Solutionnaire du chapitre 8

1. Le travail est

$$\begin{aligned} W &= F\Delta s\cos\theta \\ &= 30N\cdot 15m\cdot\cos(40°) \\ &= 344,7J \end{aligned}$$

2. a) Le travail fait par la gravitation est

$$\begin{aligned} W_g &= F_g\Delta s\cos\theta \\ &= \left(30kg\cdot 9,8\tfrac{N}{kg}\right)\cdot 25m\cdot\cos(98°) \\ &= -1022,9J \end{aligned}$$

b) Le travail fait par la force de friction est

$$\begin{aligned} W_f &= F_f\Delta s\cos\theta \\ &= 70N\cdot 25m\cdot\cos(180°) \\ &= -1750J \end{aligned}$$

c) Pour trouver le travail fait par Honoré, il faut premièrement trouver la force exercée par celui-ci. On trouve cette force avec l'équation des forces en x sur la caisse.

Il y a 4 forces sur la caisse.

1) La gravitation de 294 N vers le bas.
2) Une normale perpendiculaire à la pente.
3) La friction de 70 N vers le bas de la pente.
4) La force F faite par Honoré vers le haut de la pente.

L'équation des forces en x est donc (avec un axe des x vers le haut de la pente)

$$\begin{aligned} \sum F_x &= ma_x \\ 294N\cdot\cos(-98°) - 70N + F &= 30kg\cdot 1\tfrac{m}{s^2} \\ F &= 140,9N \end{aligned}$$

Le travail fait par Honoré est donc

$$\begin{aligned} W_H &= F\Delta s\cos\theta \\ &= 140,9N\cdot 25m\cdot\cos(0°) \\ &= 3522,9J \end{aligned}$$

d) Comme la normale ne fait pas de travail dans ce cas, le travail net est la somme des 3 travaux calculés précédemment. On a donc

$$\begin{aligned} W_{net} &= W_g + W_f + W_H \\ &= -1022,9J + -1750N + 3522,9J \\ &= 750J \end{aligned}$$

3. a) Le travail fait par la force de gravitation est

$$\begin{aligned} W_g &= F_g\Delta s\cos\theta \\ &= mg\Delta s\cos\theta \\ &= 80kg\cdot 9,8\tfrac{N}{kg}\cdot 300m\cdot\cos(60°) \\ &= 117\ 600J \end{aligned}$$

b) Pour trouver le travail fait par la force de friction, il faut trouver la grandeur de la force de friction. Pour la trouver, il nous faut la grandeur de la normale, qu'on trouve avec l'équation des forces en *y*.

Il y a 3 forces sur Rita.

1) Le poids de Rita de 784 N vers le bas.
2) La normale perpendiculaire à la surface.
3) La friction vers le haut de la pente.

L'équation des forces en *y* est donc (avec un axe des *x* vers le bas de la pente)

$$\sum F_y = ma_y$$
$$784N\cdot\sin(-60°) + F_N = 0$$
$$F_N = 678,96N$$

La grandeur de la force de friction est donc

$$\begin{aligned} F_f &= \mu_c F_N \\ &= 0,1 \cdot 678,96N \\ &= 67,896N \end{aligned}$$

Le travail fait par la force de friction est donc

$$\begin{aligned} W_f &= F_f \Delta s \cos\theta \\ &= 67,896N \cdot 300m \cdot \cos(-180°) \\ &= -20\,369J \end{aligned}$$

c) Comme la normale ne fait pas de travail, le travail net est

$$\begin{aligned} W_{net} &= W_g + W_f \\ &= 117\,600J + -20\,369J \\ &= 97\,231J \end{aligned}$$

4. a) En 2 minutes, la distance parcourue par l'avion est

$$\begin{aligned} \Delta s &= v\Delta t \\ &= 102,9\tfrac{m}{s} \cdot 600s \\ &= 61740m \end{aligned}$$

Le travail fait par la gravitation est alors

$$\begin{aligned} W_g &= F_g \Delta s \cos\theta \\ &= mg\Delta s \cos\theta \\ &= 260\,000kg \cdot 9,8\tfrac{N}{kg} \cdot 61\,740m \cdot \cos(92°) \\ &= -5490MJ \end{aligned}$$

b) Pour trouver le travail fait par la trainée, il faut trouver la force de trainée. Pour trouver la force de trainée, il nous faut le coefficient de trainée. Pour trouver le coefficient de trainée, il nous faut le coefficient de portance.

