

Solutionnaire du chapitre 6

1. La capacité est

$$\begin{aligned}C &= \varepsilon_0 \frac{A}{d} \\&= 8,854 \times 10^{-12} \frac{F}{m} \cdot \frac{0,01m^2}{0,001m} \\&= 8,854 \times 10^{-11} F \\&= 88,54 pF\end{aligned}$$

2. a) La capacité est

$$\begin{aligned}C &= \varepsilon_0 \frac{A}{d} \\&= 8,854 \times 10^{-12} \frac{F}{m} \cdot \frac{\pi \cdot (0,1m)^2}{0,02m} \\&= 1,391 \times 10^{-11} F \\&= 13,91 pF\end{aligned}$$

b) La charge est

$$\begin{aligned}Q &= C\Delta V \\&= 1,391 \times 10^{-11} F \cdot 100V \\&= 1,391 \times 10^{-9} C \\&= 1,391 nC\end{aligned}$$

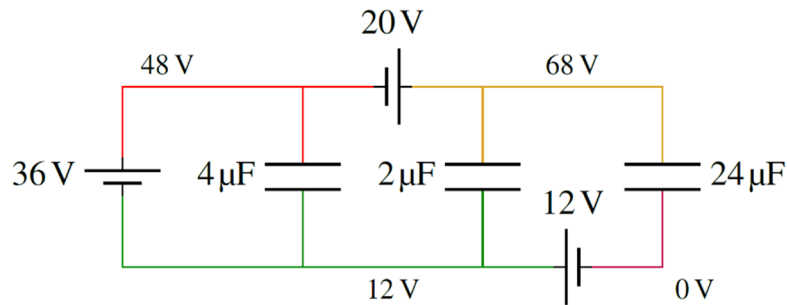
3. La charge est

$$\begin{aligned}Q &= ne \\&= 10^{13} \cdot 1,602 \times 10^{-19} C \\&= 1,602 \times 10^{-6} C \\&= 1,602 \mu C\end{aligned}$$

La capacité est donc

$$\begin{aligned}
 Q &= C\Delta V \\
 1,602 \times 10^{-6} C &= C \cdot 24V \\
 C &= 6,676 \times 10^{-8} F \\
 &= 66,76nF
 \end{aligned}$$

4. Le potentiel des fils est



La différence de potentiel aux bornes du condensateur de $4 \mu\text{F}$ est 36 V . Sa charge est donc

$$\begin{aligned}
 Q &= C\Delta V \\
 &= 4\mu\text{F} \cdot 36\text{V} \\
 &= 144\mu\text{C}
 \end{aligned}$$

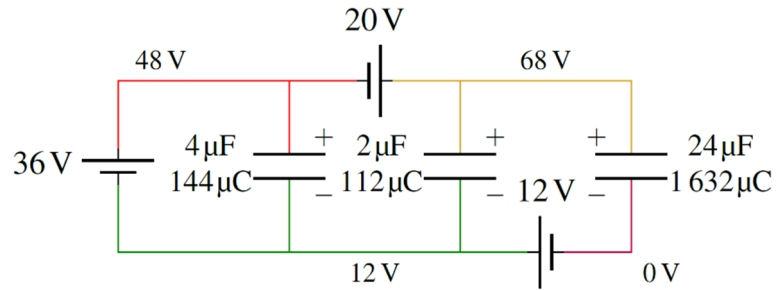
La différence de potentiel aux bornes du condensateur de $2 \mu\text{F}$ est 56 V . Sa charge est donc

$$\begin{aligned}
 Q &= C\Delta V \\
 &= 2\mu\text{F} \cdot 56\text{V} \\
 &= 112\mu\text{C}
 \end{aligned}$$

