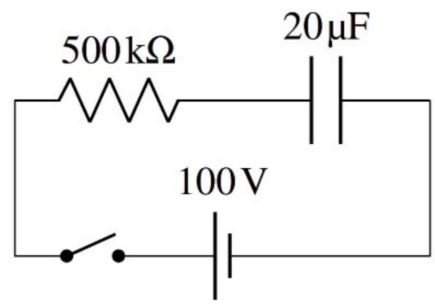
5 LES CONDENSATEURS

Avec ce circuit dans lequel on ferme l'interrupteur à t = 0, déterminez le temps pour que le condensateur atteigne 90 % de sa charge maximale.



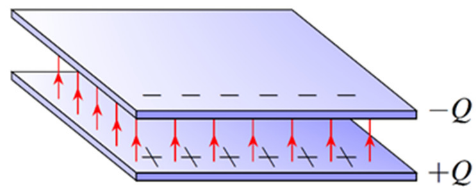
all-free-download.com/free-photos/download/board_circuits_control_center_240413.html

Découvrez comment résoudre ce problème dans ce chapitre.

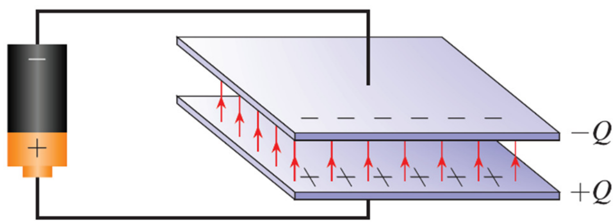
5.1 QU'EST-CE QU'UN CONDENSATEUR ?

Un condensateur est un appareil qui permet d'emmagasiner de l'énergie électrique.

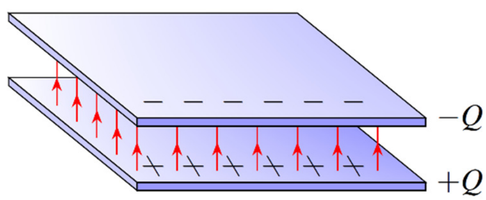
Le condensateur est composé de 2 conducteurs (qu'on appelle les *armatures*) séparés par un isolant ou par du vide (figure de droite). Une des armatures est chargée avec une charge +Q et l'autre est chargée avec une charge -Q.



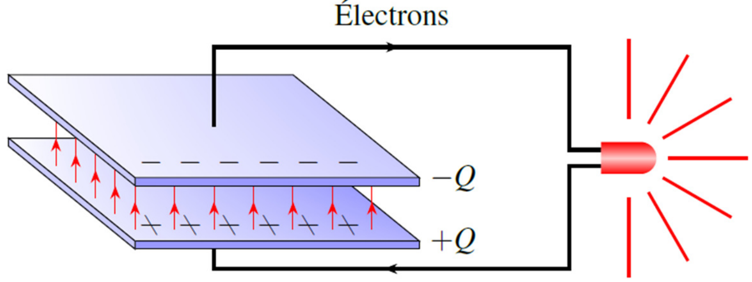
Voici comment on peut utiliser un condensateur. On relie premièrement les armatures à une source, ce qui va charger les armatures.



Une fois que les armatures sont chargées, on peut débrancher la source et les armatures restent chargées puisque les charges ne peuvent pas traverser le vide ou l'isolant entre les armatures. L'énergie du condensateur va donc demeurer la même.



Plus tard, on pourrait brancher une ampoule aux armatures du condensateur. Les électrons en surplus dans l'armature négative pourront alors se déplacer vers l'armature positive. Ce courant va allumer l'ampoule.



L'ampoule va fonctionner jusqu'à ce qu'il n'y ait plus d'énergie dans le condensateur.

Voici un petit film montrant ces étapes.
https://www.youtube.com/watch?v=zmnFossRWVM

Ça ressemble à une pile rechargeable, mais c'est très différent. Dans une pile, il y a une réaction chimique qui fournit les charges. Dans un condensateur, les charges ont été simplement placées sur des armatures et sont prêtes à se déplacer.

On va souvent parler de « charger un condensateur » ce qui pourrait laisser penser que le condensateur acquiert une charge nette. Cependant, les deux armatures ont toujours des charges identiques, mais de signes contraires ce qui signifie que la charge totale d'un condensateur est toujours nulle. Quand on dit « charger un condensateur », on veut dire qu'on charge chacune des armatures du condensateur avec des charges opposées.

5.2 LA CAPACITÉ

Définition

Puisque les deux armatures ont des charges opposées, il y a une différence de potentiel entre les armatures. Évidemment, plus les charges sont importantes, plus la différence de potentiel entre les armatures est grande.

Mais la charge des armatures ne dépend pas uniquement de la différence de potentiel entre les armatures. Elle dépend aussi de la forme et de la taille du condensateur. Quand les armatures d'un condensateur accumulent plus de charges que les armatures d'un autre condensateur pour une même différence de potentiel, on dit que ce condensateur à une plus grande capacité (qui est notée *C*).

Comme la charge des armatures augmente avec la différence de potentiel et la capacité, on arrive à l'équation suivante (qui est en fait la définition de la capacité).

Définition de la capacité d'un condensateur

$$Q = C\Delta V$$

Notez que dans cette formule, on prend la valeur absolue des charges des plaques et la valeur absolue de la différence de potentiel entre les armatures.

Selon la formule, la capacité se mesure en C/V. On a donné le nom de farad à cette unité.

Le farad (F)

$$1F = 1\tfrac{C}{V}$$

Le farad est une unité très grande et les condensateurs ont généralement des capacités qui sont souvent données en µF (1 microfarad = 10^{-6} F), en nF (1 nanofarad = 10^{-9} F) ou en pF (1 picofarad = 10^{-12} F).

La capacité d’un condensateur à plaques parallèles

La capacité d’un condensateur à plaques parallèles est donnée par la formule suivante.

Capacité d’un condensateur à plaques parallèles

$$C = \varepsilon_0 \frac{A}{d}$$

où $\varepsilon_0 = 8,854 \times 10^{-12} \frac{F}{m}$

On voit donc que la capacité augmente avec l’aire des armatures. On voit aussi que la capacité augmente quand on diminue la distance entre les armatures.

On peut finalement constater que l’unité de ε_0 peut aussi être des F/m puisque la capacité est en F et *A/d* est en m.

Exemple 5.2.1

Un condensateur à plaques parallèles est formé de deux plaques de 2 cm x 3 cm séparées d’une distance de 1,5 mm ?

a) Quelle est la capacité de ce condensateur ?

La capacité est

$$\begin{aligned} C &= \varepsilon_0 \frac{A}{d} \\ &= 8,854 \times 10^{-12} \tfrac{F}{m} \cdot \frac{(0,02m \cdot 0,03m)}{0,0015m} \\ &= 3,54 \times 10^{-12} F \\ &= 3,54 pF \end{aligned}$$

b) Quelle est la charge des plaques si la différence de potentiel entre les plaques est de 1200 V ?

La charge est

$$\begin{aligned} Q &= C\Delta V \\ &= 3,54 \times 10^{-12} F \cdot 1200V \\ &= 4,25nC \end{aligned}$$

Cela veut dire que la plaque positive a une charge de 4,25 nC et la plaque négative a une charge de -4,25 nC.

Notez que si on voulait un condensateur de 1 F, il faudrait des plaques ayant une aire de 1,13 x 10^8 m² si elles sont séparées de 1 mm. Ce sont des plaques carrées d’un peu plus de 10 km de côté !

Capacité s'il y a un isolant entre les armatures

On peut mettre une substance isolante entre les armatures d'un condensateur. L'introduction d'une telle substance a deux effets principaux.

Augmentation de la capacité

Quand un isolant emplit tout l'espace entre les armatures, la capacité du condensateur augmente. L'augmentation est donnée par la formule suivante.

Augmentation de la capacité avec un diélectrique

$$C = \kappa C_0$$

où C est la capacité avec le diélectrique, C_0 est la capacité quand il y a du vide entre les plaques et κ est la permittivité relative.

Voici un tableau donnant la valeur de cette constante pour quelques substances diélectriques.

Substance	Permittivité relative	Substance	Permittivité relative
Air	1,00059	**Polystyrène**	5
Téflon	2,1	**Mica**	8
Paraffine	2,2	**Eau pure**	78,5
Papier	2,3	**Titanate de strontium**	310
Caoutchouc vulcanisé	2,7	**Titanate de baryum**	Jusqu'à 10 000
Plexiglas	3,5	**Polymères conjugués**	Jusqu'à 100 000
Pyrex	4,7	**CCTO**	Jusqu'à 250 000

(CCTO veut dire *calcium copper titanium oxyde*.)

