s} = 3500kg \cdot 12 \tfrac{m}{s} \sin(60°) \\ 1060,7kg \cdot v_A = 36373 \tfrac{kgm}{s} \end{gathered}$$

L'équation en y nous permet alors de trouver la vitesse de l'auto A.

$$\begin{gathered} 1060,7kg \cdot v_A = 36373 \tfrac{kgm}{s} \\ v_A = 34,29 \tfrac{m}{s} \end{gathered}$$

Avec cette information, on peut trouver la vitesse de l'auto B avec l'équation en x.

$$\begin{gathered} 1060,7kg \cdot v_A + 2000kg \cdot -v_B = 21000 \tfrac{kgm}{s} \\ 1060,7kg \cdot 34,29 \tfrac{m}{s} + 2000kg \cdot -v_B = 21000 \tfrac{kgm}{s} \\ 36373 \tfrac{kgm}{s} + 2000kg \cdot -v_B = 21000 \tfrac{kgm}{s} \\ 2000kg \cdot -v_B = -15373 \tfrac{kgm}{s} \\ v_B = 7,69 \tfrac{m}{s} \end{gathered}$$

35. On va utiliser un axe des *x* vers la droite et un axe des *y* vers le haut. Lors d'une collision, la quantité de mouvement est conservée. On a donc, pour la composante en *x* :

$$\begin{aligned} p_{tot\,x} &= p'_{tot\,x} \\ 1kg \cdot 5\tfrac{m}{s} + 3kg \cdot 0\tfrac{m}{s} &= 1kg \cdot v'_{1x} + 3kg \cdot v'_2 \cos(-50°) \\ 5\tfrac{kgm}{s} &= 1kg \cdot v'_{1x} + 3kg \cdot v'_2 \cos(-50°) \\ 5\tfrac{m}{s} &= v'_{1x} + 3v'_2 \cos(-50°) \end{aligned}$$

Pour la composante en *y*, on a

$$\begin{aligned} p_{tot\,y} &= p'_{tot\,y} \\ 1kg \cdot 0\tfrac{m}{s} + 3kg \cdot 0\tfrac{m}{s} &= 1kg \cdot v'_{1y} + 3kg \cdot v'_2 \sin(-50°) \\ 0\tfrac{kgm}{s} &= 1kg \cdot v'_{1y} + 3kg \cdot v'_2 \sin(-50°) \\ 0\tfrac{m}{s} &= v'_{1y} + 3v'_2 \sin(-50°) \end{aligned}$$

Comme c'est une collision élastique, il y a aussi conservation de l'énergie cinétique. On a donc

$$\begin{aligned} E_{k\,tot} &= E'_{k\,tot} \\ \tfrac{1}{2}1kg \cdot \left(5\tfrac{m}{s}\right)^2 + \tfrac{1}{2}3kg \cdot \left(0\tfrac{m}{s}\right)^2 &= \tfrac{1}{2}1kg \cdot v_1'^2 + \tfrac{1}{2}3kg \cdot v_2'^2 \\ 12,5J &= \tfrac{1}{2}1kg \cdot v_1'^2 + \tfrac{1}{2}3kg \cdot v_2'^2 \\ 25\tfrac{m^2}{s^2} &= v_1'^2 + 3v_2'^2 \end{aligned}$$

Puisque $v_1'^2 = v_{1x}'^2 + v_{1y}'^2$, cette équation nous donne

$$\begin{aligned} 25\tfrac{m^2}{s^2} &= v_1'^2 + 3v_2'^2 \\ 25\tfrac{m^2}{s^2} &= v_{1x}'^2 + v_{1y}'^2 + 3v_2'^2 \end{aligned}$$

On isole v'_{1x} dans l'équation de la conservation de la quantité de mouvement en *x*.

$$\begin{aligned} 5\tfrac{m}{s} &= v'_{1x} + 3v'_2 \cos(-50°) \\ v'_{1x} &= 5\tfrac{m}{s} - 3v'_2 \cos(-50°) \end{aligned}$$

On isole ensuite v'_{1y} dans l'équation de la conservation de la quantité de mouvement en *y*.