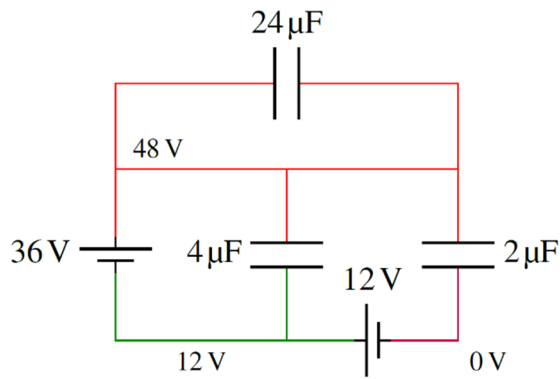
La différence de potentiel aux bornes du condensateur de $24 \mu\text{F}$ est 68 V . Sa charge est donc

$$\begin{aligned}
 Q &= C\Delta V \\
 &= 24\mu\text{F} \cdot 68\text{V} \\
 &= 1632\mu\text{C}
 \end{aligned}$$

Comme la plaque positive est toujours du côté où le potentiel est le plus élevé, la solution est



5. Le potentiel des fils est



La différence de potentiel aux bornes du condensateur de $4\ \mu\text{F}$ est $36\ \text{V}$. Sa charge est donc

$$\begin{aligned} Q &= C\Delta V \\ &= 4\ \mu\text{F} \cdot 36\text{V} \\ &= 144\ \mu\text{C} \end{aligned}$$

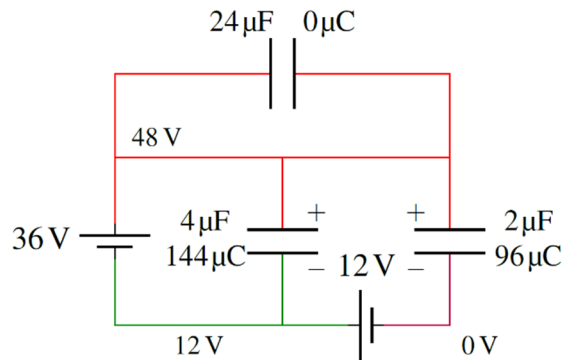
La différence de potentiel aux bornes du condensateur de $2\ \mu\text{F}$ est $48\ \text{V}$. Sa charge est donc

$$\begin{aligned} Q &= C\Delta V \\ &= 2\ \mu\text{F} \cdot 48\text{V} \\ &= 96\ \mu\text{C} \end{aligned}$$

La différence de potentiel aux bornes du condensateur de $24\ \mu\text{F}$ est $0\ \text{V}$. Sa charge est donc

$$\begin{aligned}
 Q &= C\Delta V \\
 &= 24\mu F \cdot 0V \\
 &= 0\mu C
 \end{aligned}$$

Comme la plaque positive est toujours du côté où le potentiel est le plus élevé, la solution est



6. La charge initiale du condensateur est de

$$\begin{aligned}
 Q &= C\Delta V \\
 &= 12\mu F \cdot 24V \\
 &= 288\mu C
 \end{aligned}$$

Comme le condensateur est branché à la source, la différence de potentiel aux bornes du condensateur restera la même. On aura donc $\Delta V' = 24\text{ V}$.

Avec le diélectrique, la capacité deviendra

$$\begin{aligned}
 C' &= \kappa C \\
 &= 3 \cdot 12\mu F \\
 &= 36\mu F
 \end{aligned}$$

Ainsi, la différence de potentiel aux bornes du condensateur sera de

$$\begin{aligned}
 Q' &= C'\Delta V' \\
 &= 36\mu F \cdot 24V \\
 &= 864\mu C
 \end{aligned}$$

7. L'énergie est

$$\begin{aligned}
 U &= \frac{1}{2} C \Delta V^2 \\
 &= \frac{1}{2} \cdot 20 \times 10^{-6} \cdot (200V)^2 \\
 &= 0,4J
 \end{aligned}$$