(Notez que les valeurs varient grandement avec les changements de composition et la température. Il ne faut donc pas se surprendre si on trouve des valeurs différentes dans d'autres sites.)

Charge maximale du condensateur

Avec un diélectrique, il y a une limite à la charge des armatures.

Plus on charge les armatures, plus le champ électrique entre les armatures augmente. Si ce champ devient trop grand et dépasse la rigidité diélectrique de la substance séparant les armatures, la substance isolante va devenir conductrice et il va y avoir un courant d'une armature à l'autre, en fait une étincelle entre les armatures. Les électrons de l'armature négative vont alors se rendre à l'armature positive, ce qui va décharger les armatures.

On indique souvent sur le condensateur la différence de potentiel maximale qu'il peut y avoir entre les armatures. Sur la figure, on indique 12 000 V.

www.technologyuk.net/electronics/electrical_principles/the_capacitor.shtml

Exemple 5.2.3

Il y a 1 mm de distance entre les plaques d'un condensateur à plaques parallèles. L'aire des plaques est de 1000 cm² et l'espace entre les plaques est empli de papier dont la permittivité relative est de 3,7 et la rigidité diélectrique est de 16 x 10^6 V/m.

a) Quelle est la capacité de ce condensateur ?

La capacité est

$$\begin{aligned} C &= \kappa C_0 \\ &= \kappa\varepsilon_0 \frac{A}{d} \\ &= 3,7 \cdot 8,854\times 10^{-12} \tfrac{F}{m} \cdot \frac{0,1m^2}{0,001m} \\ &= 3,276nF \end{aligned}$$

b) Quelle est la différence de potentiel maximale qu'il peut y avoir aux bornes de ce condensateur ?

Il y a une valeur maximale de la différence de potentiel parce qu'il y a une valeur maximale pour le champ électrique entre les plaques. Ainsi, on a

$$\begin{aligned} \Delta V_{max} &= E_{max} d \\ &= 16\times 10^6 \tfrac{V}{m} \cdot 0,001m \\ &= 16\,000V \end{aligned}$$

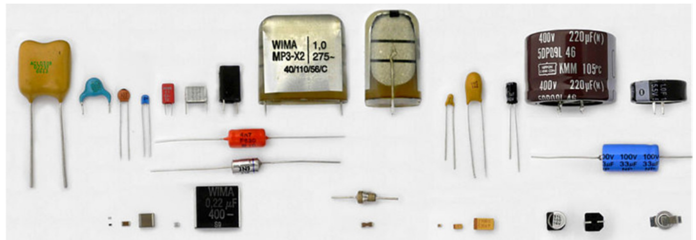
c) Quelle est la charge maximale qu'il peut y avoir sur les plaques de ce condensateur ?

Il y a une charge maximale parce qu'il y a une différence de potentiel maximale. On a donc

$$\begin{aligned} Q_{max} &= C\Delta V_{max} \\ &= 3,276nF \cdot 16\,000V \\ &= 52,5\mu C \end{aligned}$$

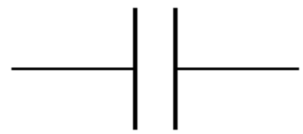
5.3 LES CIRCUITS SIMPLES AVEC DES CONDENSATEURS

On peut utiliser des condensateurs dans des circuits. Voici à quoi peut ressembler cette composante.


de.wikipedia.org/wiki/Kondensator_(Elektrotechnik)

Le symbole du condensateur

On utilise ce symbole pour le condensateur. De toute évidence, on s'est inspiré des condensateurs à plaques parallèles.

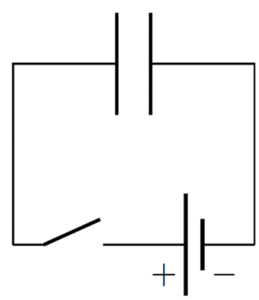


Qu'est qu'on cherche ?

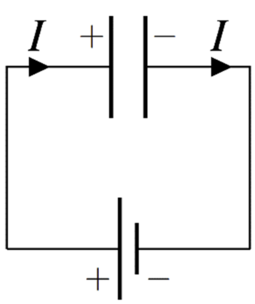
Dans les circuits comportant des condensateurs, on va chercher les charges des condensateurs et les courants dans chacune des branches du circuit.

Un circuit avec une source et un condensateur

Commençons avec le circuit montré à droite.



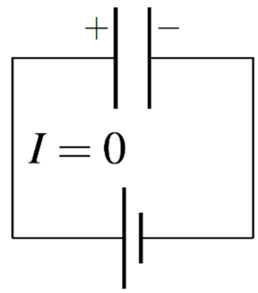
Quand on ferme l'interrupteur, le condensateur et la source deviennent en parallèle, ce qui signifie que la différence de potentiel aux bornes du condensateur doit être égale à celle aux bornes de la source. Pour qu'il y ait une différence de potentiel aux bornes du condensateur, les armatures du condensateur doivent être chargées.



La source doit donc fournir des charges pour charger les armatures du condensateur. Il y aura donc un courant dans le sens montré sur la figure de gauche. Ce courant amène des charges positives à une armature, ce qui la rend positive, et enlève des charges positives à l'autre armature, ce qui la rend négative (on va supposer ici que ce sont les charges positives qui se déplacent pour que les charges se déplacent dans le sens du courant).

Pendant que les armatures se chargent (la durée de cette phase est très courte), le courant est le même de chaque côté du condensateur. Les courants de chaque côté du condensateur sont égaux parce que pour un condensateur dans un circuit, les deux armatures ont toujours des charges de même grandeur, mais de signes opposés. Si on donne une certaine quantité de charge chaque seconde sur une armature, on doit enlever la même quantité de charge par seconde sur l'autre armature, ce qui signifie que les courants sont égaux. Notons que les armatures ont nécessairement des charges identiques, mais de signes opposés parce que si ce n'était pas le cas, il y aurait un champ électrique à l'extérieur du condensateur qui attirerait ou repousserait des charges vers les armatures. Ce processus continuerait jusqu'à ce qu'il n'y ait plus de champ, donc jusqu'à ce que les armatures aient la même charge.

Une fois que la charge des armatures est assez grande pour que la différence de potentiel aux bornes du condensateur soit égale à celle aux bornes de la source, les charges sur les armatures ne changent plus. Il n'y a donc plus de charges positives qui arrivent à la plaque positive ou de charges positives qui quittent la plaque négatives. On en conclut ainsi que le courant est nul à l'équilibre (ce qui veut dire que les condensateurs ont eu le temps de se charger). En fait, à l'équilibre, se courant sera toujours nul sur les branches du circuit comportant au moins un condensateur.



En résumé, la source va charger le condensateur jusqu'à ce que la différence de potentiel aux bornes du condensateur soit identique à celle de la source. Une fois le condensateur chargé, il n'y a plus de courant.

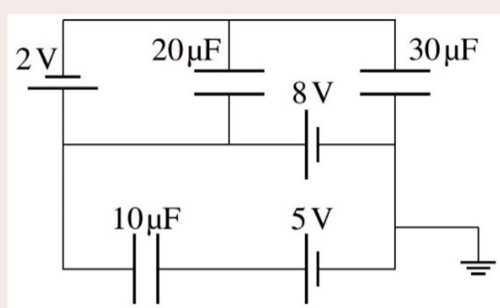
Le calcul des charges à partir de la différence de potentiel aux bornes du condensateur

L'idée reste la même quand il y a plusieurs sources et plusieurs condensateurs. Les condensateurs se chargent très rapidement jusqu'à ce que la différence de potentiel aux bornes de chaque condensateur soit égale à celle imposée par les sources.

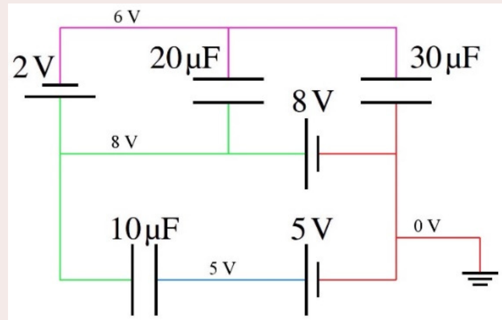
On peut alors appliquer les méthodes vues aux chapitres précédents pour trouver la charge des condensateurs à l'équilibre. On peut premièrement tenter de trouver la charge des condensateurs en trouvant le potentiel des fils. Avec les potentiels des fils, on pourra trouver les ΔV aux bornes des condensateurs et, avec ces ΔV, on pourra trouver les charges des condensateurs. (Il est implicite qu'on cherche les charges une fois l'équilibre atteint. Ce sera toujours le cas, à moins d'indications contraires.)