En montée, on a

$$F_L - mg\cos\theta = 0$$

On a donc

$$\begin{aligned} F_L &= mg\cos\theta \\ &= 260\,000kg \cdot 9{,}8\tfrac{m}{s^2} \cdot \cos 2° \\ &= 2\,546\,447N \end{aligned}$$

On a alors

$$\frac{1}{2}C_L A\rho v^2 = 2\,546\,447N$$

Ce qui nous mène à

$$\frac{1}{2}\cdot C_L \cdot 442m^2 \cdot 1{,}1\tfrac{kg}{m^3}\cdot\left(102{,}9\tfrac{m}{s}\right)^2 = 2\,546\,447N$$

$$C_L = 0{,}989$$

Le coefficient de trainée est alors

$$\begin{aligned} C_d &= C_{d0} + \frac{C_L^2 A}{e\pi S^2} \\ &= 0{,}031 + \frac{(0{,}989)^2 \cdot 442m^2}{0{,}725\cdot\pi\cdot(64{,}75m)^2} \\ &= 0{,}031 + 0{,}045 \\ &= 0{,}076 \end{aligned}$$

La force de trainée est donc

$$\begin{aligned} F_d &= \frac{1}{2}C_d A\rho v^2 \\ &= \frac{1}{2}\cdot 0{,}076 \cdot 442m^2 \cdot 1{,}1\tfrac{kg}{m^3}\cdot\left(102{,}9\tfrac{m}{s}\right)^2 \\ &= 195\,627N \end{aligned}$$

Le travail fait par la trainée est donc

$$\begin{aligned} W_d &= F_d \Delta s\cos\theta \\ &= 195\,627N \cdot 61\,740m \cdot \cos(180°) \\ &= -12\,078MJ \end{aligned}$$

c) On peut trouver la force de poussée avec cette formule des forces en x pour un avion en montée.

$$F_t - F_d - mg\sin\theta = ma$$

Comme il n'y a pas d'accélération, on obtient

$$\begin{aligned} F_t - F_d - mg\sin\theta &= 0 \\ F_t - 195\,627N - 260\,000kg \cdot 9{,}8\tfrac{m}{s^2} \cdot \sin 2° &= 0 \\ F_t - 195\,627N - 88\,923N &= 0 \\ F_t &= 284\,551N \end{aligned}$$

Le travail est donc

$$\begin{aligned} W_t &= F_t \Delta s \cos\theta \\ &= 284\,551N \cdot 61\,740m \cdot \cos(0°) \\ &= 17\,568MJ \end{aligned}$$

d) Le travail fait par la portance est nul puisque la portance est perpendiculaire au déplacement de l'avion.

e) Le travail net est

$$\begin{aligned} W_{net} &= W_g + W_d + W_t + W_L \\ &= -5490MJ + -12\,078MJ + 17\,568MJ + 0MJ \\ &= 0MJ \end{aligned}$$

5. Pour trouver le travail, il faut séparer la trajectoire en trois parties.

Pour la première partie, on a

$$\begin{aligned} W_1 &= F\Delta s\cos\theta \\ &= 40N \cdot 3m \cdot \cos 35° \\ &= 98{,}30J \end{aligned}$$

Pour la deuxième partie, on a

$$\begin{aligned} W_2 &= F\Delta s\cos\theta \\ &= 80N \cdot 2m \cdot \cos 145° \\ &= -131{,}06J \end{aligned}$$

Pour la troisième partie, on a

$$\begin{aligned} W_3 &= F\Delta s\cos\theta \\ &= 100N\cdot 1m\cdot\cos 35° \\ &= 81,92J \end{aligned}$$

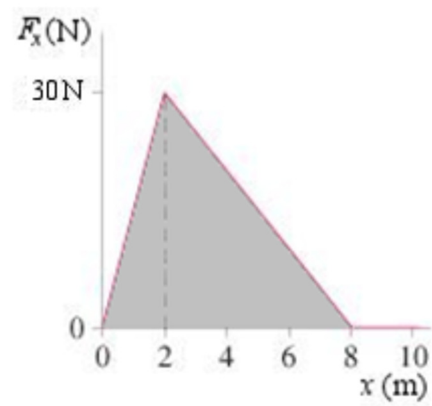
Le travail total est donc

98,30 J + -131,06 J + 81,92 J = 49,15 J

6. Pour trouver le travail, il faut calculer l'aire sous la courbe entre x = 0 m et x = 6 m. Cette aire est l'aire de tout le triangle entre x = 0 m et x = 8 m à laquelle il faut soustraire l'aire du petit triangle entre x = 6 m et x = 8 m.

