Solutionnaire du chapitre 12

1. a) L'impédance étant de 60 Ω, le courant efficace est

$$\begin{aligned} I &= \frac{\Delta V}{Z} \\ &= \frac{240V}{60\Omega} \\ &= 4A \end{aligned}$$

b) L'amplitude du courant est

$$\begin{aligned} i_0 &= \sqrt{2}I \\ &= \sqrt{2} \cdot 4A \\ &= 5,657A \end{aligned}$$

c) L'amplitude est

$$\begin{aligned} \Delta v_0 &= \sqrt{2}\Delta V \\ &= \sqrt{2} \cdot 240V \\ &= 339,4V \end{aligned}$$

d) La puissance moyenne est

$$\begin{aligned} P &= \Delta V \cdot I \\ &= 240V \cdot 4A \\ &= 960W \end{aligned}$$

e) La puissance est

$$\begin{aligned} P &= \frac{(\Delta v)^2}{R} \\ &= \frac{(300V)^2}{60\Omega} \\ &= 1500W \end{aligned}$$

2. a) L'impédance est

$$\begin{aligned} Z_L &= \omega L \\ &= 2\pi \cdot 100Hz \cdot 0{,}04H \\ &= 25{,}13\Omega \end{aligned}$$

Le courant efficace est

$$\begin{aligned} I &= \frac{\Delta V}{Z_L} \\ &= \frac{360V}{25{,}13\Omega} \\ &= 14{,}32A \end{aligned}$$

L'amplitude du courant est

$$\begin{aligned} i_0 &= \sqrt{2} I \\ &= \sqrt{2} \cdot 14{,}32A \\ &= 20{,}26A \end{aligned}$$

b) Le déphasage étant de π/2, On trouve que

$$\Delta t = \frac{\phi}{\omega}$$

$$\Delta t = \frac{\frac{\pi}{2}}{2\pi \cdot 100Hz}$$

$$\Delta t = 2{,}5ms$$

Comme la valeur est positive, le potentiel devance le courant.

c) Avec une valeur efficace de 360 V, l'amplitude de la différence de potentiel est

$$\begin{aligned} \Delta v_0 &= \sqrt{2} \cdot \Delta V \\ &= \sqrt{2} \cdot 360V \\ &= 509{,}1V \end{aligned}$$

La différence de potentiel en fonction du temps dans ce circuit est donc

$$\Delta v = 509,1V \sin\left(200\pi \tfrac{rad}{s} \cdot t + \tfrac{\pi}{2}\right)$$

Quand on a 200 V, on a

$$\begin{aligned} 200V &= 509,1V \sin\left(200\pi \tfrac{rad}{s} \cdot t + \tfrac{\pi}{2}\right) \\ 0,3923 &= \sin\left(200\pi \tfrac{rad}{s} \cdot t + \tfrac{\pi}{2}\right) \end{aligned}$$

Il y a deux réponses à l'arcsin

$$\begin{aligned} 0,4037 &= 200\pi \tfrac{rad}{s} t + \tfrac{\pi}{2} \qquad & 2,738 &= 200\pi \tfrac{rad}{s} t + \tfrac{\pi}{2} \\ t &= -1,857 \times 10^{-3} s & t &= 1,857 \times 10^{-3} s \end{aligned}$$

À ces moments, le courant est

$$\begin{aligned} i &= i_0 \sin\left(200\pi \tfrac{rad}{s} \cdot t\right) \\ &= 20,26A \sin\left(200\pi \tfrac{rad}{s} \cdot t\right) \\ &= 20,26A \sin\left(200\pi \tfrac{rad}{s} \cdot \pm 1,857 \times 10^{-3} s\right) \\ &= \pm 18,63A \end{aligned}$$

d) La puissance est 0.

e) La puissance est

$$\begin{aligned} P &= \Delta v \cdot i \\ &= 200V \cdot \pm 18,63A \\ &= \pm 3726W \end{aligned}$$

f) L'énergie maximale est

$$\begin{aligned} U_{\max} &= \frac{1}{2} L I_{\max}^2 \\ &= \frac{1}{2} L i_0^2 \\ &= \frac{1}{2} 0,04H \cdot (20,26A)^2 \\ &= 8,207J \end{aligned}$$

3. L'amplitude du courant est

$$\begin{aligned} i_0 &= \sqrt{2}I \\ &= \sqrt{2}\cdot 1A \\ &= 1,414A \end{aligned}$$

L'impédance est donc

$$\begin{aligned} Z &= \frac{\Delta v_0}{i_0} \\ &= \frac{80V}{1,414A} \\ &= 56,57\Omega \end{aligned}$$

On doit donc avoir

$$\begin{aligned} Z_L &= \omega L \\ 56,67\Omega &= 2\pi f \cdot 0,2H \\ f &= 45,02Hz \end{aligned}$$