Exemple 5.4.1

Quelle est la charge de chacun des trois condensateurs dans ce circuit ?



En procédant comme au chapitre 4, on trouve les potentiels des fils. (En fait, le raisonnement est identique à celui fait à l'exemple 4.2.1 puisque le circuit est identique, on a seulement remplacé les résistances par des condensateurs.)



On voit qu'il y a 3 V de différence de potentiel aux bornes du condensateur de 10 µF. Sa charge est donc

$$\begin{aligned} Q &= C\Delta V \\ &= 10\mu F \cdot 3V \\ &= 30\mu C \end{aligned}$$

L'armature de droite a une charge négative et l'armature de gauche a une charge positive. (L'armature qui est au potentiel le plus élevé a toujours la charge positive)

On voit qu'il y a 2 V de différence de potentiel aux bornes du condensateur de 20 µF. Sa charge est donc

$$\begin{aligned} Q &= C\Delta V \\ &= 20\mu F \cdot 2V \\ &= 40\mu C \end{aligned}$$

L'armature du haut a une charge négative et l'armature du bas a une charge positive.

On voit qu'il y a 6 V de différence de potentiel aux bornes du condensateur de 30 µF. Sa charge est donc

$$\begin{aligned} Q &= C\Delta V \\ &= 30\mu F \cdot 6V \\ &= 180\mu C \end{aligned}$$

L'armature du bas a une charge négative et l'armature du haut a une charge positive. Le courant est nul dans toutes les branches de ce circuit, car les courants sont nuls quand les condensateurs ont fini de se charger.

5.4 L'ÉNERGIE DANS UN CONDENSATEUR

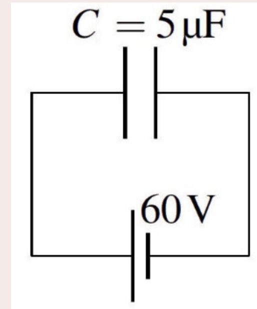
Il y a de l'énergie dans un condensateur chargé. C'est cette énergie qui était utilisée pour faire fonctionner l'ampoule dans la démonstration au début du chapitre.

L'énergie électrique dans un condensateur est

Énergie dans un condensateur

$$U_C = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2}Q\Delta V = \frac{1}{2}C\Delta V^2$$

Exemple 5.4.1



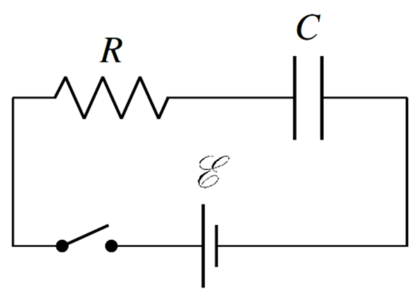
Quelle est l'énergie dans ce condensateur ?

La différence de potentiel aux bornes du condensateur est de 60 V. L'énergie dans le condensateur est donc

$$\begin{aligned} U_C &= \frac{1}{2} C \Delta V^2 \\ &= \frac{1}{2} \cdot 5\mu F \cdot (60V)^2 \\ &= 0{,}009 J \end{aligned}$$

5.5 LES CIRCUITS AVEC DES RÉSISTANCES ET DES CONDENSATEURS

Les circuit RC

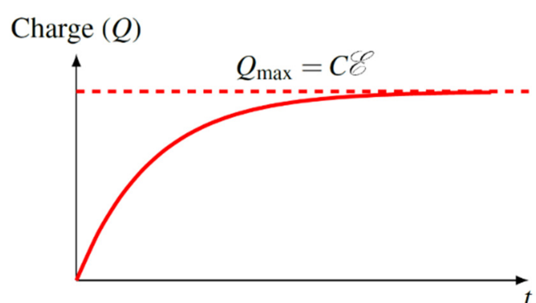


La charge d'un condensateur

On va premièrement étudier ce circuit dans lequel un condensateur initialement vide se charge. Voici comment change la charge du condensateur à partir du moment où on ferme l'interrupteur.

Charge en fonction du temps pour un circuit RC (on charge le condensateur avec une source)

$$Q = C\mathscr{E}\left(1 - e^{\frac{-t}{RC}}\right)$$



Le graphique de droite montre comment change la charge du condensateur en fonction du temps.

On ne peut donc pas répondre directement à la question « *Combien faut-il de temps pour que le condensateur se charge ?* » puisque la charge n'atteint jamais, en théorie, la charge complète. On peut cependant se donner une idée du rythme de charge en définissant la demi-vie du circuit comme étant le temps qu'il faut pour le condensateur atteigne 50 % de la charge maximale. On a alors

$$Q = C\mathcal{E}\left(1 - e^{\frac{-t}{RC}}\right)$$

$$\frac{C\mathcal{E}}{2} = C\mathcal{E}\left(1 - e^{\frac{-t_{1/2}}{RC}}\right)$$

$$\frac{1}{2} = 1 - e^{\frac{-t_{1/2}}{RC}}$$

$$e^{\frac{-t_{1/2}}{RC}} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{-t_{1/2}}{RC} = \ln\frac{1}{2}$$

$$t_{1/2} = -RC\ln\frac{1}{2}$$

Comme $-\ln½ = \ln (½)^{-1} = \ln 2$, on a

Demi-vie d'un circuit RC (on charge le condensateur avec une source)

$$t_{1/2} = RC\ln 2$$

Voici ce que cette demi-vie veut dire pour la charge d'un condensateur. Si la demi-vie est de 5 secondes, on a

5 secondes $\rightarrow Q = \frac{Q_{max}}{2}$ (il manque $\frac{Q_{max}}{2}$ pour atteindre la charge maximale)

10 secondes $\rightarrow Q = \frac{3Q_{max}}{4}$ (il manque $\frac{Q_{max}}{4}$ pour atteindre la charge maximale)

15 secondes $\rightarrow Q = \frac{7Q_{max}}{8}$ (il manque $\frac{Q_{max}}{8}$ pour atteindre la charge maximale)

20 secondes $\rightarrow Q = \frac{15Q_{max}}{16}$ (il manque $\frac{Q_{max}}{16}$ pour atteindre la charge maximale)

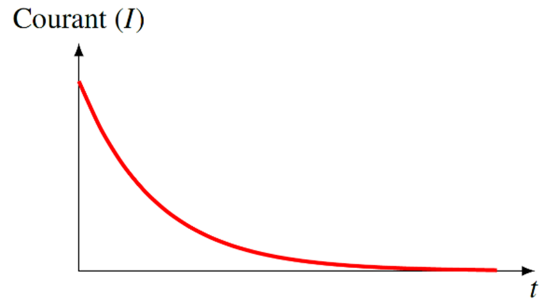
On voit qu'à chaque demi-vie, ce qui manque pour atteindre la charge maximale est divisé par deux.

Le courant dans le circuit est donné par la formule suivante.

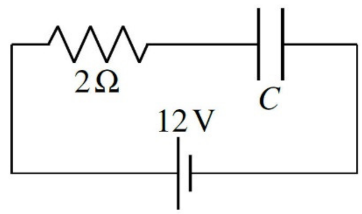
Courant en fonction du temps pour un circuit RC (on charge le condensateur avec une source)

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R}e^{\frac{-t}{RC}}$$

Le graphique de droite montre comment change le courant en fonction du temps.

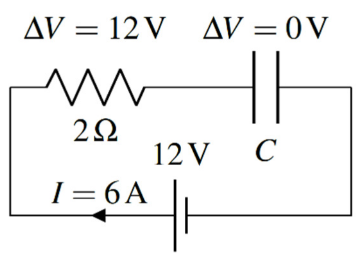


Examinons ce qui se passe dans un circuit pour mieux comprendre ces résultats. (On va utiliser $R = 2\ \Omega$ et $\mathscr{E} = 12$ V pour simplifier l'explication.)