$$0\tfrac{m}{s} = v'_{1y} + 3v'_2 \sin(-50°)$$
$$v'_{1y} = -3v'_2 \sin(-50°)$$

On remplace ensuite dans l'équation de la conservation de l'énergie cinétique.

$$25\tfrac{m^2}{s^2} = v'^2_{1x} + v'^2_{1y} + 3v'^2_2$$
$$25\tfrac{m^2}{s^2} = \left(5\tfrac{m}{s} - 3v'_2 \cos(-50°)\right)^2 + \left(-3v'_2 \sin(-50°)\right)^2 + 3v'^2_2$$

Il ne reste qu'à isoler v'_2.

$$25\tfrac{m^2}{s^2} = \left(5\tfrac{m}{s} - 3v'_2 \cos(-50°)\right)^2 + \left(-3v'_2 \sin(-50°)\right)^2 + 3v'^2_2$$
$$25\tfrac{m^2}{s^2} = 25\tfrac{m^2}{s^2} - 30\tfrac{m}{s} \cdot v'_2 \cos(-50°) + 9v'^2_2 \cos^2(-50°) + 9v'^2_2 \sin^2(-50°) + 3v'^2_2$$
$$0 = -30\tfrac{m}{s} \cdot v'_2 \cos(-50°) + 9v'^2_2 + 3v'^2_2$$
$$0 = -30\tfrac{m}{s} \cdot v'_2 \cos(-50°) + 12v'^2_2$$
$$0 = -30\tfrac{m}{s} \cdot \cos(-50°) + 12v'_2$$
$$v'_2 = 1,607\tfrac{m}{s}$$

De là, on trouve v'^2_{1x}

$$v'_{1x} = 5\tfrac{m}{s} - 3v'_2 \cos(-50°)$$
$$= 1,901\tfrac{m}{s}$$

et v'^2_{1y}.

$$v'_{1y} = -3v'_2 \sin(-50°)$$
$$= 3,693\tfrac{m}{s}$$

La grandeur de la vitesse est donc

$$v'_1 = \sqrt{v'^2_{1x} + v'^2_{1y}}$$
$$= \sqrt{\left(1,901\tfrac{m}{s}\right)^2 + \left(3,693\tfrac{m}{s}\right)^2}$$
$$= 4,154\tfrac{m}{s}$$

et sa direction est

$$\begin{aligned}\theta &= \arctan \frac{v_y}{v_x} \\ &= \arctan \frac{3,693 \frac{m}{s}}{1,901 \frac{m}{s}} \\ &= 62,8°\end{aligned}$$

Nos réponses sont donc

$$\begin{aligned}v_1' &= 4,154 \tfrac{m}{s} \text{ à } 62,8° \\ v_2' &= 1,607 \tfrac{m}{s}\end{aligned}$$

36. a) On va utiliser un axe des x vers la droite et un axe des y vers le haut. Lors d'une collision, la quantité de mouvement est conservée. On a donc, pour la composante en x :

$$\begin{aligned}p_{tot\ x} &= p'_{tot\ x} \\ 4kg \cdot 8 \tfrac{m}{s} + 6kg \cdot 0 \tfrac{m}{s} &= 4kg \cdot 6 \tfrac{m}{s} \cos(30°) + 6kg \cdot v'_{2x} \\ 32 \tfrac{kgm}{s} &= 20,785 \tfrac{kgm}{s} + 6kg \cdot v'_{2x} \\ v'_{2x} &= 1,869 \tfrac{m}{s}\end{aligned}$$

Pour la composante en y, on a

$$\begin{aligned}p_{tot\ y} &= p'_{tot\ y} \\ 4kg \cdot 0 \tfrac{m}{s} + 6kg \cdot 0 \tfrac{m}{s} &= 4kg \cdot 6 \tfrac{m}{s} \sin(30°) + 6kg \cdot v'_{2y} \\ 0 \tfrac{kgm}{s} &= 12 \tfrac{kgm}{s} + 6kg \cdot v'_{2y} \\ v'_{2y} &= -2 \tfrac{m}{s}\end{aligned}$$