8. La capacité doit être de

$$\begin{aligned}
 U &= \frac{1}{2} C \Delta V^2 \\
 0,01J &= \frac{1}{2} \cdot C \cdot (500V)^2 \\
 C &= 8 \times 10^{-8} F \\
 C &= 80nF
 \end{aligned}$$

On trouve finalement la distance entre les plaques avec

$$\begin{aligned}
 C &= \epsilon_0 \frac{A}{d} \\
 8 \times 10^{-8} F &= 8,854 \times 10^{-12} \frac{F}{m} \cdot \frac{0,02m^2}{d} \\
 d &= 2,214 \times 10^{-6} m \\
 d &= 2,214 \mu m
 \end{aligned}$$

9. a) La capacité est

$$\begin{aligned}
 C &= \kappa \epsilon_0 \frac{A}{d} \\
 &= 2,5 \cdot 8,854 \times 10^{-12} \frac{F}{m} \cdot \frac{0,08m^2}{0,002m} \\
 &= 8,854 \times 10^{-10} F \\
 &= 885,4 pF
 \end{aligned}$$

b) L'énergie maximale est donc de

$$\begin{aligned}
 U_{\max} &= \frac{1}{2} C \Delta V_{\max}^2 \\
 &= \frac{1}{2} 8,854 \times 10^{-10} F \cdot (48\,000V)^2 \\
 &= 1,02J
 \end{aligned}$$

10. On a

$$Q = C \mathcal{E} \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right)$$

Puisque la charge maximale est de $C \mathcal{E}$, 90 % de la charge maximale est $0,9 C \mathcal{E}$. On a donc

$$\begin{aligned}
 0,9 \cdot C \mathcal{E} &= C \mathcal{E} \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right) \\
 0,9 &= \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right) \\
 e^{-\frac{t}{RC}} &= 0,1 \\
 \frac{-t}{RC} &= \ln(0,1) \\
 t &= -RC \ln(0,1) \\
 t &= -1000\Omega \cdot 0,05F \cdot \ln(0,1) \\
 t &= 115,1s
 \end{aligned}$$

11. On a

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$$

Puisque le courant initial est de \mathcal{E}/R , 50 % du courant initial est $0,5 \mathcal{E}/R$. On a donc

$$0,5 \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{\mathcal{E}}{R} e^{\frac{-t}{RC}}$$

$$0,5 = e^{\frac{-t}{RC}}$$

$$\frac{-t}{RC} = \ln(0,5)$$

$$t = -RC \ln(0,5)$$

$$0,005s = 2000\Omega \cdot C \cdot \ln(0,5)$$

$$C = 3,607 \times 10^{-6} F$$

$$C = 3,607 \mu F$$

12. Tout au long de cet exercice, nous aurons besoin de la valeur de RC .

$$RC = 5000\Omega \cdot 0,08F = 400s$$

a) Le courant initial est

$$\begin{aligned} I_0 &= \frac{\mathcal{E}}{R} \\ &= \frac{24V}{5000\Omega} \\ &= 0,0048A \\ &= 4,8mA \end{aligned}$$

b) Le courant est

$$\begin{aligned} I &= \frac{\mathcal{E}}{R} e^{\frac{-t}{RC}} \\ &= \frac{24V}{5000\Omega} \cdot e^{\frac{-90}{400s}} \\ &= 3,833mA \end{aligned}$$

c) La puissance dissipée est

$$\begin{aligned} P_R &= RI^2 \\ &= 5000\Omega \cdot (0,003833A)^2 \\ &= 0,07345W \end{aligned}$$

d) Au bout de 90 secondes, la charge du condensateur est

$$\begin{aligned}
 Q &= C\mathcal{E} \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right) \\
 &= 0,08F \cdot 24V \cdot \left(1 - e^{-\frac{90s}{400s}} \right) \\
 &= 0,3868C
 \end{aligned}$$

e) La différence de potentiel est donc

$$\begin{aligned}
 Q &= C\Delta V \\
 0,3868C &= 0,08F \cdot \Delta V \\
 \Delta V &= 4,836V
 \end{aligned}$$

f) La différence de potentiel est

$$\begin{aligned}
 \Delta V &= RI \\
 &= 5000\Omega \cdot 0,003833A \\
 &= 19,164V
 \end{aligned}$$

