

**Calcul avancé**  
**Examen 1**

Nombres complexes et fonctions hyperboliques  
25 % de la note finale

Exam pratique 3

Nom \_\_\_\_\_

---

1. (40 Points)

Calculez la valeur des expressions suivantes, sous forme cartésienne.

a)  $(1+i) - (-5+i)$

b)  $\sin(3+i)$

c)  $\sqrt[3]{-i}$

d)  $\text{Ln}(20-21i)$

e)  $e^{i\pi/6}$

f)  $\left| \frac{-5-21i}{7-i} \right|^2$

g)  $\arcsin 2$

h)  $\tan 3i$

i)  $(5-i)(-1-5i)$

j)  $i^{1-i}$

Réponses a) 6    b)  $0,2178 - 1,1634i$     c) 3 réponses :  $i$ ,  $\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$ ,  $-\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$

d)  $3,3673 - 0,8098i$     e)  $\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$     f)  $233/25$     g)  $\pm 1,31696i + 2\pi n$     h)  $0,9951i$

i)  $-10 - 24i$     j)  $4,8105i$

2. (10 points)

Sachant que  $\overline{(e^z)} = e^{\bar{z}}$ , démontrez que

$$|\cos z|^2 = \frac{1}{2}(\cos 2x + \cosh 2y)$$

3. (10 points)

Exprimez l'addition suivante avec un seul sinus.

$$5 \sin(3x-1) + 5 \sin(3x+1)$$

Réponse :  $5,403 \sin(3x)$

4. (10 points)

Montrez que

$$\sinh^3 x = \frac{1}{4} \sinh 3x - \frac{3}{4} \sinh x$$

5. (10 Points)

Trouvez la valeur de la dérivée de cette fonction à  $x = 1/2$ .

$$y = 4 \tanh^5 \left( \sqrt{\sinh x^2} \right)$$

Réponse : 0,7473

6. (10 Points)

Calculez

$$\int_{-5}^0 \frac{dx}{x^2 + 10x - 11}$$

Réponse : -0,1998