La grandeur de la vitesse est donc

$$\begin{aligned}v_2' &= \sqrt{v_{2x}'^2 + v_{2y}'^2} \\ &= \sqrt{\left(1,869 \tfrac{m}{s}\right)^2 + \left(2 \tfrac{m}{s}\right)^2} \\ &= 2,738 \tfrac{m}{s}\end{aligned}$$

et sa direction est

$$\begin{aligned}\theta &= \arctan\frac{v_y}{v_x}\\ &= \arctan\frac{-2\frac{m}{s}}{1,869\frac{m}{s}}\\ &= -46,9°\end{aligned}$$

b) L'énergie cinétique avant la collision est

$$E_{k\ tot} = \tfrac{1}{2}4kg\cdot\left(8\tfrac{m}{s}\right)^2 + \tfrac{1}{2}6kg\cdot\left(0\tfrac{m}{s}\right)^2 = 128J$$

L'énergie cinétique après la collision est

$$E'_{k\ tot} = \tfrac{1}{2}4kg\cdot\left(6\tfrac{m}{s}\right)^2 + \tfrac{1}{2}6kg\cdot\left(2,738\tfrac{m}{s}\right)^2 = 94,48J$$

La perte d'énergie est donc

$$\Delta E_k = 94,48J - 128J = -33,52J$$

c) Non, car il y a une perte d'énergie cinétique lors de la collision.

37. L'impulsion donnée par la force de 50 N est

$$\begin{aligned}I_x &= F_x\Delta t\\ &= 50N\cdot 3s\\ &= 150\tfrac{kgm}{s}\end{aligned}$$

On a donc

$$\begin{aligned}p'_x &= p_x + I_x\\ 30kg\cdot v' &= \left(10kg\cdot 0\tfrac{m}{s} + 20kg\cdot 0\tfrac{m}{s}\right) + 150\tfrac{kgm}{s}\\ 30kg\cdot v' &= 150\tfrac{kgm}{s}\\ v' &= 5\tfrac{m}{s}\end{aligned}$$

38. Il y aura une impulsion donnée par la force de gravitation pendant 0,5 s après la collision. Cette impulsion sera

$$\begin{aligned} I_y &= F_y \Delta t \\ &= \left(-1,02kg \cdot 9,8 \tfrac{N}{kg}\right) \cdot 0,5s \\ &= -4,998 \tfrac{kgm}{s} \end{aligned}$$

On a donc

$$\begin{aligned} p'_y &= p_y + I_y \\ 1,02kg \cdot v' &= \left(0,02kg \cdot 500 \tfrac{m}{s} + 1kg \cdot 0 \tfrac{m}{s}\right) + -4,998 \tfrac{kgm}{s} \\ 1,02kg \cdot v' &= 5,002 \tfrac{kgm}{s} \\ v' &= 4,904 \tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

39. a) La force de poussée du moteur est

$$\begin{aligned} F_{poussée} &= V_{\exp} R \\ &= 3200 \tfrac{m}{s} \cdot 3400 \tfrac{kg}{s} \\ &= 1,088 \times 10^7 N \end{aligned}$$

b) La vitesse sera

$$\begin{aligned} v' &= v + v_{\exp} \ln \frac{m}{m - RT} \\ &= 0 \tfrac{m}{s} + 3200 \tfrac{m}{s} \ln \frac{710\,000kg}{710\,000kg - 3400 \tfrac{kg}{s} \cdot 60s} \\ &= 0 \tfrac{m}{s} + 3200 \tfrac{m}{s} \ln \frac{710\,000kg}{506\,000kg} \\ &= 1084 \tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

c) La vitesse sera

$$\begin{aligned} v' &= v + v_{\exp} \ln \frac{m}{m - RT} - gt \\ &= 0 \tfrac{m}{s} + 3200 \tfrac{m}{s} \ln \frac{710\,000kg}{710\,000kg - 3400 \tfrac{kg}{s} \cdot 30s} - 9,8 \tfrac{m}{s^2} \cdot 30s \\ &= 0 \tfrac{m}{s} + 3200 \tfrac{m}{s} \ln \frac{710\,000kg}{608\,000kg} - 294 \tfrac{m}{s} \\ &= 202,3 \tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