4. a) L'impédance est

$$\begin{aligned} Z_C &= \frac{1}{\omega C} \\ &= \frac{1}{2\pi \cdot 100Hz \cdot 20\times 10^{-6}F} \\ &= 79,58\Omega \end{aligned}$$

Le courant efficace est

$$\begin{aligned} I &= \frac{\Delta V}{Z_L} \\ &= \frac{60V}{79,58\Omega} \\ &= 0,7540A \end{aligned}$$

L'amplitude du courant est

$$\begin{aligned} i_0 &= \sqrt{2}I \\ &= \sqrt{2} \cdot 0,7540A \\ &= 1,066A \end{aligned}$$

b) Le déphasage étant de -π/2, On trouve que

$$\Delta t = \frac{\phi}{\omega}$$
$$\Delta t = \frac{-\frac{\pi}{2}}{2\pi \cdot 100Hz}$$
$$\Delta t = -2,5ms$$

Comme la valeur est positive, le potentiel est en retard sur le courant.

c) Avec une valeur efficace de 60 V, l'amplitude de la différence de potentiel est

$$\begin{aligned} \Delta v_0 &= \sqrt{2} \cdot \Delta V \\ &= \sqrt{2} \cdot 60V \\ &= 84,85V \end{aligned}$$

La différence de potentiel en fonction du temps dans ce circuit est donc

$$\Delta v = 84,85V \sin\left(200\pi \tfrac{rad}{s} \cdot t - \tfrac{\pi}{2}\right)$$

Quand on a 40 V, on a

$$40V = 84,85V \sin\left(200\pi \tfrac{rad}{s} \cdot t - \tfrac{\pi}{2}\right)$$
$$0,4714 = \sin\left(200\pi \tfrac{rad}{s} \cdot t - \tfrac{\pi}{2}\right)$$

Il y a deux réponses à l'arcsin.

$$0,4909 = 200\pi \tfrac{rad}{s} t - \tfrac{\pi}{2} \qquad 2,651 = 200\pi \tfrac{rad}{s} t - \tfrac{\pi}{2}$$
$$t = 3,281 \times 10^{-3} s \qquad t = 6,719 \times 10^{-3} s$$

À ces moments, le courant est

$$\begin{aligned} i &= i_0 \sin\left(200\pi \tfrac{rad}{s} \cdot t\right) \\ &= 1,066A \sin\left(200\pi \tfrac{rad}{s} \cdot t\right) \\ &= 1,066A \sin\left(200\pi \tfrac{rad}{s} \cdot 3,281 \times 10^{-3} s\right) \\ &= 0,9404A \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} i &= i_0 \sin\left(200\pi \tfrac{rad}{s} \cdot t\right) \\ &= 1,066A \sin\left(200\pi \tfrac{rad}{s} \cdot t\right) \\ &= 1,066A \sin\left(200\pi \tfrac{rad}{s} \cdot 6,719 \times 10^{-3} s\right) \\ &= -0,9404A \end{aligned}$$

Le courant est donc de 0,9404 A (dans un sens ou dans l'autre).

d) La puissance est 0.

e) La puissance est

$$\begin{aligned} P &= \Delta v \cdot i \\ &= 40V \cdot \pm 0,9404A \\ &= \pm 37,62W \end{aligned}$$

f) La charge maximale est

$$\begin{aligned} Q_{\max} &= C\Delta V_{\max} \\ &= C\Delta v_0 \\ &= 20\mu F \cdot 84,85V \\ &= 1697\mu C \end{aligned}$$

5. L'impédance est

$$\begin{aligned} Z &= \frac{\Delta V}{I} \\ &= \frac{400V}{0,1A} \\ &= 4000\Omega \end{aligned}$$

On doit donc avoir

$$\begin{aligned} Z_c &= \frac{1}{\omega C} \\ 4000\Omega &= \frac{1}{2\pi \cdot 120Hz \cdot C} \\ C &= 331,6nF \end{aligned}$$

6. a) On a

$$Z_L = \omega L = 2\pi \cdot 180Hz \cdot 0,2H = 226,2\Omega$$
$$Z_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi \cdot 180Hz \cdot 10\times 10^{-6}F} = 88,42\Omega$$

L'impédance est donc

$$\begin{aligned} Z &= \sqrt{R^2 + \left(Z_L - Z_C\right)^2} \\ &= \sqrt{\left(50\Omega\right)^2 + \left(226,2\Omega - 88,42\Omega\right)^2} \\ &= 146,6\Omega \end{aligned}$$

Le courant efficace est

$$\begin{aligned} I &= \frac{\Delta V}{Z} \\ &= \frac{200V}{146,6\Omega} \\ &= 1,365A \end{aligned}$$

b) Le déphasage est

$$\begin{aligned} \tan\phi &= \frac{Z_L - Z_C}{R} \\ &= \frac{226,2\Omega - 88,42\Omega}{50\Omega} \\ &= 2,755 \\ \phi &= 1,223rad \end{aligned}$$