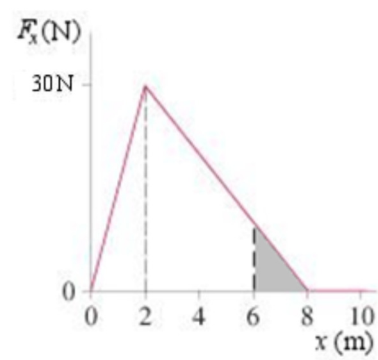
L'aire du grand triangle entre x = 0 m et x = 8 m est de

$$\begin{aligned} Aire_1 &= \frac{base\cdot hauteur}{2} \\ &= \frac{8m\cdot 30N}{2} \\ &= 120J \end{aligned}$$



L'aire du petit triangle entre x = 6 m et x = 8 m est de

$$\begin{aligned} Aire_2 &= \frac{base\cdot hauteur}{2} \\ &= \frac{2m\cdot 10N}{2} \\ &= 10J \end{aligned}$$

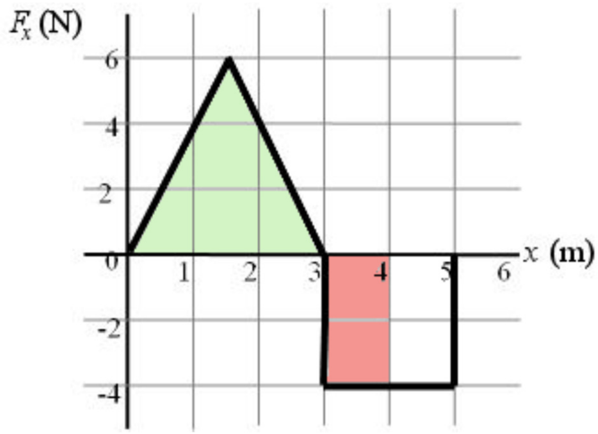


Le travail est donc

$$\begin{aligned} W &= Aire_1 - Aire_2 \\ &= 120J - 10J \\ &= 110J \end{aligned}$$

7. Il faut compter l'aire sous la courbe entre x = 0 m et x = 4 m. Comme l'objet va vers les x négatifs, l'aire au-dessus de l'axe doit être comptée comme une aire négative et l'aire en dessous de l'axe doit être comptée comme une aire positive. Le travail est donc

W = aire du rectangle rose + (- aire du triangle vert)



On a donc

$$\begin{aligned} W &= 4N \cdot 1m + -\frac{3m \cdot 6N}{2} \\ &= -5J \end{aligned}$$

8. Pour trouver le travail, il faut séparer la trajectoire en trois parties.

Pour la première partie, on a

$$\begin{aligned} W_1 &= F \Delta s \cos\theta \\ &= 10N \cdot 10m \cdot \cos 0° \\ &= 100J \end{aligned}$$

Pour la deuxième partie, on a

$$\begin{aligned} W_2 &= F \Delta s \cos\theta \\ &= 15N \cdot 8m \cdot \cos 180° \\ &= -120J \end{aligned}$$

Pour la troisième partie, on a

$$\begin{aligned} W_3 &= F\Delta s\cos\theta \\ &= 20N\cdot 12m\cdot\cos 135° \\ &= -169,71J \end{aligned}$$

Le travail total est donc

100 J + -120 J + -169,71 J = -189,71 J

9. *Calcul de W_{net}*

Pendant la montée, il n'y a que la force de gravitation qui agit sur l'objet. Le travail fait par la gravitation est donc égal au travail net.

$$\begin{aligned} W_{net} &= W_g \\ &= F_g\Delta s\cos\theta \\ &= \left(0,43kg\cdot 9,8\tfrac{N}{kg}\right)\cdot 20m\cdot\cos\left(180°\right) \\ &= -84,28J \end{aligned}$$

Calcul de ΔE_k

La variation d'énergie cinétique est

$$\Delta E_k = \frac{1}{2}mv'^2 - \frac{1}{2}mv^2$$

$$\Delta E_k = \frac{1}{2}mv'^2 - \frac{1}{2}\cdot 0,43kg\cdot\left(30\tfrac{m}{s}\right)^2$$

$$\Delta E_k = \frac{1}{2}mv'^2 - 193,5J$$

Application du théorème de l'énergie cinétique

$$W_{net} = \Delta E_k$$

$$-84,28J = \frac{1}{2}mv'^2 - 193,5J$$

$$109,22J = \frac{1}{2}mv'^2$$

$$109,22J = \frac{1}{2}\cdot 0,43kg\cdot v'^2$$

$$v' = 22,54\tfrac{m}{s}$$

10. *Calcul de W_{net}*

Pendant la descente, il y a trois forces sur Mara.