40. On a

$$\begin{aligned} v' &= v + v_{\text{exp}} \ln \frac{m}{m - RT} \\ 18000\tfrac{m}{s} &= 15000\tfrac{m}{s} + v_{\text{exp}} \ln \frac{100\,000kg}{100\,000kg - 750\tfrac{kg}{s} \cdot 60s} \\ 3000\tfrac{m}{s} &= v_{\text{exp}} \ln \frac{100\,000kg}{55\,000kg} \\ v_{\text{exp}} &= 5018\tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

41. Quand le ressort est comprimé au maximum, les deux masses ont la même vitesse. Ainsi, selon la loi de conservation de la quantité de mouvement, on a

$$\begin{aligned} p_{tot\,x} &= p'_{tot\,x} \\ 1kg \cdot 30\tfrac{m}{s} &= 1kg \cdot v' + 2kg \cdot v' \\ v' &= 10\tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

De plus, il doit y avoir conservation de l'énergie mécanique. Avec deux masses et un ressort, l'énergie mécanique est

$$E_{mec} = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + m_1gy_1 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 + m_2gy_2 + \frac{1}{2}kx^2$$

Avant la collision, l'énergie mécanique est (en utilisant un $y = 0$ au sol)

$$\begin{aligned} E_{mec} &= \frac{1}{2}m_1v_1^2 + m_1gy_1 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 + m_2gy_2 + \frac{1}{2}kx^2 \\ &= \frac{1}{2}1kg \cdot \left(30\tfrac{m}{s}\right)^2 + 0 + 0 + 0 + 0 \\ &= 450J \end{aligned}$$

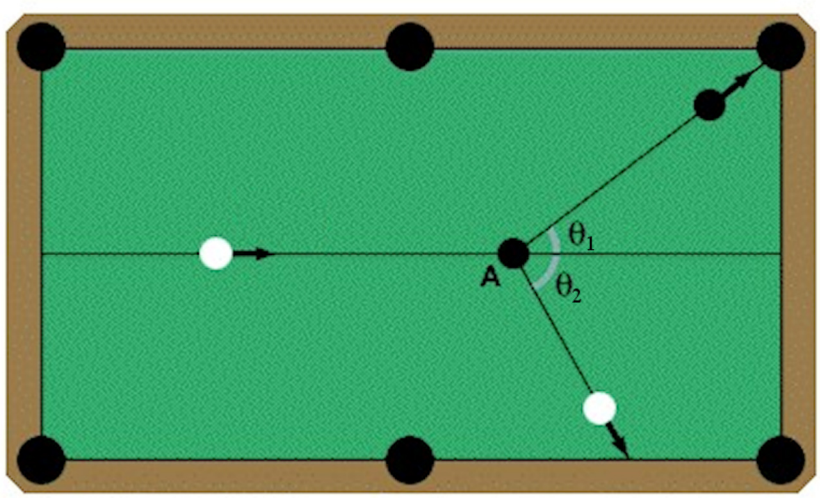
Quand le ressort est comprimé au maximum, l'énergie mécanique est

$$\begin{aligned}
E'_{mec} &= \frac{1}{2}m_1v_1'^2 + m_1gy_1' + \frac{1}{2}m_2v_2'^2 + m_2gy_2' + \frac{1}{2}kx'^2 \\
&= \frac{1}{2}1kg \cdot \left(10\tfrac{m}{s}\right)^2 + 0 + \frac{1}{2}2kg \cdot \left(10\tfrac{m}{s}\right)^2 + 0 + + \frac{1}{2}kx'^2 \\
&= 50J + 100J + \frac{1}{2}kx'^2 \\
&= 150J + \frac{1}{2}kx'^2
\end{aligned}$$

Avec la conservation de l'énergie mécanique, on obtient

$$\begin{aligned}
E_{mec} &= E'_{mec} \\
450J &= 150J + \frac{1}{2}kx'^2 \\
300J &= \frac{1}{2} \cdot 9600\tfrac{N}{m}x'^2 \\
x' &= 0,25m
\end{aligned}$$