L'écart de temps est

$$\Delta t = \frac{\phi}{\omega}$$
$$\Delta t = \frac{1,223}{2\pi \cdot 180Hz}$$
$$\Delta t = 1,081ms$$

Le potentiel devance le courant de 1,081 ms.

c) Avec une valeur efficace de 200 V, l'amplitude de la différence de potentiel est

$$\begin{aligned}\Delta v_0 &= \sqrt{2} \cdot \Delta V \\ &= \sqrt{2} \cdot 200V \\ &= 282,8V\end{aligned}$$

La différence de potentiel en fonction du temps dans ce circuit est donc

$$\Delta v = 282,8V \sin\left(360\pi \tfrac{rad}{s} \cdot t + 1,223\right)$$

Quand on a 120 V, on a

$$\begin{aligned}120V &= 282,8V \sin\left(360\pi \tfrac{rad}{s} \cdot t + 1,223\right) \\ 0,4243 &= \sin\left(360\pi \tfrac{rad}{s} \cdot t + 1,223\right)\end{aligned}$$

Il y a deux réponses à l'arcsin.

$$\begin{aligned}0,4381 &= 360\pi \tfrac{rad}{s} \cdot t + 1,223 \\ t &= -6,940 \times 10^{-4} s\end{aligned} \qquad \begin{aligned}2,703 &= 360\pi \tfrac{rad}{s} \cdot t + 1,223 \\ t &= 1,309 \times 10^{-3} s\end{aligned}$$

À ces moments, le courant est

$$\begin{aligned}i &= i_0 \sin\left(360\pi \tfrac{rad}{s} \cdot t\right) \\ &= 1,365A \cdot \sqrt{2} \sin\left(360\pi \tfrac{rad}{s} \cdot t\right) \\ &= 1,930A \sin\left(360\pi \tfrac{rad}{s} \cdot -6,940 \times 10^{-4} s\right) \\ &= -1,363A\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}i &= i_0 \sin\left(360\pi \tfrac{rad}{s} \cdot t\right) \\ &= 1,365A \cdot \sqrt{2} \sin\left(360\pi \tfrac{rad}{s} \cdot t\right) \\ &= 1,930A \sin\left(360\pi \tfrac{rad}{s} \cdot 1,309 \times 10^{-3} s\right) \\ &= 1,922A\end{aligned}$$

d) la puissance est

$$\begin{aligned}P &= RI^2 \\ &= 50\Omega \cdot \left(1,365A\right)^2 \\ &= 93,1W\end{aligned}$$

7. On a

$$\begin{aligned}Z_L &= \omega L = 200 \tfrac{rad}{s} \cdot 0,5H = 100\Omega \\ Z_C &= \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{200 \tfrac{rad}{s} \cdot 20 \times 10^{-6} F} = 250\Omega\end{aligned}$$

L'impédance est donc

$$\begin{aligned} Z &= \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} \\ &= \sqrt{(40\Omega)^2 + (100\Omega - 250\Omega)^2} \\ &= 155,2\Omega \end{aligned}$$

L'amplitude de la différence de potentiel est donc

$$\begin{aligned} Z &= \frac{\Delta v_0}{i_0} \\ 155,2\Omega &= \frac{\Delta v_0}{0,32A} \\ \Delta v_0 &= 49,68V \end{aligned}$$

Le déphasage est

$$\begin{aligned} \tan\phi &= \frac{Z_L - Z_C}{R} \\ &= \frac{100\Omega - 250\Omega}{40\Omega} \\ &= -3,75 \\ \phi &= -1,310 \end{aligned}$$

La formule du potentiel est donc

$$\begin{aligned} \Delta v &= \Delta v_0 \sin(\omega t + \phi) \\ &= 49,68V \sin\left(200 \tfrac{rad}{s} t - 1,310\right) \end{aligned}$$

8. a) L'impédance est

$$\begin{aligned} Z &= \frac{\Delta v_0}{i_0} \\ &= \frac{60V}{0,5A} \\ &= 120\Omega \end{aligned}$$

b) On a

$$\cos\phi = \frac{R}{Z}$$
$$\cos\phi = \frac{72\Omega}{120\Omega}$$
$$\phi = \pm 0,9273$$

Comme on dit que le courant devance le potentiel, on doit prendre la valeur négative.