Circuit à t = 0

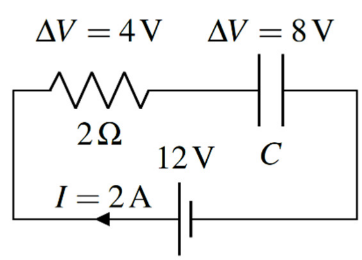
Immédiatement après la fermeture de l'interrupteur, le condensateur n'est pas chargé et on a la situation montrée à droite.



À $t = 0$, toute la différence de potentiel de la source (12 V) se retrouve aux bornes de la résistance puisque la charge du condensateur est nulle (ce qui signifie que la différence de potentiel aux bornes du condensateur est nulle).

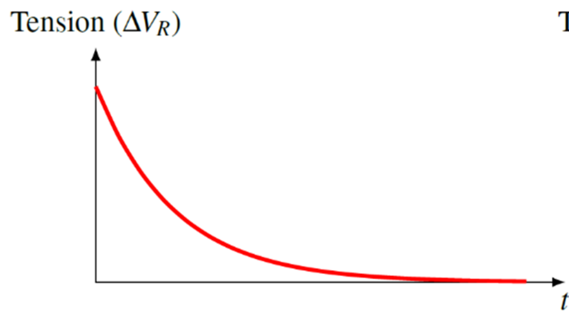
Ainsi, à $t = 0$, le courant est exactement le même que ce qu'on aurait s'il n'y avait pas de condensateur puisque ce dernier ne fait aucune différence de potentiel. Ce sera toujours le cas à $t = 0$ avec des circuits où les condensateurs sont initialement vides.

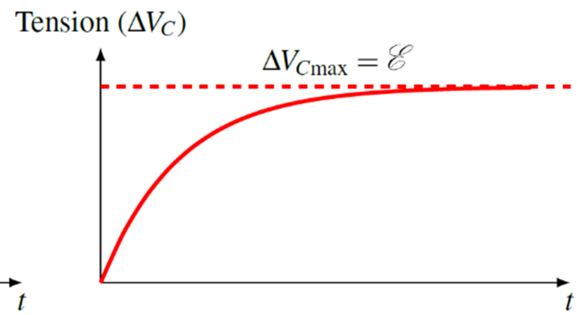
Circuit pendant la charge du condensateur



À mesure que le condensateur se charge, la différence de potentiel aux bornes du condensateur augmente. La différence de potentiel aux bornes du condensateur va passer de 0 V à 12 V dans notre exemple. Supposons qu'à un certain moment la différence de potentiel aux bornes du condensateur soit de 8 V. On a alors la situation montrée à droite.

S'il y a 8 V aux bornes du condensateur, on doit avoir 4 V aux bornes de la résistance (parce que la somme de ces 2 différences de potentiel doit toujours être égale aux 12 V de la source). On peut bien voir ce transfert de la différence de potentiel de la résistance vers le condensateur avec le temps sur les deux graphiques des différences de potentiel aux bornes de la résistance et du condensateur en fonction du temps. À mesure que ΔV_C monte, ΔV_R diminue pour que la somme des 2 soit toujours constante.

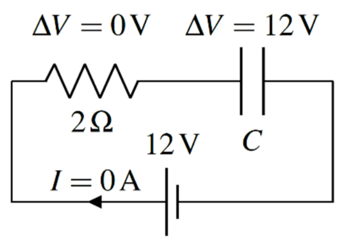




$$\Delta V_R = RI = \mathscr{E} e^{\frac{-t}{RC}} \qquad \Delta V_C = \frac{Q}{C} = \mathscr{E}\left(1 - e^{\frac{-t}{RC}}\right)$$

Puisque la différence de potentiel aux bornes de la résistance est RI, cela veut dire que le courant doit diminuer si la différence de potentiel aux bornes de la résistance diminue. Dans notre exemple, le courant n'est plus que de 2 A quand la différence de potentiel aux bornes de la résistance de 2 Ω est de 4 V.

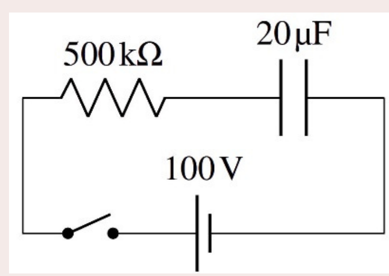
Circuit au bout d'un temps très long



Au bout d'un temps très long, la charge du condensateur a atteint sa valeur maximale et on a la situation montrée à droite.

La différence de potentiel aux bornes du condensateur est maintenant de 12 V, ce qui veut dire qu'elle est de 0 V pour la résistance. S'il n'y a pas de différence de potentiel aux bornes d'une résistance, c'est que le courant est nul. Si le courant est nul, alors le condensateur ne reçoit plus de charge, ce qui signifie que la charge du condensateur est maintenant stable. Ce sera d'ailleurs toujours le cas pour des circuits avec des condensateurs : au bout d'un temps très long, il n'y a plus de courant dans les fils où il y a un condensateur.

Exemple 5.5.1



On ferme l'interrupteur de ce circuit à $t = 0$.

a) Combien de temps faudra-t-il pour que le condensateur atteigne 90 % de sa charge maximale ?

La constante de temps de ce circuit est $RC = 500\ k\Omega \cdot 20\ \mu F = 10\ s$. (C'est une bonne idée de la calculer en partant parce qu'elle revient dans toutes les équations.)

On trouve le temps avec la formule de la charge en fonction du temps. On doit trouver t quand $Q = 0{,}9C\mathscr{E}$ (90 % de la charge maximale, qui est $C\mathscr{E}$).

$$Q = C\mathscr{E}\left(1 - e^{\frac{-t}{RC}}\right)$$

$$0,9C\mathscr{E} = C\mathscr{E}\left(1 - e^{\frac{-t}{RC}}\right)$$

$$0,9 = \left(1 - e^{\frac{-t}{RC}}\right)$$

$$e^{\frac{-t}{RC}} = 0,1$$

$$\frac{-t}{RC} = \ln 0,1$$

$$t = -RC \ln 0,1$$

$$t = -10s \cdot \ln 0,1$$

$$t = 23,03s$$

b) Quelle sera la différence de potentiel aux bornes de la résistance à t = 5 s ?

À t = 5 s, on a

$$\begin{aligned}\Delta V_R &= RI \\ &= R\frac{\mathscr{E}}{R}e^{\frac{-t}{RC}} \\ &= \mathscr{E}\, e^{\frac{-t}{RC}} \\ &= 100V \cdot e^{-\frac{5s}{10s}} \\ &= 60,65V\end{aligned}$$

c) Quel sera le courant à t = 1 s ?

Le courant sera

$$\begin{aligned}I &= \frac{\mathscr{E}}{R}e^{\frac{-t}{RC}} \\ &= \frac{100V}{500k\Omega}e^{\frac{-1s}{10s}} \\ &= 0,181mA\end{aligned}$$

Examinons maintenant les énergies fournies et reçues pendant la charge.

Au bout d'un temps très long, l'énergie dans le condensateur est

$$U = \frac{1}{2} C \Delta V^2 = \frac{1}{2} C \mathscr{E}^2$$

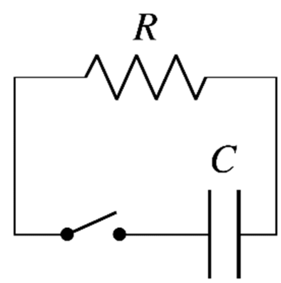
puisque la différence de potentiel aux bornes du condensateur est la même qu'aux bornes de la source au bout d'un temps très long. Or, la pile a fait le travail

$$W = Q\mathscr{E} = (C\mathscr{E})\mathscr{E} = C\mathscr{E}^2$$

On voit que l'énergie du condensateur n'est que la moitié du travail fait par la source. L'autre moitié est perdue en chaleur dans la résistance. Il est quand même étonnant qu'il y ait toujours la moitié de l'énergie fournie par la source qui va dans le condensateur et l'autre moitié qui se perd en chaleur dans la résistance, peu importe les valeurs de *R* et *C*.

La décharge d'un condensateur

On va maintenant étudier ce circuit dans lequel un condensateur se décharge à travers une résistance. Évidemment, le condensateur possède une charge initiale Q_0 sinon il ne se passerait rien. On veut connaitre la charge du condensateur et le courant en fonction du temps dans ce circuit à partir du moment où on ferme l'interrupteur.