42. On a la collision suivante.



L'équation de la conservation de la quantité de mouvement en x est

$$
\begin{aligned}
p_x &= p'_x \\
mv_{1x} + \cancel{mv_{2x}} &= mv'_{1x} + mv'_{2x} \\
v_{1x} &= v'_{1x} + v'_{2x} \\
v_1 &= v'_1 \cos\theta_1 + v'_2 \cos\theta_2
\end{aligned}
$$

L'équation de la conservation de la quantité de mouvement en y est

$$
\begin{aligned}
p_y &= p'_y \\
\cancel{mv_{1y}} + \cancel{mv_{2y}} &= mv'_{1y} + mv'_{2y} \\
0 &= v'_{1y} + v'_{2y} \\
0 &= v'_1 \sin\theta_1 - v'_2 \sin\theta_2
\end{aligned}
$$

L'équation de la conservation de l'énergie cinétique est

$$
\begin{aligned}
E_k &= E'_k \\
\frac{1}{2}mv_1^2 + \cancel{\frac{1}{2}mv_2^2} &= \frac{1}{2}mv_1'^2 + \frac{1}{2}mv_2'^2 \\
v_1^2 &= v_1'^2 + v_2'^2
\end{aligned}
$$

On va commencer par éliminer θ_2 avec $\cos^2\theta_2 + \sin^2\theta_2 = 1$. Le cosinus vient de la conservation de la quantité de mouvement en x

$$
v'_2 \cos\theta_2 = v_1 - v'_1 \cos\theta_1
$$

Le sinus vient de la conservation de la quantité de mouvement en y

$$
v'_2 \sin\theta_2 = v'_1 \sin\theta_1
$$

On a alors

$$
\begin{aligned}
(v'_2\cos\theta_2)^2 + (v'_2\sin\theta_2)^2 &= (v_1 - v'_1\cos\theta_1)^2 + (v'_1\sin\theta_1)^2 \\
v_2'^2\cos^2\theta_2 + v_2'^2\sin^2\theta_2 &= v_1^2 - 2v_1v'_1\cos\theta_1 + v_1'^2\cos^2\theta_1 + v_1'^2\sin^2\theta_1 \\
v_2'^2\left(\cos^2\theta_2 + \sin^2\theta_2\right) &= v_1^2 - 2v_1v'_1\cos\theta_1 + v_1'^2\left(\cos^2\theta_1 + \sin^2\theta_1\right) \\
v_2'^2 &= v_1^2 - 2v_1v'_1\cos\theta_1 + v_1'^2
\end{aligned}
$$

En utilisant la formule de conservation de l'énergie $v_1^2 = v_1'^2 + v_2'^2$, on a

$$v_2'^2 = v_1^2 - 2v_1v_1'\cos\theta_1 + v_1'^2$$
$$v_1^2 - v_1'^2 = v_1^2 - 2v_1v_1'\cos\theta_1 + v_1'^2$$
$$-v_1'^2 = -2v_1v_1'\cos\theta_1 + v_1'^2$$
$$-2v_1'^2 = -2v_1v_1'\cos\theta_1$$
$$v_1' = v_1\cos\theta_1$$

De là, on trouve facilement v_2' avec $v_1^2 = v_1'^2 + v_2'^2$

$$v_2'^2 = v_1^2 - v_1'^2$$
$$v_2'^2 = v_1^2 - v_1^2\cos^2\theta_1$$
$$v_2'^2 = v_1^2\left(1-\cos^2\theta_1\right)$$
$$v_2'^2 = v_1^2\sin^2\theta_1$$
$$v_2' = v_1\sin\theta_1$$

On trouve finalement θ_2 avec $0 = v_1'\sin\theta_1 - v_2'\sin\theta_2$.