On aurait aussi pu faire

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(Z_L - Z_C\right)^2}$$
$$120\Omega = \sqrt{\left(72\Omega\right)^2 + \left(Z_L - Z_C\right)^2}$$
$$Z_L - Z_C = \pm 96\Omega$$

On a alors

$$\tan\phi = \frac{Z_L - Z_C}{R}$$
$$\tan\left(\phi\right) = \frac{\pm 96\Omega}{72\Omega}$$
$$\tan\left(\phi\right) = \frac{\pm 4}{3}$$
$$\phi = \pm 0,9273$$

Comme on dit que le courant devance le potentiel, on doit prendre la valeur négative.

c) la puissance est

$$\begin{aligned} P &= \frac{\Delta v_0 i_0}{2}\cos\phi \\ &= \frac{60V \cdot 0,5A}{2}\cos\left(-0,9273\right) \\ &= 9W \end{aligned}$$

d) On a

$$Z_L - Z_C = -96\Omega$$
$$\omega L - \frac{1}{\omega C} = -96\Omega$$
$$200\tfrac{rad}{s} \cdot 0,2H - \frac{1}{200\tfrac{rad}{s} \cdot C} = -96\Omega$$
$$C = 36,76\mu F$$

9. a) Si on veut le plus grand courant efficace, on doit être à la fréquence de résonance. On a donc

$$\begin{aligned} f_0 &= \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \\ &= \frac{1}{2\pi\sqrt{0,05H \cdot 50\times10^{-6}F}} \\ &= 100,7Hz \end{aligned}$$

b) À la fréquence de résonance, l'impédance est

$$\begin{aligned} Z &= R \\ &= 100\Omega \end{aligned}$$

Le courant efficace est donc

$$\begin{aligned} I &= \frac{\Delta V}{Z} \\ &= \frac{40V}{100\Omega} \\ &= 0,4A \end{aligned}$$

c) Si on veut que le courant efficace soit de 0,1 A, l'impédance doit être

$$I = \frac{\Delta V}{Z}$$
$$0,1A = \frac{40V}{Z}$$
$$Z = 400\Omega$$

On a donc

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(Z_L - Z_C\right)^2}$$
$$400\Omega = \sqrt{\left(100\Omega\right)^2 + \left(Z_L - Z_C\right)^2}$$
$$Z_L - Z_C = \pm 387,3\Omega$$

Avec la valeur positive, on a

$$Z_L - Z_C = 387,3\Omega$$
$$\omega L - \frac{1}{\omega C} = 387,3\Omega$$
$$\omega \cdot 0,05H - \frac{1}{\omega \cdot 50\times 10^{-6}F} = 387,3\Omega$$
$$\omega^2 \cdot 0,05H - \frac{1}{50\times 10^{-6}F} = \omega \cdot 387,3\Omega$$
$$\omega^2 \cdot 0,05H - 20000F^{-1} = \omega \cdot 387,3\Omega$$
$$\omega^2 \cdot 0,05H - \omega \cdot 387,3\Omega - 20000F^{-1} = 0$$

Les solutions de cette équation sont

$$\omega = 7797,3\tfrac{rad}{s} \quad \text{et} \quad \omega = -51,3\tfrac{rad}{s}$$

La deuxième réponse est à rejeter. Il ne reste que la première réponse qui correspond à une fréquence de

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = 1241Hz$$

Avec la valeur négative, on a

$$Z_L - Z_C = -387,3\Omega$$
$$\omega L - \frac{1}{\omega C} = -387,3\Omega$$
$$\omega \cdot 0,05H - \frac{1}{\omega \cdot 50\times 10^{-6}F} = -387,3\Omega$$
$$\omega^2 \cdot 0,05H - \frac{1}{50\times 10^{-6}F} = -\omega \cdot 387,3\Omega$$
$$\omega^2 \cdot 0,05H - 20000F^{-1} = -\omega \cdot 387,3\Omega$$
$$\omega^2 \cdot 0,05H + \omega \cdot 387,3\Omega - 20000F^{-1} = 0$$

Les solutions de cette équation sont

$$\omega = 51,3 \tfrac{rad}{s} \quad \text{et} \quad \omega = -7797 \tfrac{rad}{s}$$

La deuxième réponse est à rejeter. Il ne reste que la première réponse qui correspond à une fréquence de

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = 8,165 Hz$$

Les fréquences sont donc de 8,165 Hz et 1241 Hz.

