

Calcul avancé
Examen 1

Nombres complexes et fonctions hyperboliques
25 % de la note finale

Hiver 2019

Nom _____

1. (40 Points)

Calculez la valeur des expressions suivantes, sous forme cartésienne.

a) $\left| (6+8i)\overline{(5+12i)} \right|$

b) $(2+i)^{10}$

c) $\frac{7+9i}{1+2i}$

d) $\text{Ln}(-1+i)$

e) $\cos(1+i)$

f) $\arctan 2e^{-i\pi/2}$

g) $\sqrt[4]{-1}$

h) $(1-i)^{2+2i}$

2. (12 points)

Démontrez que

$$\cos A \cos B = \frac{1}{2}(\cos(A - B) + \cos(A + B))$$

3. (12 points)

Montrez que

$$\sin^5 \theta = \frac{5}{8} \sin \theta - \frac{5}{16} \sin 3\theta + \frac{1}{16} \sin 5\theta$$

4. (12 points)

Montrez que

$$(8 \sinh^3 x + 4 \sinh x) \cosh x = \sinh 4x$$

5. (12 Points)

Trouvez la valeur minimale de y si y est donnée par

$$y = 5 \cosh^2(2x+1) + 4 \sinh(2x+1)$$

(Rappel : la valeur d'une fonction est minimale si la dérivée est nulle et si la deuxième dérivée est positive.)

6. (12 Points)

Calculez

$$\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 10x + 9}}$$

Réponses

1. a) 130 b) $-237 - 3116i$ c) $5 - i$ d) $\ln \sqrt{2} + \frac{3\pi}{4}i$

e) $0,83373 - 0,98889i$ f) $-\frac{\pi}{2} - \frac{\ln 3}{2}i + \pi n$ g) $\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i, \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i, -\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i, -\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i$

h) $e^{4\pi n} (6,14742 - 7,40081i)$

5. La valeur minimale de la fonction est 4,2791 (à $x = -0,69502$).

6. 0,2693