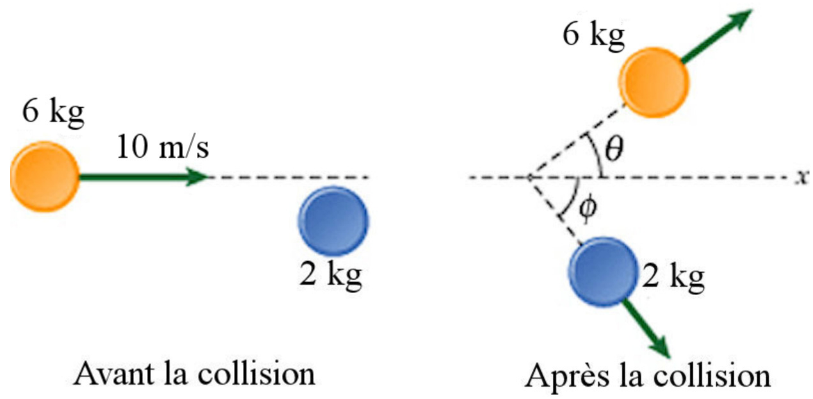
$$\sin\theta_2 = \frac{v_1'\sin\theta_1}{v_2'}$$
$$\sin\theta_2 = \frac{\left(v_1\cos\theta_1\right)\sin\theta_1}{v_1\sin\theta_1}$$
$$\sin\theta_2 = \cos\theta_1$$

Mais puisque $\cos\theta = \sin\left(90° - \theta\right)$, on a

$$\sin\theta_2 = \cos\theta_1$$
$$\sin\theta_2 = \sin\left(90° - \theta_1\right)$$
$$\theta_2 = 90° - \theta_1$$
$$\theta_1 + \theta_2 = 90°$$

Puisque la somme des angles est 90°, les trajectoires sont perpendiculaires.

43. On a la collision suivante.



L'équation de la conservation de la quantité de mouvement en *x* est

$$p_x = p'_x$$
$$m_1 v_{1x} + \cancel{m_2 v_{2x}} = m_1 v'_{1x} + m_2 v'_{2x}$$
$$m_1 v_{1x} = m_1 v'_{1x} + m_2 v'_{2x}$$
$$m_1 v_{1x} = m_1 v'_1 \cos\theta_1 + m_2 v'_2 \cos\theta_2$$
$$60\tfrac{kgm}{s} = 6kg \cdot v'_1 \cos\theta_1 + 2kg \cdot v'_2 \cos\theta_2$$
$$30\tfrac{m}{s} = 3 \cdot v'_1 \cos\theta_1 + v'_2 \cos\theta_2$$

L'équation de la conservation de la quantité de mouvement en *y* est

$$p_y = p'_y$$
$$\cancel{m_1 v_{1y}} + \cancel{m_2 v_{2y}} = m_1 v'_{1y} + m_2 v'_{2y}$$
$$0 = m_1 v'_{1y} + m_2 v'_{2y}$$
$$0 = m_1 v'_1 \sin\theta_1 - m_2 v'_2 \sin\theta_2$$
$$0 = 6kg \cdot v'_1 \sin\theta_1 - 2kg \cdot v'_2 \sin\theta_2$$
$$0 = 3 \cdot v'_1 \sin\theta_1 - v'_2 \sin\theta_2$$

L'équation de la conservation de l'énergie cinétique est

$$E_k = E'_k$$
$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \cancel{\frac{1}{2} m_2 v_2^2} = \frac{1}{2} m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2} m_1 v_2'^2$$
$$m_1 v_1^2 = m_1 v_1'^2 + m_2 v_2'^2$$
$$600\tfrac{kgm^2}{s^2} = 6kg \cdot v_1'^2 + 2kg \cdot v_2'^2$$
$$300\tfrac{m^2}{s^2} = 3 \cdot v_1'^2 + v_2'^2$$