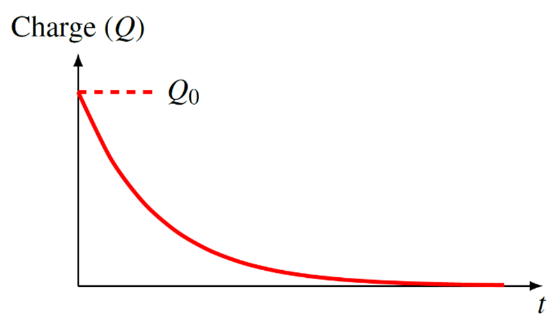


Voici comment change la charge du condensateur dans ce cas à partir du moment où on ferme l'interrupteur.

Charge en fonction du temps pour un circuit RC (décharge du condensateur)

$$Q = Q_0 e^{\frac{-t}{RC}}$$

Le graphique de droite montre comment change la charge du condensateur en fonction du temps.



Encore une fois, on ne peut donc pas répondre directement à la question *Combien faut-il de temps pour que le condensateur soit vide ?* puisque la charge n'est jamais nulle en théorie. On peut cependant se donner une idée du rythme de décharge en définissant la demi-vie du circuit comme le temps qu'il faut pour le condensateur ait perdu 50 % de sa charge initiale. On a alors

$$Q = Q_0 e^{\frac{-t}{RC}}$$

$$\frac{Q_0}{2} = Q_0 e^{\frac{-t_{1/2}}{RC}}$$

$$\frac{1}{2} = e^{\frac{-t_{1/2}}{RC}}$$

$$\ln\frac{1}{2} = \frac{-t_{1/2}}{RC}$$

$$t_{1/2} = -RC\ln\frac{1}{2}$$

Mais comme $-\ln½ = \ln (½)^{-1} = \ln 2$, on a

Demi-vie d'un circuit RC (le condensateur se décharge à travers une résistance)

$$t_{1/2} = RC\ln 2$$

Voici ce que cette demi-vie veut dire pour la charge d'un condensateur. Si la demi-vie est de 5 secondes, on a

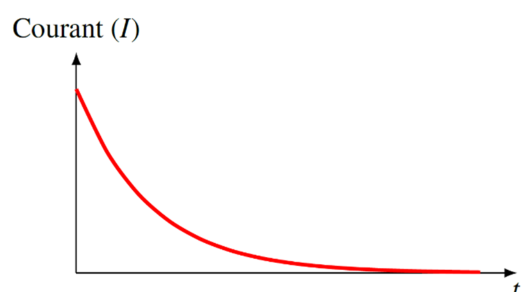
5 secondes	$\rightarrow$	$Q = \frac{Q_0}{2}$
10 secondes	$\rightarrow$	$Q = \frac{Q_0}{4}$
15 secondes	$\rightarrow$	$Q = \frac{Q_0}{8}$
20 secondes	$\rightarrow$	$Q = \frac{Q_0}{16}$

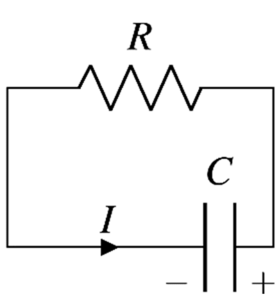
Le courant dans le circuit est donné par la formule suivante.

Courant en fonction du temps pour un circuit RC (le condensateur se décharge à travers une résistance)

$$I = \frac{Q_0}{RC}e^{\frac{-t}{RC}}$$

Le graphique de droite montre le courant en fonction du temps.

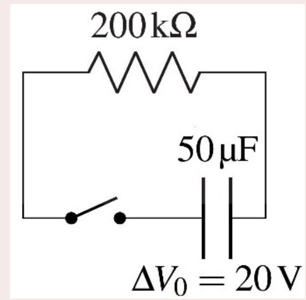




Le courant va de l'armature positive à l'armature négative du condensateur.

Pendant que le condensateur se vide, la différence de potentiel aux bornes du condensateur baisse, ce qui fait que la différence de potentiel aux bornes de la résistance diminue parce que les différences de potentiel aux bornes du condensateur et de la résistance doivent être égales (en valeur absolue) selon la loi des mailles. Si la différence de potentiel aux bornes de la résistance diminue, cela veut dire que le courant dans le circuit diminue en fonction du temps.

Exemple 5.5.2



On charge initialement un condensateur avec une source de 20 V. On place ensuite ce condensateur chargé dans le circuit montré à droite. À t = 0, on ferme l'interrupteur.

a) Combien faudra-t-il de temps pour que le condensateur atteigne 40 % de sa charge initiale ?

La constante de temps de ce circuit est $RC = 500\ k\Omega \cdot 20\ \mu F = 10\ s$.

La charge initiale du condensateur est $Q_0 = C\Delta V_0 = 50\mu F \cdot 20V = 0,001C$.

On trouve le temps avec la formule de la charge en fonction du temps. On doit trouver t quand Q est égal à $0,4Q_0$, c'est-à-dire 40 % de la charge initiale Q_0.

$$Q = Q_0 e^{\frac{-t}{RC}}$$
$$0,4Q_0 = Q_0 e^{\frac{-t}{RC}}$$
$$0,4 = e^{\frac{-t}{RC}}$$
$$\frac{-t}{RC} = \ln 0,4$$
$$t = -RC \ln 0,4$$
$$t = -10s \cdot \ln 0,4$$
$$t = 9,163s$$

b) Quel sera le courant à t = 1 s ?

Le courant sera

$$\begin{aligned} I &= \frac{Q_0}{RC} e^{\frac{-t}{RC}} \\ &= \frac{0,001C}{10s} e^{\frac{-1s}{10s}} \\ &= 0,0905mA \end{aligned}$$

c) Quelle sera la différence de potentiel aux bornes de la résistance à t = 1 s ?

À t = 1 s, on a

$$\begin{aligned} \Delta V_R &= RI \\ &= 200\,000\Omega \cdot 0,0905 \times 10^{-3} A \\ &= 18,1V \end{aligned}$$

Voici une petite note historique intéressante. En 1853, on a installé le premier long câble sous-marin (entre l'Angleterre et la Hollande) pour transmettre des messages télégraphiques. Toutefois, quand on a tenté d'envoyer des messages en utilisant ce câble pour la première fois, on a constaté qu'il y avait un problème : le courant dans le fil variait très lentement. On ne pouvait donc pas envoyer des signaux télégraphiques en faisant le code morse très rapidement comme on pouvait le faire à l'époque. Il fallait faire ce code très lentement, ce qui limitait le nombre de messages qu'on pouvait envoyer. On pouvait à peine faire 10 mots par minute. Évidemment, ce n'était pas très efficace et on se demandait bien pourquoi le courant variait si lentement. En fait, on venait de construire un circuit *RC* géant avec une énorme constante de temps. Pourtant, c'était un simple fil métallique entouré d'une gaine isolante. Il y a bien une résistance (la résistance du fil), mais où est le condensateur ? Il ne faut pas oublier que l'eau salée est conductrice et qu'elle peut agir comme une armature. On avait donc un énorme condensateur cylindrique dans lequel le fil métallique formait une armature et l'océan formait l'autre armature. Quand on appliquait une différence de potentiel, le courant montait donc lentement comme dans un circuit RC.

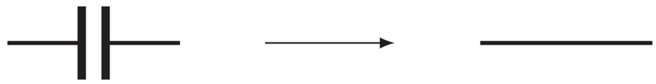
Comme on voulait ultimement faire un câble transatlantique, il fallait résoudre ce problème. C'est Lord Kelvin qui a analysé correctement ce qui se passait et qui a trouvé des solutions pour corriger cet effet. En partenariat avec une compagnie, il a fait installer un de ses câbles modifiés entre l'Angleterre et l'Amérique en 1867. Ce câble a parfaitement fonctionné et Kelvin est devenu un homme très riche.

Courant à t = 0 et à t = ∞ dans des circuits plus complexes

Dans des circuits avec des condensateurs et des résistances, on peut déterminer les courants et les charges des condensateurs à $t = 0$ et à $t = \infty$ assez facilement quand les condensateurs sont vides au départ.

