

Calcul avancé
Examen 1

Nombres complexes et fonctions hyperboliques
25 % de la note finale

Exam pratique 1

Nom _____

1. (40 Points)

Calculez la valeur des expressions suivantes.

a) $\overline{(5+2i)} + (1+i)$

b) $\left| \frac{-1+3i}{2+i} \right|^2$

c) $(2-3i)(7+i)$

d) $(1+i)^{2+i}$

e) $\text{Ln}(-1+i)$

f) e^{3-4i}

g) $\cos(-1+2i)$

h) $\arcsin 2$

i) $\frac{-1+i\sqrt{3}}{2}$ en forme polaire

j) $\sqrt[3]{8}$

Réponses a) $6-i$ b) 2 c) $17-19i$ d) $e^{2\pi n}(-0,3097+0,8577i)$ e) $\ln(\sqrt{2})+i\frac{3\pi}{4}$

f) $-13,129+15,201i$ g) $2,033+3,0519i$ h) $\frac{\pi}{2} \pm \ln(2+\sqrt{3})+2\pi n$ i) $e^{2\pi i/3}$

j) 3 réponses : 2, $-1+\sqrt{3}i$, $-1-\sqrt{3}i$

2. (10 points)

Trouvez les valeurs de z dans cette équation

$$z^8 + z^4 + 1 = 0$$

et représentez les solutions dans le plan complexe.

8 réponses :

$$\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2},$$
$$\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}$$

3. (10 points)

Montrez que

$$\cos^5 \theta = \frac{5}{8} \cos \theta + \frac{5}{16} \cos 3\theta + \frac{1}{16} \cos 5\theta$$

4. (10 points)

Exprimez avec un seul cosinus

$$20 \cos\left(4x - \frac{\pi}{2}\right) + 21 \cos(4x + \pi)$$

Réponse : $29 \cos(4x + 3,9026)$

5. (10 points)

Montrez que

$$\sin(x + iy) = \sin(x) \cosh(y) + i \cos(x) \sinh(y)$$

6. (10 Points)

Trouvez la valeur de la dérivée de cette fonction à $x = 2$.

$$y = \sinh(x) \cosh(x^2)$$

Réponse : 498,65

7. (10 Points)

Calculez

$$\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{4x^2 + 8x + 5}}$$

Réponse : 0,3255