10. On a

$$Z_L = \omega L = 2\pi \cdot 60Hz \cdot 0,25H = 94,25\Omega$$
$$Z_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi \cdot 60Hz \cdot 100 \times 10^{-6} F} = 26,53\Omega$$

L'impédance est donc

$$\begin{aligned} Z &= \sqrt{R^2 + \left(Z_L - Z_C\right)^2} \\ &= \sqrt{\left(20\Omega\right)^2 + \left(94,25\Omega - 26,53\Omega\right)^2} \\ &= 70,61\Omega \end{aligned}$$

Le courant est donc

$$\begin{aligned} I &= \frac{\Delta V}{Z} \\ &= \frac{360V}{70,61\Omega} \\ &= 5,098A \end{aligned}$$

a) La différence de potentiel aux bornes de la résistance est

$$\begin{aligned} \Delta V_R &= Z_R I \\ &= 20\Omega \cdot 5,098A \\ &= 102,0V \end{aligned}$$

b) La différence de potentiel aux bornes de l'inducteur est

$$\begin{aligned}\Delta V_L &= Z_L I \\ &= 94,25\Omega \cdot 5,098A \\ &= 480,5V\end{aligned}$$

c) La différence de potentiel aux bornes du condensateur est

$$\begin{aligned}\Delta V_C &= Z_C I \\ &= 26,53\Omega \cdot 5,098A \\ &= 135,2V\end{aligned}$$

d) Entre les points A et C, l'impédance est

$$\begin{aligned}Z &= \sqrt{R^2 + Z_L^2} \\ &= \sqrt{\left(20\Omega\right)^2 + \left(94,25\Omega\right)^2} \\ &= 96,35\Omega\end{aligned}$$

La différence de potentiel efficace entre les points A et C est donc

$$\begin{aligned}\Delta V &= ZI \\ &= 96,35\Omega \cdot 5,098A \\ &= 491,2V\end{aligned}$$

e) Entre les points B et D, l'impédance est

$$\begin{aligned}Z &= \sqrt{\left(Z_L - Z_C\right)^2} \\ &= \sqrt{\left(94,25\Omega - 26,53\Omega\right)^2} \\ &= 67,72\Omega\end{aligned}$$

La différence de potentiel efficace entre les points B et D est donc

$$\begin{aligned}\Delta V &= ZI \\ &= 67,72\Omega \cdot 5,098A \\ &= 345,3V\end{aligned}$$

11. On a

$$\Delta V_R = Z_R I$$
$$25V = 40\Omega \cdot I$$
$$I = 0,625A$$

L'impédance du circuit est donc

$$\Delta V = ZI$$
$$100V = Z \cdot 0,625A$$
$$Z = 160\Omega$$

Puisque

$$Z_L = \omega L = 2\pi \cdot 80Hz \bullet 0,4H = 201,1\Omega$$

On a

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(Z_L - Z_C\right)^2}$$
$$160\Omega = \sqrt{\left(40\Omega\right)^2 + \left(201,1\Omega - Z_c\right)^2}$$
$$201,1\Omega - Z_c = \pm 154,9\Omega$$

Avec la valeur positive, on a

$$201,1\Omega - Z_C = 154,9\Omega$$
$$Z_C = 46,14\Omega$$
$$\frac{1}{\omega C} = 46,14\Omega$$
$$\frac{1}{\left(2\pi \cdot 80Hz\right)C} = 46,14\Omega$$
$$C = 43,11\mu F$$

Avec la valeur négative, on a

$$201,1\Omega - Z_C = -154,9\Omega$$
$$Z_C = 356,0\Omega$$
$$\frac{1}{\omega C} = 356,0\Omega$$
$$\frac{1}{\left(2\pi \cdot 80Hz\right)C} = 356,0\Omega$$
$$C = 5,589\mu F$$

La capacité et de 43,11 µF ou 5,589 µF.

12. On a

$$Z_L = \omega L = 2\pi \cdot 80Hz \cdot 0,1H = 50,27\Omega$$
$$Z_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi \cdot 80Hz \cdot 25\times 10^{-6}F} = 79,58\Omega$$

Le courant dans le circuit se trouve avec

$$\Delta V_L = Z_L I$$
$$30V = 50,27\Omega \cdot I$$
$$I = 0,5968A$$

L'impédance du circuit est donc

$$\Delta V = ZI$$
$$24V = Z \cdot 0,5968A$$
$$Z = 40,21\Omega$$

On peut donc trouver la résistance avec

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(Z_L - Z_C\right)^2}$$
$$40,21\Omega = \sqrt{R^2 + \left(50,27\Omega - 79,58\right)^2}$$
$$R = 27,53\Omega$$

La puissance dissipée est donc

$$\begin{aligned} P &= RI^2 \\ &= 27,53\Omega \cdot \left(0,5968A\right)^2 \\ &= 9,806W \end{aligned}$$

13. a) Si la puissance est maximale, c'est que le courant efficace est maximal. On est donc à la fréquence de résonance. On a donc

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$
$$1500Hz = \frac{1}{2\pi\sqrt{L \cdot 40\times10^{-6}F}}$$
$$L = 2,814\times10^{-4}H$$

b) À la fréquence de résonance, on a

$$Z = R$$
$$\cos\phi = 1$$

La puissance dissipée est alors

$$P = \frac{\Delta V^2}{Z}\cos\phi$$
$$P = \frac{\Delta V^2}{R}$$
$$400W = \frac{(800V)^2}{R}$$
$$R = 1600\Omega$$