1) *À t = 0 (on vient d'allumer la source ou de brancher les fils du circuit ou de fermer un interrupteur qui permet au courant de passer).*

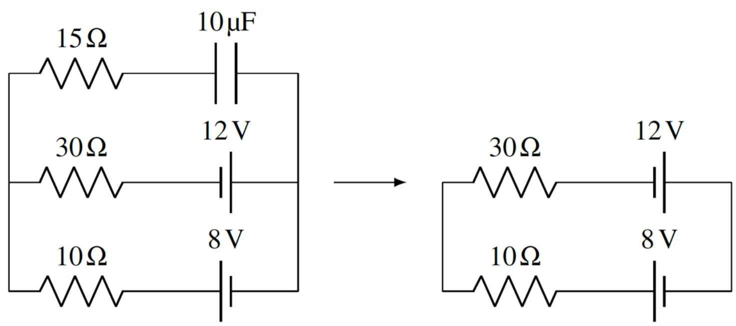
   À ce moment, les condensateurs sont vides et la différence de potentiel aux bornes des condensateurs est nulle. Cela signifie que les condensateurs n'ont aucun effet dans le circuit puisqu'ils n'apparaitront pas dans les lois des mailles. Cela veut dire qu'on peut simplifier le circuit en remplaçant les condensateurs par des fils.



2) Au bout d'un temps très long ($t = \infty$).

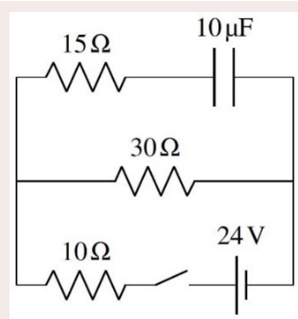
À ce moment, les condensateurs ont atteint leur charge d'équilibre et **il n'y a plus de courant dans les branches sur lesquelles il y a des condensateurs** (puisqu'il n'y a plus de charge qui arrive à ces condensateurs).

Pour trouver les courants dans les autres branches, on enlève simplement les branches qui contiennent des condensateurs puisque le courant ne peut plus passer par ces branches. On garde uniquement les branches sur lesquelles il n'y a pas de condensateurs. En faisant ça, on garde uniquement les branches dans lesquelles il peut y avoir du courant.



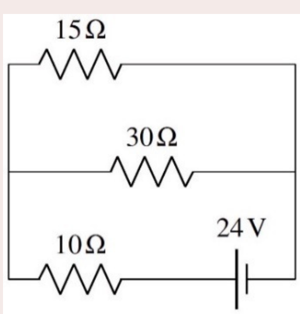
S'il ne reste que des branches ouvertes après qu'on ait enlevé les branches contenant des condensateurs ou s'il ne reste plus aucune branche, alors les courants sont nuls partout

Exemple 5.5.3



Quels sont les courants dans les branches de ce circuit immédiatement après la fermeture de l'interrupteur ?

À $t = 0$, le condensateur n'a aucun effet et on le remplace par un fil. On a alors le circuit de gauche.

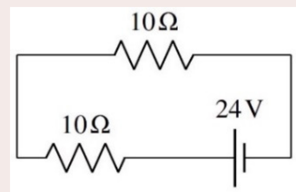


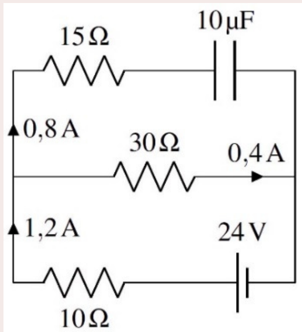
Nous avons donc deux résistances en parallèle donc la résistance équivalente est

$$\frac{1}{R_{eq1}} = \frac{1}{30\Omega} + \frac{1}{15\Omega}$$

$$R_{eq1} = 10\Omega$$

On a alors deux résistances en série avec une résistance équivalente de 20 Ω. Le courant dans le circuit est donc





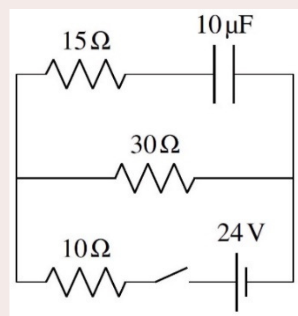
$$I = \frac{\Delta V}{R} = \frac{24V}{20\Omega} = 1,2A$$

La différence de potentiel aux bornes de chaque résistance de 10 Ω est donc de 12 V. Cela signifie que la différence de potentiel aux bornes des résistances de 30 Ω et 15 Ω est aussi de 12 V (les résistances en parallèle ont la même tension que leur résistance équivalente). Les courants circulant dans ces résistances sont donc

$$I_{30\Omega} = \frac{12V}{30\Omega} = 0,4A \qquad I_{15\Omega} = \frac{12V}{15\Omega} = 0,8A$$

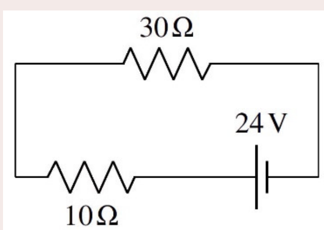
Les courants sont donc ceux montrés sur la figure. Cela veut dire qu'à ce moment, les armatures du condensateur accumulent des charges au rythme de 0,8 C/s.

Exemple 5.5.4



Quels sont les courants dans les branches de ce circuit et quelle est la charge du condensateur de ce circuit au bout d'un temps très long après la fermeture de l'interrupteur ?

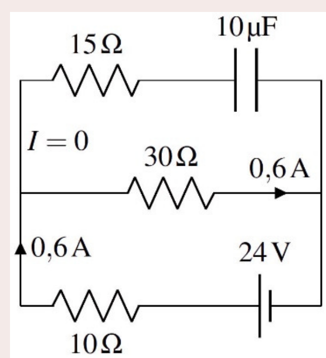
Au bout d'un temps très long, il n'y a pas de courant dans la branche du haut. On peut donc l'éliminer pour trouver les courants ailleurs dans le circuit. (Si, après cette étape, il ne reste plus aucune maille, cela veut dire que tous les courants sont nuls.) On a alors le circuit de gauche.



On a alors deux résistances en série avec une résistance équivalente de 40 Ω. Le courant dans le circuit est donc

$$I = \frac{\Delta V}{R} = \frac{24V}{40\Omega} = 0,6A$$

On a donc la solution montrée à droite.



Pour déterminer la charge du condensateur, on doit trouver la différence de potentiel aux bornes du condensateur. On sait que la différence d potentiel aux bornes de la résistance de 30 Ω est de

$$30\Omega \cdot 0,6A = 18V$$

Comme il n'y a pas de courant dans la résistance de 15 Ω, on doit aussi avoir une différence de potentiel de 18 V aux bornes du condensateur. La charge du condensateur est donc

$$\begin{aligned} Q &= C\Delta V \\ &= 10\mu F \cdot 18V \\ &= 180\mu C \end{aligned}$$

(Si vous aviez obtenu une réponse négative pour la différence de potentiel, n'oubliez pas que c'est la valeur absolue de la différence de potentiel qui va dans l'équation de la charge.)

5.6 AUTRES INFORMATIONS SUR LES CONDENSATEURS

L'utilisation des condensateurs

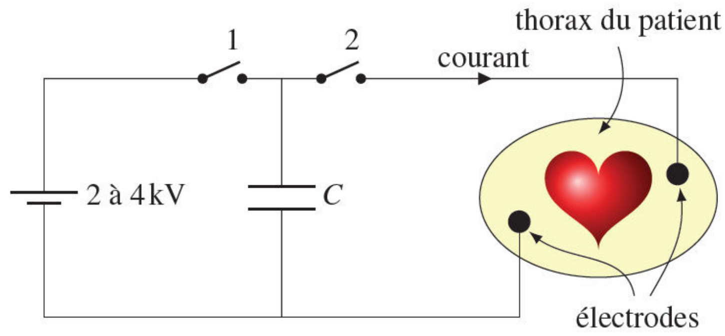
Voici quelques exemples d'utilisation des condensateurs. Souvent, on utilisera un condensateur lorsqu'un emmagasinage temporaire d'électrons peut aider l'opération d'un circuit.

Des charges pouvant être fournies rapidement

On a vu que l'énergie dans un condensateur n'est pas très grande. Un condensateur de 1 farad (qui est une énorme capacité) chargé avec une différence de potentiel de 4,5 V pourra à peine faire fonctionner une ampoule de 1 W (une lampe de poche) pendant une dizaine de secondes, alors que trois piles de 1,5 V, qui donneront 4,5 V en série, pourront la faire fonctionner pendant des heures. Quel est l'intérêt alors d'utiliser des condensateurs s'ils ne peuvent pas emmagasiner beaucoup d'énergie ?