(Remarquez comme la somme des différences de potentiel aux bornes de la résistance et du condensateur donne 24 V.)

g) L'énergie est

$$\begin{aligned}
 U &= \frac{Q^2}{2C} \\
 &= \frac{(0,3868C)^2}{2 \cdot 0,08F} \\
 &= 0,9353J
 \end{aligned}$$

h) L'énergie fournie par la pile est

$$\begin{aligned}
 U &= Q\mathcal{E} \\
 &= 0,3868C \cdot 24V \\
 &= 9,284J
 \end{aligned}$$

De cette énergie, 0,9353 J se retrouve dans le condensateur. Le reste de cette énergie est dissipée par la résistance. Cette énergie est

$$U_R = 9,284J - 0,9353J = 8,349J$$

13. Tout au long de cet exercice, nous aurons besoin de la valeur de RC .

$$RC = 10\,000\Omega \cdot 0,02F = 200s$$

a) Le courant initial est

$$\begin{aligned} I_0 &= \frac{Q_0}{RC} \\ &= \frac{4C}{200s} \\ &= 0,02A \\ &= 20mA \end{aligned}$$

b) Le courant est

$$\begin{aligned} I &= \frac{Q_0}{RC} e^{\frac{-t}{RC}} \\ &= 20mA \cdot e^{\frac{-90s}{200s}} \\ &= 12,75mA \end{aligned}$$

c) La puissance dissipée est

$$\begin{aligned} P_R &= RI^2 \\ &= 10\,000\Omega \cdot (0,01275A)^2 \\ &= 1,626W \end{aligned}$$

d) Au bout de 90 secondes, la charge du condensateur est

$$\begin{aligned} Q &= Q_0 e^{\frac{-t}{RC}} \\ &= 4C \cdot e^{\frac{-90s}{200s}} \\ &= 2,551C \end{aligned}$$

e) L'énergie initiale est

$$\begin{aligned}
 U &= \frac{Q^2}{2C} \\
 &= \frac{(4C)^2}{2 \cdot 0,02F} \\
 &= 400J
 \end{aligned}$$

f) L'énergie est

$$\begin{aligned}
 U &= \frac{Q^2}{2C} \\
 &= \frac{(2,551C)^2}{2 \cdot 0,02F} \\
 &= 162,6J
 \end{aligned}$$

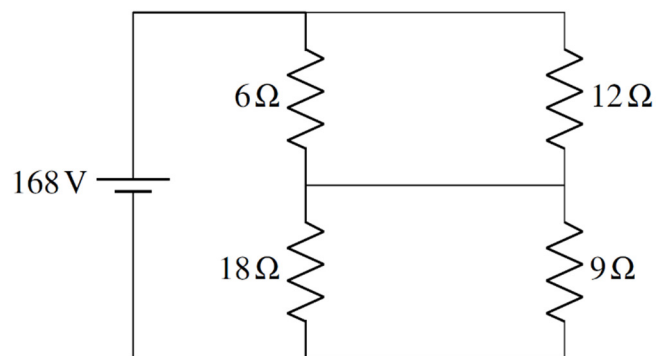
g) L'énergie perdue par le condensateur est

$$400J - 162,6J = 237,4J$$

L'énergie perdue par le condensateur est l'énergie dissipée par la résistance.

14. a)

Immédiatement après la fermeture de l'interrupteur, on trouve les courants en remplaçant les condensateurs par des fils. On a donc le circuit suivant.