1) Une force de gravitation de 245 N vers le bas.
2) Une force normale perpendiculaire à la glissade.
3) Une force de friction vers le haut de la glissade.

Trouvons le travail fait par chacune de ces forces. Pour y arriver, il nous faudra la grandeur du déplacement, qui est égale à la longueur de la glissade. On trouve cette longueur avec

$$\sin(70°) = \frac{3m}{\Delta s}$$
$$\Delta s = 3{,}1925m$$

Le travail fait par la gravitation est

$$\begin{aligned} W_g &= F_g \Delta s \cos\theta \\ &= 245N \cdot 3{,}1925m \cdot \cos(20°) \\ &= 735J \end{aligned}$$

Le travail fait par la normale est nul, car il y a 90° entre le déplacement et la force.

Pour trouver le travail fait par la friction, il nous faut la grandeur de la force de friction et cette force dépend de la grandeur de la force normale. On trouve la grandeur de la force normale avec l'équation des forces *y*.

$$\sum F_y = ma_y$$
$$245N \cdot \sin(20°) + F_N = 0$$
$$F_N = 83{,}79N$$

La force de friction est donc

$$\begin{aligned} F_f &= \mu_c F_N \\ &= 0{,}1 \cdot 83{,}79N \\ &= 8{,}379N \end{aligned}$$

Le travail fait par la force de friction est donc

$$\begin{aligned} W_f &= F_f \Delta s \cos\theta \\ &= 8{,}379N \cdot 3{,}1925m \cdot \cos(180°) \\ &= -26{,}75J \end{aligned}$$

Le travail net est donc

$$\begin{aligned} W_{net} &= W_g + W_N + W_f \\ &= 735J + 0J - 26{,}75J \\ &= 708{,}25J \end{aligned}$$

Calcul de ΔE_k

La variation d'énergie cinétique est

$$\Delta E_k = \frac{1}{2}mv'^2 - \frac{1}{2}mv^2$$

$$\Delta E_k = \frac{1}{2}mv'^2 - \frac{1}{2} \cdot 25kg \cdot \left(0\tfrac{m}{s}\right)^2$$

$$\Delta E_k = \frac{1}{2}mv'^2$$

Application du théorème de l'énergie cinétique

$$W_{net} = \Delta E_k$$

$$708{,}25J = \frac{1}{2}mv'^2$$

$$109{,}22J = \frac{1}{2}25kg \cdot v'^2$$

$$v' = 7{,}527\tfrac{m}{s}$$

11. Arrêt total

Sachant le travail qu'il faut faire pour arrêter le skieur, on pourra trouver sa masse.

Calcul de W_{net}

Pendant l'arrêt, seule la friction fait un travail sur le skieur et on sait que le travail fait par cette force est de -3000 J.

Calcul de ΔE_k

Avec une vitesse qui passe de 10 m/s à 0 m/s, la variation d'énergie cinétique est

$$\Delta E_k = \frac{1}{2}mv'^2 - \frac{1}{2}mv^2$$
$$\Delta E_k = \frac{1}{2}\cdot m\cdot\left(0\tfrac{m}{s}\right)^2 - \frac{1}{2}\cdot m\cdot\left(10\tfrac{m}{s}\right)^2$$
$$\Delta E_k = -\frac{1}{2}\cdot m\cdot\left(10\tfrac{m}{s}\right)^2$$

Application du théorème de l'énergie cinétique

$$W_{net} = \Delta E_k$$
$$-3000J = -\frac{1}{2}\cdot m\cdot\left(10\tfrac{m}{s}\right)^2$$
$$m = 60kg$$

Arrêt partiel

Calcul de W_{net}

Pendant l'arrêt, seule la friction fait un travail sur le skieur et on sait que le travail fait par cette force est de -1500 J.