L'avantage des condensateurs, c'est qu'ils peuvent donner les charges très rapidement, ce qu'une batterie ne peut pas toujours faire à cause de sa résistance interne. Par exemple, il faut un courant intense, mais bref, pour faire fonctionner un flash de caméra et il est très difficile pour une batterie de donner un tel courant intense. On utilise donc la batterie pour charger lentement un condensateur. Quand il y a suffisamment de charges sur les armatures du condensateur, on utilise ces charges pour faire fonctionner le flash. On peut alors obtenir un fort courant très intense, mais qui dure peu de temps. La batterie recharge ensuite le condensateur et le processus peut recommencer. C'est ce qui explique pourquoi il y a parfois un temps d'attente quand on prend des photos avec le flash : il faut attendre que le condensateur se recharge.

Il y a aussi des condensateurs dans les défibrillateurs. Typiquement, on aura un condensateur de 100 µF qui sera chargé avec une tension de 2000 à 4000 V (en fermant l'interrupteur 1 et en ouvrant l'interrupteur 2), pour une énergie maximale d'environ 400 J (les nouveaux modèles ont plutôt des énergies de 200 J). On pourra alors obtenir un courant intense et bref (en fermant l'interrupteur 2 et en ouvrant l'interrupteur 1). Il faut ensuite recharger le condensateur (en fermant l'interrupteur 1 et en ouvrant l'interrupteur 2), ce qui prendra environ 10 secondes, avant de recommencer.



<u>Les microphones</u>

Les microphones peuvent aussi être de simples condensateurs à plaques parallèles. En recevant un son, les variations de pression de l'air font bouger une des plaques du condensateur, ce qui change la distance entre les plaques. Cela change la capacité, et donc la charge des plaques. Le courant qui fournit les charges au condensateur va donc suivre les mêmes variations que le son.

<u>La régularisation de la tension d'une source</u>

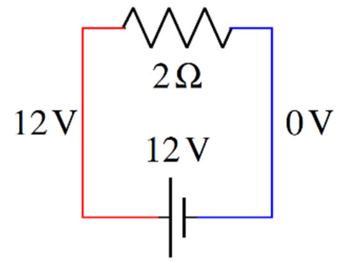
Lorsqu'un condensateur est placé en parallèle avec une source dans un circuit, il contribue à régulariser la différence de potentiel fournie par la source. Si la différence de potentiel fournie par la source augmente temporairement, le courant ira charger le condensateur, ce qui ralentira la hausse du potentiel dans le reste du circuit. Si la différence de potentiel de la source baisse, la baisse de la différence de potentiel sera ralentie par celle faite par le condensateur chargé. On peut donc utiliser cette propriété pour atténuer les variations du potentiel.

<u>L'élimination des arc électriques</u>

On peut aussi utiliser un condensateur pour réduire les arcs électriques aux contacts des interrupteurs. Comme nous le verrons dans un chapitre ultérieur, il se peut qu'il se forme un arc électrique (étincelle) quand un interrupteur s'ouvre alors qu'un courant circulait dans le circuit. Avec le temps, ce phénomène use les contacts de l'interrupteur et ce dernier finira par ne plus fonctionner correctement (les contacts brulés auront une grande résistance et empêcheront le courant de bien circuler). Lorsqu'on place un condensateur en parallèle avec les contacts, celui-ci accumule les charges qui auraient créé l'étincelle lorsque l'interrupteur s'ouvre. La charge électrique retournera dans le circuit lorsque l'interrupteur sera fermé de nouveau.

Même les fils ont une capacité

Notez qu'un circuit a toujours une capacité même s'il n'y a pas de condensateur dans le circuit.

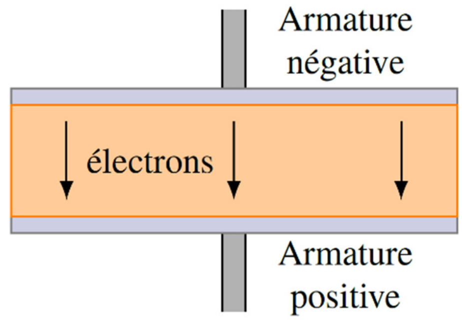


Par exemple, le circuit de droite a une certaine capacité. C'est que le fil en rouge joue le rôle de l'armature positive et le fil bleu joue le rôle de l'armature négative. Les fils du circuit ont donc une certaine capacité (pas très grande) et c'est impossible de l'éliminer.

Donc, même s'il ne semble y avoir que des résistances dans un circuit, ce circuit est en réalité un circuit RC. Bien souvent, la capacité est assez faible pour qu'on puisse la négliger.

Les isolants ne sont pas parfaits

Les diélectriques ne sont pas des isolants parfaits, ce qui fait que les électrons de l'armature négative pourront passer lentement à travers le diélectrique pour aller annuler la charge positive de l'armature positive. Le condensateur va donc perdre lentement sa charge même s'il n'est pas branché à une résistance.



RÉSUMÉ DES ÉQUATIONS

Capacité d'un condensateur

$$Q = C\Delta V$$

Capacité d'un condensateur à plaques parallèles

$$C = \varepsilon_0 \frac{A}{d}$$

Augmentation de la capacité avec un isolant

$$C = \kappa C_0$$

Énergie dans un condensateur

$$U_C = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2} Q\Delta V = \frac{1}{2} C\Delta V^2$$

Charge en fonction du temps pour un circuit RC (on charge le condensateur avec une source)

$$Q = C\mathcal{E}\left(1 - e^{\frac{-t}{RC}}\right)$$

Demi-vie d'un circuit RC (on charge le condensateur avec une source)

$$t_{1/2} = RC\ln 2$$

Courant en fonction du temps pour un circuit RC (on charge le condensateur avec une source)

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R}e^{\frac{-t}{RC}}$$

Charge en fonction du temps pour un circuit RC (le condensateur se décharge à travers une résistance)

$$Q = Q_0\, e^{\frac{-t}{RC}}$$

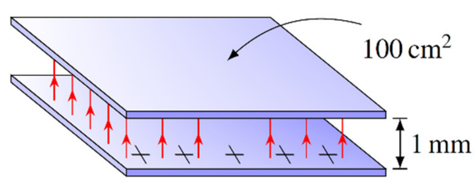
Courant en fonction du temps pour un circuit RC (le condensateur se décharge à travers une résistance)

$$I = \frac{Q_0}{RC}e^{\frac{-t}{RC}}$$

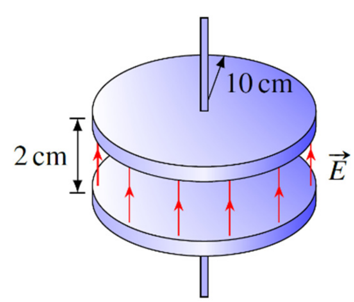
EXERCICES

5.2 La capacité

1. Quelle est la capacité de condensateur ?



2. Voici un condensateur à plaque parallèle.

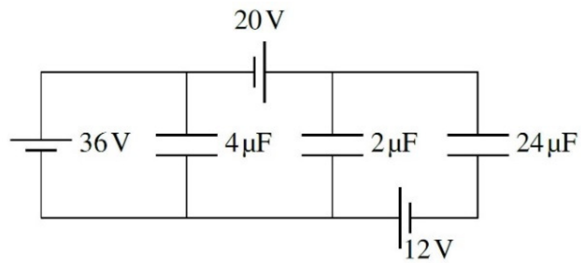


   a) Quelle est la capacité du condensateur ?
   b) Quelle est la charge de chaque plaque s'il y a une différence de potentiel de 100 V entre les plaques ?

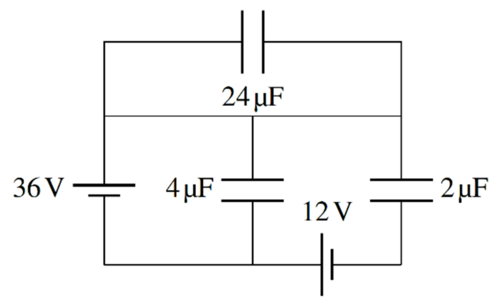
3. En transférant 10^{13} électrons d'une armature à l'autre d'un condensateur qui n'était pas chargée initialement, il apparait une différence de potentiel de 24 V entre les plaques. Quelle est la capacité de ce condensateur ?

5.3 Circuits simples avec des condensateurs

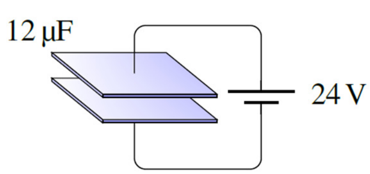
4. Quelle est la charge de chacun des condensateurs de ce circuit ? (Spécifiez aussi les signes des armatures.)