14. a) Le déphasage

$$\begin{aligned}\phi &= \omega\Delta t \\ &= 2\pi\cdot100Hz\cdot-0,001s \\ &= -\frac{\pi}{5}\end{aligned}$$

On a donc

$$\tan(\phi) = \frac{Z_L - Z_C}{R}$$
$$\tan\left(-\frac{\pi}{5}\right) = \frac{Z_L - Z_C}{60\Omega}$$
$$Z_L - Z_C = -43,59\Omega$$

On a donc

$$\omega L - \frac{1}{\omega C} = -43,59\Omega$$

$$(2\pi \cdot 100Hz) \cdot 1,2H - \frac{1}{(2\pi \cdot 100Hz)C} = -43,59\Omega$$

$$C = 1,995\mu F$$

b) La fréquence de résonance est

$$\begin{aligned} f &= \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \\ &= \frac{1}{2\pi\sqrt{1,2H \cdot 1,995 \times 10^{-6}F}} \\ &= 102,9Hz \end{aligned}$$

15. La différence de potentiel efficace est

$$\begin{aligned} \Delta V &= \sqrt{\Delta V_R^2 + (\Delta V_L - \Delta V_C)^2} \\ &= \sqrt{(30V)^2 + (70V - 20V)^2} \\ &= 58,31V \end{aligned}$$

L'amplitude est donc

$$\begin{aligned} \Delta v_0 &= \sqrt{2}\Delta V \\ &= \sqrt{2} \cdot 58,31V \\ &= 82,46V \end{aligned}$$

16. La puissance dissipée est

$$P = RI^2$$

et le courant est

$$I = \frac{\Delta V}{Z}$$

On a donc

$$P = RI^2 = R\frac{\Delta V^2}{Z^2}$$

Puisque

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(Z_L - Z_C\right)^2}$$

on arrive à

$$P = \frac{R\Delta V^2}{R^2 + \left(Z_L - Z_C\right)^2}$$

Les valeurs de Z_L et Z_C sont

$$Z_L = \omega L = 2\pi \cdot 1000Hz \cdot 0,075H = 471,2\Omega$$
$$Z_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi \cdot 1000Hz \cdot 2\times 10^{-9}F} = 795,8\Omega$$

Notre équation devient donc

$$P = \frac{R\Delta V^2}{R^2 + \left(Z_L - Z_C\right)^2}$$
$$170W = \frac{R\left(340V\right)^2}{R^2 + \left(471,2\Omega - 795,8\Omega\right)^2}$$
$$170W = \frac{R\left(340V\right)^2}{R^2 + 105\,323\Omega^2}$$

Il ne reste qu'à isoler *R*.

$$170W = \frac{R\left(340V\right)^2}{R^2 + 105\,323\Omega^2}$$
$$170W\left(R^2 + 105\,323\Omega^2\right) = R\left(340V\right)^2$$
$$R^2 + 105\,323\Omega^2 = R \cdot 680\Omega$$
$$R^2 - R \cdot 680\Omega + 105\,323\Omega^2 = 0$$

Les solutions de cette équation quadratique sont 441,4 Ω et 238,6 Ω.

17. a) On a

$$\begin{aligned} Z_C &= \frac{1}{\omega C} \\ &= \frac{1}{2\pi \cdot 180Hz \cdot 8 \times 10^{-6} F} \\ &= 110,5\Omega \end{aligned}$$

L'impédance du circuit est

$$\begin{aligned} Z &= \sqrt{R^2 + \left(-Z_C\right)^2} \\ &= \sqrt{\left(240\Omega\right)^2 + \left(-110,5\Omega\right)^2} \\ &= 264,2\Omega \end{aligned}$$

Le courant efficace est

$$\begin{aligned} \Delta v_0 &= Z i_0 \\ 240V &= 264,2\Omega \cdot i_0 \\ i_0 &= 0,9083A \end{aligned}$$

b) Le déphasage est

$$\begin{aligned} \tan\left(\phi\right) &= \frac{-Z_C}{R} \\ &= \frac{-110,5\Omega}{240\Omega} \\ &= -0,4605 \\ \phi &= -0,4316 \end{aligned}$$

L'écart de temps est donc

$$\begin{aligned} \Delta t &= \frac{\phi}{\omega} \\ &= \frac{-0,4316}{2\pi \cdot 180Hz} \\ &= -3,816 \times 10^{-4} s \end{aligned}$$

Le courant devance donc le potentiel de 0,3816 ms.

c) La puissance est

$$\begin{aligned} P &= \frac{Ri_0^2}{2} \\ &= \frac{240\Omega \cdot (0,9083A)^2}{2} \\ &= 99W \end{aligned}$$