Calcul de ΔE_k

La variation d'énergie cinétique est

$$\Delta E_k = \frac{1}{2}mv'^2 - \frac{1}{2}mv^2$$
$$\Delta E_k = \frac{1}{2}\cdot 60kg\cdot v'^2 - \frac{1}{2}\cdot 60kg\cdot\left(10\tfrac{m}{s}\right)^2$$
$$\Delta E_k = 30kg\cdot v'^2 - 3000J$$

Application du théorème de l'énergie cinétique

$$W_{net} = \Delta E_k$$
$$-1500J = 30kg\cdot v'^2 - 3000J$$
$$v' = 7{,}071\tfrac{m}{s}$$

12. *Calcul de W_{net}*

Pendant la chute, il y a deux forces qui s'appliquent sur René.

1) La force de gravitation de 539 N vers le bas.
2) Une force de friction vers le haut.

Le travail fait par la force de gravitation est

$$\begin{aligned} W_g &= F_g \Delta s \cos\theta \\ &= 539N \cdot 300m \cdot \cos(0°) \\ &= 161\,700J \end{aligned}$$

Quant au travail fait par la friction, rien ne nous permet de le trouver pour l'instant. Le travail net est donc de

$$W_{net} = W_g + W_f$$
$$W_{net} = 161\,700J + W_f$$

Calcul de ΔE_k

Avec une vitesse qui passe de 0 m/s à 39,4 m/s, la variation d'énergie cinétique est

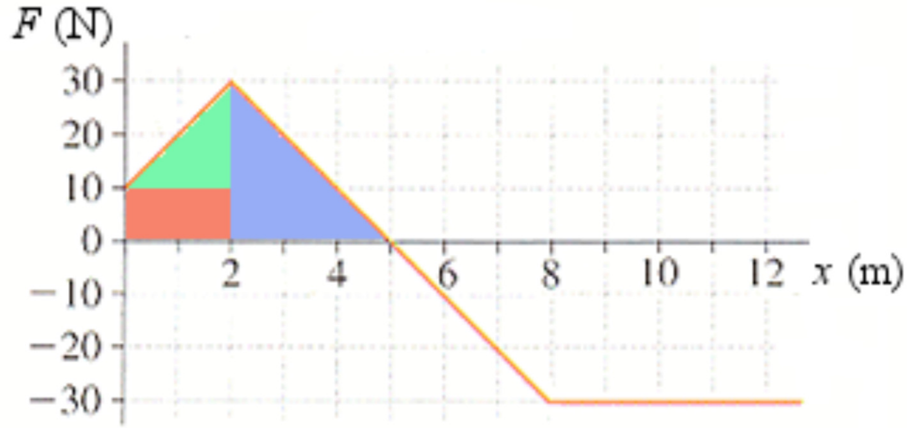
$$\begin{aligned} \Delta E_k &= \frac{1}{2}mv'^2 - \frac{1}{2}mv^2 \\ &= \frac{1}{2}55kg \cdot \left(39,4\tfrac{m}{s}\right)^2 - \frac{1}{2}55kg \cdot \left(0\tfrac{m}{s}\right)^2 \\ &= 42\,689,9J \end{aligned}$$

Application du théorème de l'énergie cinétique

$$W_{net} = \Delta E_k$$
$$161\,700J + W_f = 42\,689,9J$$
$$W_f = -119\,010,1J$$

13. a) *Calcul de W_{net}*

Ici, on calcule le travail avec l'aire sous la courbe. On calcule cette aire en séparant ainsi la surface (ce n'est pas la seule façon de le faire).



L'aire du rectangle rouge est 10 N · 2 m = 20 J.

L'aire du triangle vert est ½ (2 m · 20 N) = 20 J.

L'aire du triangle bleu est ½ (3 m · 30 N) = 45 J.

L'aire totale est donc de 20 J + 20 J + 45 J = 85 J.