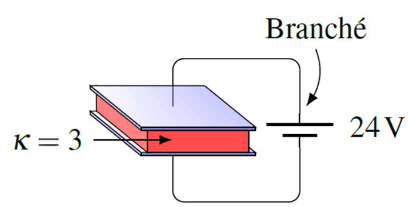


5. Quelle est la charge de chacun des condensateurs de ce circuit ? (Spécifiez aussi les signes des armatures.)



6. On charge un condensateur de 12 μF avec une source de 24 V. On introduit ensuite un diélectrique entre les plaques tout en laissant le condensateur branché à la source. Ce diélectrique a une permittivité relative de 3 et il occupe tout l'espace entre les plaques. Quelles sont les valeurs de la charge des plaques et de la différence de potentiel entre les plaques après qu'on ait introduit le diélectrique ?



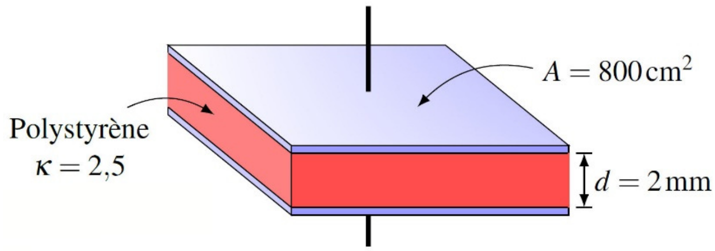


5.4 L'énergie dans un condensateur

7. On charge un condensateur de 20 μF avec une différence de potentiel de 200 V. Quelle est l'énergie emmagasinée dans le condensateur ?

8. L'aire des plaques d'un condensateur à plaque parallèle est de 200 cm². Quelle doit être la distance entre les plaques si on veut accumuler 0,01 J dans ce condensateur quand on le charge avec une différence de potentiel de 500 V.

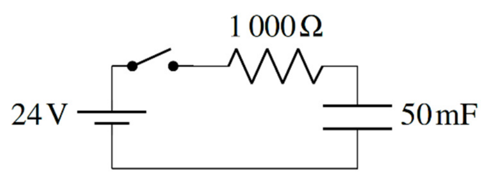
9. Voici un condensateur à plaque parallèle.



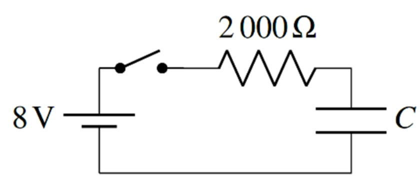
a) Quelle est la capacité de ce condensateur ?
b) Quelle est l'énergie maximale que peut emmagasiner ce condensateur si la différence de potentiel maximale est de 48 000 V ?

5.5 Les circuits avec des résistances et des condensateurs

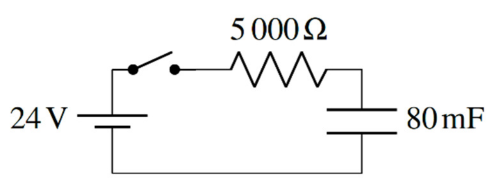
10. Dans le circuit RC suivant, combien faudra-t-il de temps après la fermeture de l'interrupteur pour que le condensateur ait 90 % de sa charge maximale ?



11. Dans le circuit suivant, le courant diminue à 50 % de sa valeur initiale en 5 ms après la fermeture de l'interrupteur. Quelle est la capacité du condensateur ?



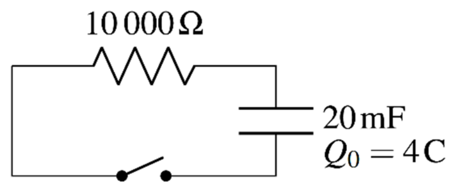
12. Voici un circuit RC.



a) Quel est le courant initial dans la résistance quand on ferme l'interrupteur ?
b) Quel est le courant dans la résistance 90 secondes après la fermeture de l'interrupteur ?
c) Quelle est la puissance dissipée par la résistance 90 secondes après la fermeture de l'interrupteur ?
d) Quelle est la charge du condensateur 90 secondes après la fermeture de l'interrupteur ?

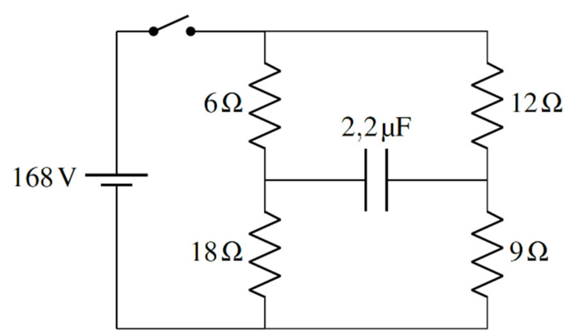
e) Quelle est la différence de potentiel aux bornes du condensateur 90 secondes après la fermeture de l'interrupteur ?
f) Quelle est la différence de potentiel aux bornes de la résistance 90 secondes après la fermeture de l'interrupteur ?
g) Quelle est l'énergie dans le condensateur 90 secondes après la fermeture de l'interrupteur ?
h) Quelle est l'énergie dissipée en chaleur par la résistance durant les 90 premières secondes après la fermeture de l'interrupteur ?

13. Un condensateur de 20 mF ayant initialement une charge de 4 C se décharge à travers une résistance de 10 000 Ω.



a) Quel est le courant initial dans la résistance quand on ferme l'interrupteur ?
b) Quel est le courant dans la résistance 90 secondes après la fermeture de l'interrupteur ?
c) Quelle est la puissance dissipée par la résistance 90 secondes après la fermeture de l'interrupteur ?
d) Quelle est la charge du condensateur 90 secondes après la fermeture de l'interrupteur ?
e) Quelle est l'énergie initiale dans le condensateur ?
f) Quelle est l'énergie dans le condensateur 90 secondes après la fermeture de l'interrupteur ?
g) Quelle est l'énergie dissipée en chaleur par la résistance durant les 90 premières secondes après la fermeture de l'interrupteur ?

14. Voici un circuit avec des résistances et un condensateur.



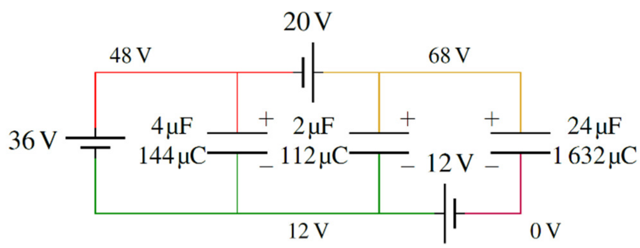
a) Quel est le courant fourni par la source immédiatement après la fermeture de l'interrupteur ?
b) Quel est le courant fourni par la source longtemps après la fermeture de l'interrupteur ?
c) Quelle est la charge du condensateur longtemps après la fermeture de l'interrupteur ?

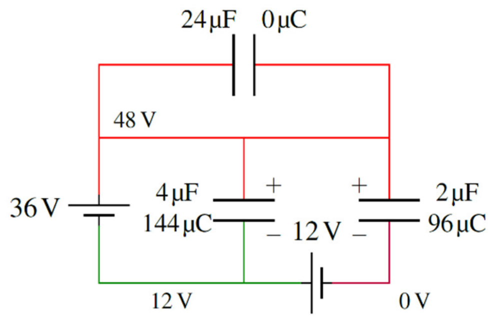
RÉPONSES

5.2 La capacité

1. 88,54 pF
2. a) 13,91 pF b) 1,391 nC
3. 66,76 nF

5.3 Circuits simples avec des condensateurs

4. 

5. 

6. La différence de potentiel reste la même à 24 V et la charge augmente à 864 µC.

5.4 L'énergie dans un condensateur

7. 0,4 J
8. 2,214 µm
9. a) 885,4 pF b) 1,02 J

5.5 Les circuits avec des résistances et des condensateurs

10. 115,1 s
11. 3,607 µF
12. a) 4,8 mA b) 3,833 mA c) 0,07345 W d) 0,3868 C e) 4,836 V f) 19,164 V g) 0,9353 J h) 8,349 J
13. a) 20 mA b) 12,75 mA c) 1,626 W d) 2,551 C e) 400 J f) 162,6 J g) 237,4 J
14. a) 16,8 A b) 15 A c) 118,8 µC