18. a) On a

$$Z_L = \omega L = 2\pi \cdot 1000Hz \cdot 0,8H = 5026,5\Omega$$
$$Z_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi \cdot 1000Hz \cdot 30\times10^{-9}F} = 5305,2\Omega$$

L'impédance du circuit est

$$\begin{aligned} Z &= \sqrt{(Z_L - Z_C)^2} \\ &= \sqrt{(5026,5\Omega - 5305,2\Omega)^2} \\ &= \sqrt{(-278,6\Omega)^2} \\ &= 278,6\Omega \end{aligned}$$

Le courant efficace est donc

$$\begin{aligned} \Delta V &= ZI \\ 400V &= 278,6\Omega \cdot I \\ I &= 1,436A \end{aligned}$$

b) Le déphasage est

$$\begin{aligned} \tan(\phi) &= \frac{Z_L - Z_C}{0} \\ &= \frac{-278,6\Omega}{0\Omega} \\ &= -\infty \\ \phi &= -\frac{\pi}{2} \end{aligned}$$

L'écart de temps est donc

$$\begin{aligned}\Delta t &= \frac{\phi}{\omega} \\ &= \frac{-\pi/2}{2\pi \cdot 1000Hz} \\ &= -2,5\times 10^{-4}s\end{aligned}$$

Le courant devance donc le potentiel de 0,25 ms.

c) La puissance est

$$\begin{aligned}P &= RI^2 \\ &= 0\Omega \cdot (0,9083A)^2 \\ &= 0W\end{aligned}$$

19. À 250 Hz, on a

$$\begin{aligned}\Delta V &= ZI \\ 200V &= Z\cdot 0,2A \\ Z &= 1000\Omega\end{aligned}$$

On a donc

$$\begin{aligned}Z &= \sqrt{R^2 + Z_L^2} \\ Z &= \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} \\ 1000\Omega &= \sqrt{R^2 + \left(500\pi \tfrac{rad}{s} L\right)^2} \\ (1000\Omega)^2 &= R^2 + \left(500\pi \tfrac{rad}{s} L\right)^2\end{aligned}$$

À 350 Hz, on a

$$\begin{aligned}\Delta V &= ZI \\ 200V &= Z\cdot 0,16A \\ Z &= 1250\Omega\end{aligned}$$

On a donc

$$Z=\sqrt{R^2+Z_L^2}$$
$$Z=\sqrt{R^2+(\omega L)^2}$$
$$(1250\Omega)^2=R^2+\left(700\pi\tfrac{rad}{s}L\right)^2$$

On a donc 2 équations.

$$(1000\Omega)^2=R^2+\left(500\pi\tfrac{rad}{s}L\right)^2$$
$$(1250\Omega)^2=R^2+\left(700\pi\tfrac{rad}{s}L\right)^2$$

Si on soustrait les deux équations, on a

$$\begin{aligned}(1250\Omega)^2-(1000\Omega)^2&=\left[R^2+\left(700\pi\tfrac{rad}{s}L\right)^2\right]-\left[R^2+\left(500\pi\tfrac{rad}{s}L\right)^2\right]\\&=\left(700\pi\tfrac{rad}{s}L\right)^2-\left(500\pi\tfrac{rad}{s}L\right)^2\\&=\left[\left(700\pi\tfrac{rad}{s}\right)^2-\left(500\pi\tfrac{rad}{s}\right)^2\right]L^2\end{aligned}$$

On a donc

$$\begin{aligned}L^2&=\frac{(1250\Omega)^2-(1000\Omega)^2}{\left(700\pi\tfrac{rad}{s}\right)^2-\left(500\pi\tfrac{rad}{s}\right)^2}\\&=0,2375H^2\\L&=0,4873H\end{aligned}$$

L’inductance est de 487,3 mH.

On peut ensuite trouver la résistance.

$$(1000\Omega)^2=R^2+\left(500\pi\tfrac{rad}{s}L\right)^2$$
$$(1000\Omega)^2=R^2+\left(500\pi\tfrac{rad}{s}\cdot 0,4873H\right)^2$$
$$(1000\Omega)^2=R^2+(765,5\Omega)^2$$
$$R=643,5\Omega$$

20. Le courant se trouve avec l’équation suivante.

$$P = RI^2$$
$$21{,}6W = 60\Omega \cdot I^2$$
$$I = 0{,}6A$$

L'impédance du circuit est donc

$$\Delta V = ZI$$
$$120V = Z \cdot 0{,}6A$$
$$Z = 200\Omega$$

On a donc

$$Z = \sqrt{R^2 + Z_L^2}$$
$$200\Omega = \sqrt{(60\Omega)^2 + \left(120\pi \tfrac{rad}{s} L\right)^2}$$
$$L = 0{,}5061H$$

21. Le déphasage est

$$\begin{aligned}\phi &= \omega \Delta t \\ &= 400\pi \tfrac{rad}{s} \cdot -0{,}001s \\ &= -\tfrac{2\pi}{5}\end{aligned}$$

La valeur est négative puisque le courant devance le potentiel.