Le travail net est donc

$$W_{net} = 85J$$

Calcul de ΔE_k

La variation d'énergie cinétique est

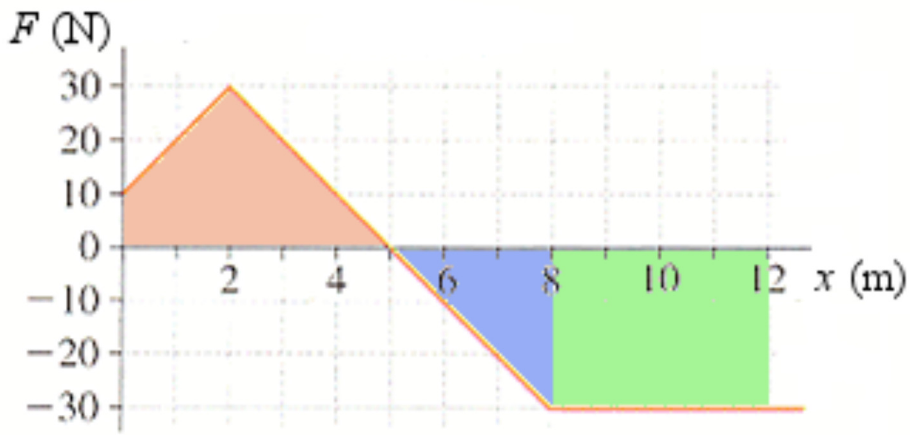
$$\Delta E_k = \frac{1}{2}mv'^2 - \frac{1}{2}mv^2$$
$$\Delta E_k = \frac{1}{2}\cdot 5kg \cdot v'^2 - \frac{1}{2}\cdot 5kg \cdot \left(2\tfrac{m}{s}\right)^2$$
$$\Delta E_k = 2,5kg \cdot v'^2 - 10J$$

Application du théorème de l'énergie cinétique

$$W_{net} = \Delta E_k$$
$$85J = 2,5kg \cdot v'^2 - 10J$$
$$v' = 6,164\tfrac{m}{s}$$

b) *Calcul de W_{net}*

Ici, on calcule le travail avec l'aire sous la courbe. On calcule cette aire en séparant ainsi la surface (ce n'est pas la seule façon de le faire).



L'aire de la partie rouge est 85 J (calculée à la partie a)

L'aire du triangle bleu est -½ (3 m · 30 N) = -45 J.

L'aire du rectangle vert est - (4 m · 30 N) = -120 J.

L'aire totale est donc de 85 J + -45 J + -120 J = -80 J.

Le travail net est donc

$$W_{net} = -80J$$

Calcul de ΔE_k

La variation d'énergie cinétique est

$$\Delta E_k = \frac{1}{2}mv'^2 - \frac{1}{2}mv^2$$
$$\Delta E_k = \frac{1}{2}\cdot 5kg \cdot v'^2 - \frac{1}{2}\cdot 5kg \cdot \left(2\tfrac{m}{s}\right)^2$$
$$\Delta E_k = 2,5kg \cdot v'^2 - 10J$$

Application du théorème de l'énergie cinétique

$$W_{net} = \Delta E_k$$
$$-80J = 2,5kg \cdot v'^2 - 10J$$
$$-70J = 2,5kg \cdot v'^2$$

Il n'y a pas de solution à cette équation. Cela veut dire que l'objet ne peut pas atteindre x = 12 m. Les forces négatives qui s'appliquent sur l'objet après x = 5 m empêcheront l'objet d'atteindre cet endroit. En fait, on pourrait calculer que l'objet ne peut pas dépasser x = 9,333 m.

14. a) On peut trouver l'accélération de l'avion avec les forces

Pour un avion sur la piste, l'équation des forces en x est

$$F_t - F_d - F_f = ma$$

On sait que la poussée est nulle, que la trainée est de 8400 N et que la force de freinage est 40 000 N, on a

$$\begin{aligned}0 - 8\,400N - 40\,000N &= 24\,000kg \cdot a \\ -48\,400N &= 24\,000kg \cdot a \\ a &= -2{,}107 \tfrac{m}{s^2}\end{aligned}$$

Après un déplacement de 1000 pieds, la vitesse est

$$\begin{aligned}2a\left(x - x_0\right) &= v^2 - v_0^2 \\ 2 \cdot \left(-2.017 \tfrac{m}{s^2}\right) \cdot \left(304{,}8m - 0m\right) &= v^2 - \left(54{,}04 \tfrac{m}{s}\right)^2 \\ -1230 \tfrac{m^2}{s^2} &= v^2 - \left(54{,}04 \tfrac{m}{s}\right)^2 \\ -1230 \tfrac{m^2}{s^2} + \left(54{,}04 \tfrac{m}{s}\right)^2 &= v^2 \\ 1690 \tfrac{m^2}{s^2} &= v^2 \\ v &= 41{,}1 \tfrac{m}{s} \\ v &= 79{,}9kts\end{aligned}$$

b) *Calcul de W_{net}*

Pendant le freinage, il y a deux forces qui font un travail sur l'avion.

1) La trainée de 8400 N vers l'arrière de l'avion.
2) La force de freinage de 40 000 N vers l'arrière de l'avion.