On va commencer par éliminer θ_2 avec $\cos^2\theta_2+\sin^2\theta_2=1$. Le cosinus vient de la conservation de la quantité de mouvement en x

$$v_2'\cos\theta_2 = 30\tfrac{m}{s} - 3\cdot v_1'\cos\theta_1$$

Le sinus vient de la conservation de la quantité de mouvement en y

$$v_2'\sin\theta_2 = 3\cdot v_1'\sin\theta_1$$

On a alors

$$\begin{aligned}
\left(v_2'\cos\theta_2\right)^2+\left(v_2'\sin\theta_2\right)^2 &= \left(30\tfrac{m}{s}-3v_1'\cos\theta_1\right)^2+\left(3v_1'\sin\theta_1\right)^2\\
v_2'^2\cos^2\theta_2+v_2'^2\sin^2\theta_2 &= 900\tfrac{m^2}{s^2}-180\tfrac{m}{s}v_1'\cos\theta_1+9v_1'^2\cos^2\theta_1+9v_1'^2\sin^2\theta_1\\
v_2'^2\left(\cos^2\theta_2+\sin^2\theta_2\right) &= 900\tfrac{m^2}{s^2}-180\tfrac{m}{s}v_1'\cos\theta_1+9v_1'^2\left(\cos^2\theta_1+\sin^2\theta_1\right)\\
v_2'^2 &= 900\tfrac{m^2}{s^2}-180\tfrac{m}{s}v_1'\cos\theta_1+9v_1'^2
\end{aligned}$$

En utilisant la formule de conservation de l'énergie $300\tfrac{m^2}{s^2}=3\cdot v_1'^2+v_2'^2$, on a

$$\begin{aligned}
v_2'^2 &= 900\tfrac{m^2}{s^2}-180\tfrac{m}{s}v_1'\cos\theta_1+9v_1'^2\\
300\tfrac{m^2}{s^2}-3\cdot v_1'^2 &= 900\tfrac{m^2}{s^2}-180\tfrac{m}{s}v_1'\cos\theta_1+9v_1'^2\\
-3\cdot v_1'^2 &= 600\tfrac{m^2}{s^2}-180\tfrac{m}{s}v_1'\cos\theta_1+9v_1'^2\\
-v_1'^2 &= 200\tfrac{m^2}{s^2}-60\tfrac{m}{s}v_1'\cos\theta_1+3v_1'^2\\
0 &= 200\tfrac{m^2}{s^2}-60\tfrac{m}{s}v_1'\cos\theta_1+4v_1'^2
\end{aligned}$$

Si on isole le cosinus, on a

$$\begin{aligned}
0 &= 200\tfrac{m^2}{s^2}-60\tfrac{m}{s}v_1'\cos\theta_1+4v_1'^2\\
60\tfrac{m}{s}v_1'\cos\theta_1 &= 200\tfrac{m^2}{s^2}+4v_1'^2\\
\cos\theta_1 &= \frac{10\tfrac{m}{s}}{3}\frac{1}{v_1'}+\frac{1}{15\tfrac{m}{s}}v_1'
\end{aligned}$$

La valeur de v'_1 peut varier selon la façon dont la collision se produit. Pour une certaine valeur de v'_1, il y a un angle maximum. Puisqu'à un extremum la dérivée d'une fonction est nulle, on trouve la valeur maximale de l'angle avec

$$\frac{d\left(\cos\theta_1\right)}{dv_1'}=0$$

On obtient alors qu'à l'angle maximum

$$\frac{d\left(\cos\theta_1\right)}{dv_1'}=0$$
$$\frac{-10\frac{m}{s}}{3}\frac{1}{v_1'^2}+\frac{1}{15\frac{m}{s}}=0$$
$$\frac{1}{15\frac{m}{s}}=\frac{10\frac{m}{s}}{3}\frac{1}{v_1'^2}$$
$$v_1'^2=50\frac{m^2}{s^2}$$

Ainsi l'angle est

$$\cos\theta_1=\frac{10\frac{m}{s}}{3}\frac{1}{v_1'}+\frac{1}{15\frac{m}{s}}v_1'$$
$$\cos\theta_1=\frac{10\frac{m}{s}}{3}\sqrt{\frac{1}{50\frac{m^2}{s^2}}}+\frac{1}{15\frac{m}{s}}\sqrt{50\frac{m^2}{s^2}}$$
$$\cos\theta_1=0,94281$$
$$\theta_1=19,47°$$