Si l'élément inconnu était un inducteur, le déphasage serait

$$\tan(\phi) = \frac{Z_L}{R}$$

et il serait positif, ce qui n'est pas le cas.

Si l'élément inconnu était un condensateur, le déphasage serait

$$\tan(\phi) = \frac{-Z_C}{R}$$

et il serait négatif, ce qui est le cas. L'élément mystère est donc un condensateur. On a donc

$$\tan(\phi) = \frac{-Z_C}{R}$$
$$\tan\left(-\tfrac{2\pi}{5}\right) = \frac{-Z_C}{10\Omega}$$
$$Z_C = 30,77\Omega$$

Il ne reste qu'à trouver la capacité.

$$Z_C = 30,77\Omega$$
$$\frac{1}{\omega C} = 30,77\Omega$$
$$\frac{1}{400\pi \frac{rad}{s} \cdot C} = 30,77\Omega$$
$$C = 25,86\mu F$$

22. a) la différence de potentiel aux bornes du circuit secondaire est

$$\begin{aligned}\Delta V_2 &= \frac{N_2}{N_1}\Delta V_1 \\ &= \frac{100}{500}1000V \\ &= 200V\end{aligned}$$

Comme la résistance est en parallèle avec la bobine du circuit secondaire, la différence de potentiel aux bornes de la résistance est aussi de 200 V.

b) Le courant est

$$\begin{aligned}I &= \frac{\Delta V}{R} \\ &= \frac{200V}{10\Omega} \\ &= 20A\end{aligned}$$

c) Le courant est

$$I_2 = \frac{N_1}{N_2} I_1$$
$$20A = \frac{500}{100} I_1$$
$$I_1 = 4A$$

23. a) Le courant est

$$\begin{aligned} I &= \frac{\Delta V}{R} \\ &= \frac{120V}{1000\Omega} \\ &= 0,12A \end{aligned}$$

b) On a

$$\Delta V_2 = \frac{N_2}{N_1} \Delta V_1$$
$$120V = \frac{N_2}{N_1} 425\,000V$$
$$\frac{N_2}{N_1} = 0,0002824 = \frac{1}{3541}$$

c) Le courant est

$$I_2 = \frac{N_1}{N_2} I_1$$
$$0,12A = 3541 I_1$$
$$I_1 = 33,88\mu A$$

d) On a

$$\Delta V_2 = \frac{N_2}{N_1} \Delta V_1$$
$$425\,000V = \frac{N_2}{N_1} 13\,800V$$
$$\frac{N_2}{N_1} = 30,8$$

e) Le courant est

$$I_2 = \frac{N_1}{N_2} I_1$$
$$33,88\mu A = \frac{1}{30,8} I_1$$
$$I_1 = 1,04mA$$

24. a) La différence de potentiel est

$$\Delta V_2 = \frac{N_2}{N_1} \Delta V_1$$
$$120V = \frac{N_2}{100 N_2} \Delta V_1$$
$$\Delta V_1 = 12\ 000V$$

b) Le courant est

$$P = \Delta V \cdot I$$
$$60\ 000W = 120V \cdot I$$
$$I = 500A$$

c) Le courant dans le circuit primaire est

$$I_2 = \frac{N_1}{N_2} I_1$$
$$500A = \frac{100 N_2}{N_2} \cdot I_1$$
$$I_1 = 5A$$

d) La perte d'énergie est

$$\begin{aligned} P &= RI^2 \\ &= 10\Omega \cdot (5A)^2 \\ &= 250W \end{aligned}$$

e) La différence de potentiel est

$$\Delta V_2 = \frac{N_2}{N_1}\Delta V_1$$
$$120V = \frac{N_2}{1000N_2}\Delta V_1$$
$$\Delta V_1 = 120\,000V$$

f) Le courant est

$$P = \Delta V \cdot I$$
$$60\,000W = 120V \cdot I$$
$$I = 500A$$

g) Le courant dans le circuit primaire est

$$I_2 = \frac{N_1}{N_2} I_1$$
$$500A = \frac{1000N_2}{N_2} \cdot I_1$$
$$I_1 = 0,5A$$

h) La perte d'énergie est

$$\begin{aligned} P &= RI^2 \\ &= 10\Omega \cdot (0,5A)^2 \\ &= 2,5W \end{aligned}$$

i) Oui. En transportant l'électricité à 12 000 V, les pertes sont de 250 W. En transportant l'électricité à 120 000 V, les pertes ne sont plus que de 2,5 W. On constate que les pertes diminuent quand on augmente le potentiel.