Le travail fait par la trainée est

$$\begin{aligned} W_d &= F_d \Delta s \cos\theta \\ &= 8400N \cdot 304,8m \cdot \cos(180°) \\ &= -2\,560kJ \end{aligned}$$

Le travail fait par la force de freinage est

$$\begin{aligned} W_f &= F_f \Delta s \cos\theta \\ &= 40\,000N \cdot 304,8m \cdot \cos(180°) \\ &= -12\,192kJ \end{aligned}$$

Le travail net est donc

$$\begin{aligned} W_{net} &= W_d + W_f \\ &= -2\,560kJ + -12\,192kJ \\ &= -14\,752kJ \end{aligned}$$

Calcul de ΔE_k

Avec une vitesse qui passe de 54,04 m/s à *v*, la variation d'énergie cinétique est

$$\begin{aligned} \Delta E_k &= \frac{1}{2}mv'^2 - \frac{1}{2}mv^2 \\ &= \frac{1}{2} \cdot 24\,000kg \cdot v^2 - \frac{1}{2} \cdot 24\,000kg \cdot \left(54,04\tfrac{m}{s}\right)^2 \\ &= 12\,000kg \cdot v^2 - 35\,043kJ \end{aligned}$$

Application du théorème de l'énergie cinétique

$$\begin{aligned} W_{net} &= \Delta E_k \\ -14\,752kJ &= 12\,000kg \cdot v^2 - 35\,043kJ \\ 20\,291kJ &= 12\,000kg \cdot v^2 \\ 1691\tfrac{m^2}{s^2} &= v^2 \\ v &= 41,1\tfrac{m}{s} \\ v &= 79,9kts \end{aligned}$$

15. En prenant un $y = 0$ à la surface de l'eau, les énergies gravitationnelles aux points A, B et C sont

$$U_{gA} = mgy = 30kg \cdot 9,8\tfrac{N}{kg} \cdot 2,8m = 823,2J$$
$$U_{gB} = mgy = 30kg \cdot 9,8\tfrac{N}{kg} \cdot 1,5m = 441J$$
$$U_{gC} = mgy = 30kg \cdot 9,8\tfrac{N}{kg} \cdot 0m = 0J$$

a) En passant de A à B, la variation d'énergie est donc

$$\begin{aligned}\Delta U_g &= U_{gB} - U_{gA} \\ &= 441J - 823,2J \\ &= -382,2J\end{aligned}$$

b) En passant de A à C, la variation d'énergie est donc

$$\begin{aligned}\Delta U_g &= U_{gC} - U_{gA} \\ &= 0J - 823,2J \\ &= -823,2J\end{aligned}$$

Le travail est donc

$$\begin{aligned}W_g &= -\Delta U_g \\ &= --823,2J \\ &= 823,2J\end{aligned}$$

16. a) <u>*Énergie mécanique à l'instant 1 (charriot au point A)*</u>

$$\begin{aligned}E &= \frac{1}{2}mv^2 + mgy \\ &= \frac{1}{2} \cdot 2000kg \cdot v^2 + 2000kg \cdot 9,8\tfrac{N}{kg} \cdot 25m \\ &= 1000kg \cdot v^2 + 490\,000J\end{aligned}$$

Nous avons choisi de mettre le $y = 0$ au point B.

<u>*Énergie mécanique à l'instant 2 (charriot au point B)*</u>

$$\begin{aligned}E' &= \frac{1}{2}mv'^2 + mgy' \\ &= \frac{1}{2} \cdot 2000kg \cdot \left(25\tfrac{m}{s}\right)^2 + 0J \\ &= 625\,000J\end{aligned}$$

Conservation de l'énergie mécanique

$$\begin{aligned} E &= E' \\ 1000kg \cdot v^2 + 490\,000J &= 625\,000J \\ v &= 11{,}62\tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

b) *Énergie mécanique à l'instant 2 (charriot au point C)*

$$\begin{aligned} E' &= \frac{1}{2}mv'^2 + mgy' \\ &= \frac{1}{2} \cdot 2000kg \cdot v'^2 + 2000kg \cdot 9{,}8\tfrac{N}{kg} \cdot 5m \\ &= 1000kg \cdot v'^2 + 98\,000J \end{aligned}$$

Conservation de l'énergie mécanique

En égalant les deux énergies mécaniques aux points A et C, on obtient

$$\begin{aligned} E' &= E' \\ 625\,000J &= 1000kg \cdot v'^2 + 98\,000J \\ v &= 22{,}96\tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

17. *Énergie mécanique à l'instant 1 (pendule au point A)*

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{2}mv^2 + mgy \\ &= 0 + mgy \end{aligned}$$

Nous avons choisi de mettre le $y = 0$ au point le plus bas du mouvement du pendule.

