

Calcul avancé
Examen 3
Les intégrales multiples
25 % de la note finale

Hiver 2019

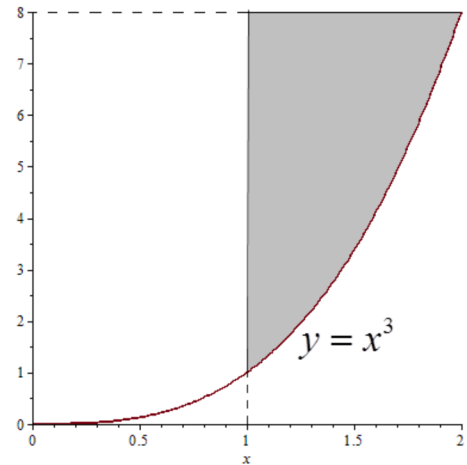
Nom : _____

1. (15 points)

Déterminez

$$\iint x^2 y^2 \, dA$$

si la région d'intégration est la région montrée sur la figure.



2. (15 points)

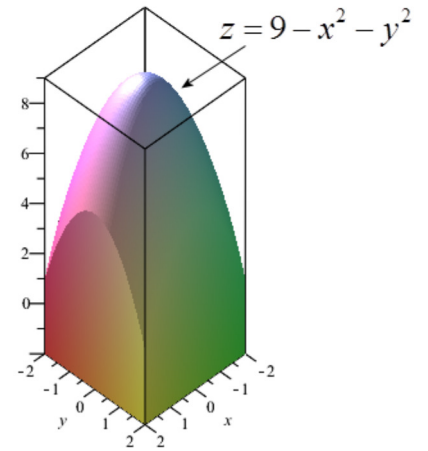
Convertissez l'intégrale suivante en coordonnées polaires et calculez sa valeur.

$$\int_{-3}^3 \int_0^{\sqrt{9-y^2}} xy^2 dx dy$$

3. (20 points)

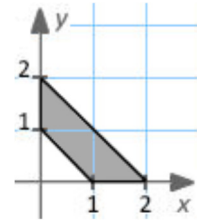
Voici un objet ayant une densité constante de 3 g/cm^3 .
(Attention, le bas de l'objet est plat et est à $z = -2$.)

- a) Quelle est la masse de cet objet ?
- b) Quelle est la position en z du centre de masse de cet objet ?



4. (15 points)

Calculez $\iint e^{\frac{y-x}{y+x}} dx dy$ avec la région d'intégration montrée sur la figure en posant $u = y - x$ et $v = y + x$.



(Les équations des droites qui délimitent la zone d'intégration sont $x = 0$, $y = 0$, $y = 1 - x$ et $y = 2 - x$)

5. (20 points)

Une sphère centrée sur l'origine a un rayon de 30 cm et une densité donnée par

$$\rho = \frac{50 \frac{\text{g}}{\text{cm}}}{r^2}$$

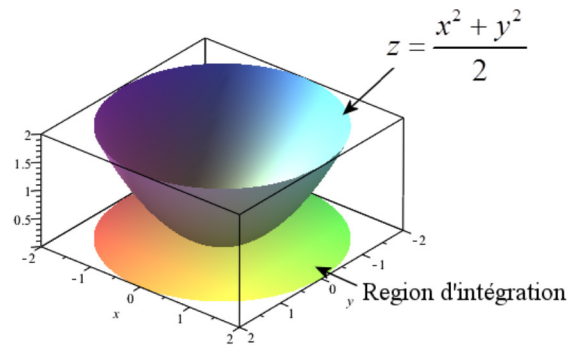
- a) Calculer la masse de cette sphère.
- b) Calculez le moment d'inertie I_z de cette sphère.

6. (15 points)

Calculez l'aire de la surface donnée par

$$z = \frac{x^2 + y^2}{2}$$

qui est au-dessus du cercle de rayon 2 montré sur la figure.



Réponses

1) $\frac{10241}{36}$

2) $\frac{162}{5}$

3) $M = 400g$ et $z_{cm} = \frac{1753}{750}cm$

4) $\frac{3}{4}(e - e^{-1}) = \frac{3}{2}\sinh(1) \approx 1,763$

5) $M = 6000\pi g$ ou $6\pi kg$ et $I_z = 1\,200\,000\pi gcm^2$ ou $\frac{3\pi}{25}kgm^2$

6) $\frac{2\pi}{3}(5\sqrt{5} - 1) \approx 21,32$