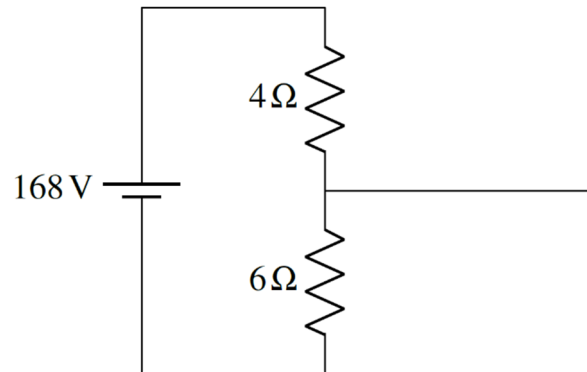


Nous avons alors une résistance de 6 Ω en parallèle avec une résistance de 12 Ω et une résistance de 9 Ω et parallèle avec une résistance de 18 Ω. Les résistances équivalentes sont

$$\frac{1}{R_{eq1}} = \frac{1}{6\Omega} + \frac{1}{12\Omega} \quad \rightarrow \quad R_{eq1} = 4\Omega$$

$$\frac{1}{R_{eq2}} = \frac{1}{18\Omega} + \frac{1}{9\Omega} \quad \rightarrow \quad R_{eq2} = 6\Omega$$

On a alors le circuit suivant.



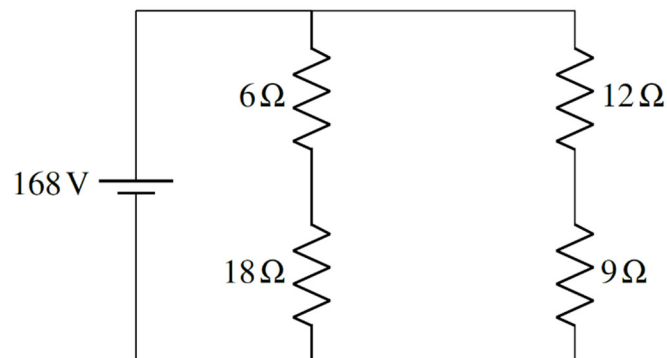
La résistance équivalente de ce circuit étant de 10Ω , le courant fourni par la source est

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_{eq}}$$

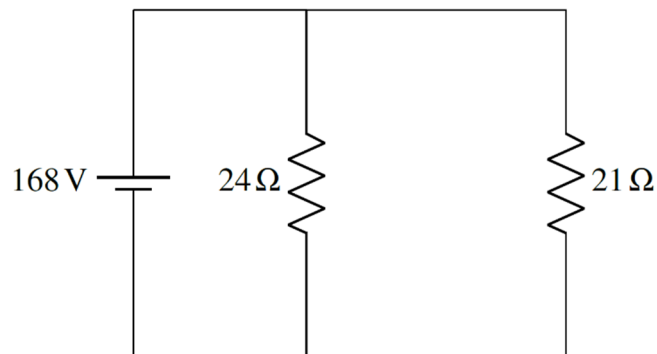
$$= \frac{168V}{10\Omega}$$

$$= 16,8A$$

b) Au bout d'un temps très long, on élimine les branches avec des condensateurs pour connaître le courant. On a donc le circuit suivant.



On trouve alors les valeurs des résistances équivalentes en série pour arriver au circuit suivant.



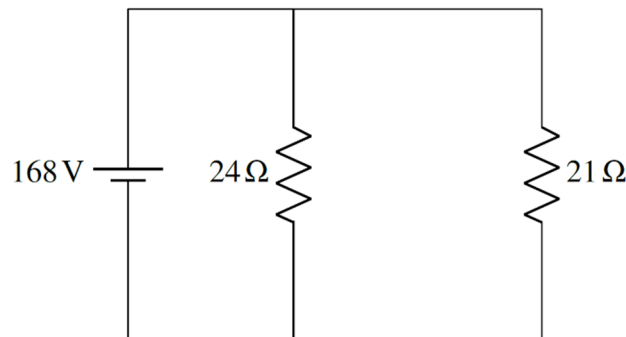
La résistance équivalente est donc

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{24\Omega} + \frac{1}{21\Omega} \quad \rightarrow \quad R_{eq} = 11,2\Omega$$

Le courant fourni par la source est donc

$$\begin{aligned} I &= \frac{\mathcal{E}}{R_{eq}} \\ &= \frac{168V}{11,2\Omega} \\ &= 15A \end{aligned}$$

- c) Pour trouver la charge du condensateur, il faut connaître les courants partout dans le circuit. Pour déterminer ces courants, il faut désimplifier le circuit. Commençons avec le circuit suivant.

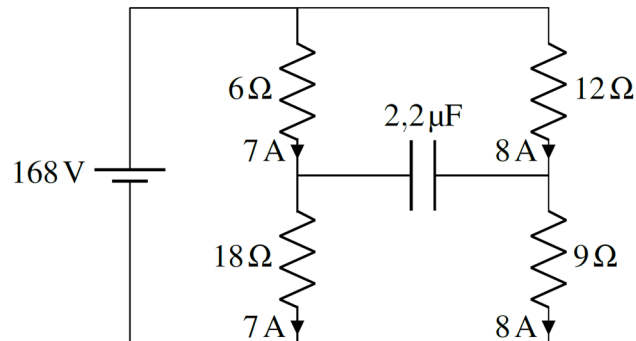


La différence de potentiel aux bornes de chacune de ces résistances est de 12 V puisqu'elles sont en parallèle avec la source. Le courant dans chacune est

$$I_{24\Omega} = \frac{168V}{24\Omega} = 7A$$

$$I_{21\Omega} = \frac{168V}{21\Omega} = 8A$$

En ramenant les résistances en série, les courants seront les mêmes que pour les résistances équivalentes et on aura donc la situation suivante.



On peut trouver la charge du condensateur en trouvant le potentiel de chaque côté du condensateur.

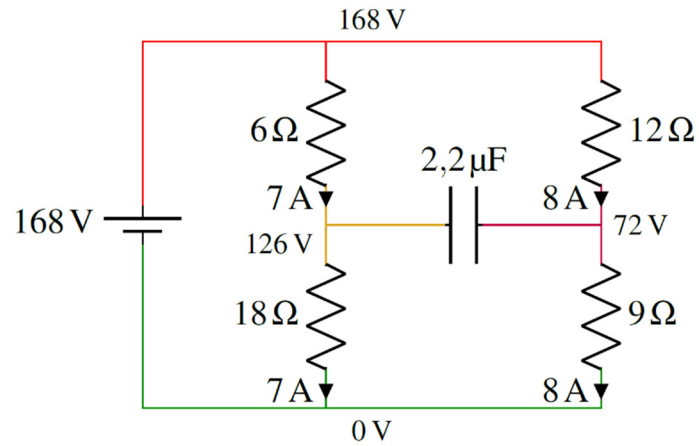
Commençons par le côté gauche du condensateur. On part de la borne négative de la source et on va dire que cet endroit est à 0 V. Pour aller au côté gauche du condensateur, on traverse la résistance de 18 Ω. En traversant cette résistance, le potentiel monte de

$$18\Omega \cdot 7A = 126V$$

Trouvons maintenant le potentiel à droite du condensateur. On part encore de la borne négative de la source à 0 V. Pour aller au côté droit du condensateur, on traverse la résistance de 9 Ω. En traversant cette résistance, le potentiel monte de

$$9\Omega \cdot 8A = 72V$$

On a donc les potentiels suivants.



On peut alors voir que la différence de potentiel aux bornes du condensateur est de

$$\Delta V = 126V - 72V = 54V$$

et que la charge du condensateur est

$$Q = C\Delta V = 2,2\mu F \cdot 54V = 118,8\mu C$$