La hauteur du pendule au point A est

$$\begin{aligned} y &= L(1 - \cos\theta) \\ &= 1{,}2m \cdot (1 - \cos 35°) \\ &= 0{,}217m \end{aligned}$$

L'énergie mécanique est donc

$$\begin{aligned} E &= mgy \\ &= 4kg \cdot 9{,}8\tfrac{N}{m} \cdot 0{,}217m \\ &= 8{,}507J \end{aligned}$$

Énergie mécanique à l'instant 2 (pendule au point B)

$$\begin{aligned} E' &= \frac{1}{2}mv'^2 + mgy' \\ &= \frac{1}{2} \cdot 4kg \cdot v'^2 + 0 \\ &= 2kg \cdot v'^2 \end{aligned}$$

Conservation de l'énergie mécanique

$$\begin{aligned} E &= E' \\ 8{,}507J &= 2kg \cdot v'^2 \\ v' &= 2{,}062\tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

18. *Énergie mécanique à l'instant 1 (configuration montrée sur la figure)*

La hauteur du pendule est

$$\begin{aligned} y &= L(1-\cos\theta) \\ &= 4m \cdot (1-\cos 25°) \\ &= 0{,}3748m \end{aligned}$$

L'énergie mécanique du pendule à l'instant 1 est donc

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{2}mv^2 + mgy \\ &= \frac{1}{2} \cdot 2kg \cdot \left(2\tfrac{m}{s}\right)^2 + 2kg \cdot 9{,}8\tfrac{N}{kg} \cdot 0{,}3748m \\ &= 11{,}345J \end{aligned}$$

Nous avons choisi de mettre le $y = 0$ au point le plus bas du mouvement du pendule.

a) *Énergie mécanique à l'instant 2 (pendule vertical)*

$$\begin{aligned} E' &= \frac{1}{2}mv'^2 + mgy' \\ &= \frac{1}{2}\cdot 2kg \cdot v'^2 + 0 \\ &= 1kg \cdot v'^2 \end{aligned}$$

Conservation de l'énergie mécanique

$$\begin{aligned} E &= E' \\ 11,345J &= 1kg \cdot v'^2 \\ v' &= 3,368\tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

b) *Énergie mécanique à l'instant 2 (pendule à sa hauteur maximale)*

$$\begin{aligned} E' &= \frac{1}{2}mv'^2 + mgy' \\ &= 0 + 2kg \cdot 9,8\tfrac{N}{kg} \cdot y' \\ &= 19,6N \cdot y' \end{aligned}$$

Conservation de l'énergie mécanique

$$\begin{aligned} E &= E' \\ 11,345J &= 19,6N \cdot y' \\ y' &= 0,57885m \end{aligned}$$

Cela correspond à l'angle suivant.

$$\begin{aligned} \cos\theta &= \frac{L - y'}{L} \\ \cos\theta &= \frac{4m - 0,57885m}{4m} \\ \theta &= 31,2° \end{aligned}$$

19. Pour trouver le poids apparent, il nous faut l'accélération de la voiture. Or, cette accélération est une accélération centripète.

$$a_c = \frac{v^2}{r}$$

Pour la trouver, on doit connaitre la vitesse de la voiture. On va trouver cette vitesse avec la conservation de l'énergie mécanique.

Énergie mécanique à l'instant 1 (auto à la position A)

La hauteur de l'auto est

$$\begin{aligned} y &= L(1-\cos\theta) \\ &= 5m\cdot(1-\cos 80°) \\ &= 4{,}132m \end{aligned}$$

L'énergie mécanique de l'auto à l'instant 1 est donc

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{2}Mv^2 + Mgy \\ &= 0 + Mgy \\ &= Mg\cdot 4{,}132m \end{aligned}$$

Nous avons choisi de mettre le $y = 0$ au point le plus bas du mouvement de l'auto. (On utilise M pour la masse pour éviter la confusion avec les mètres.)

Énergie mécanique à l'instant 2 est (auto à la position B)

$$\begin{aligned} E' &= \frac{1}{2}Mv'^2 + Mgy' \\ &= \frac{1}{2}Mv'^2 + 0 \\ &= \frac{1}{2}Mv'^2 \end{aligned}$$

Conservation de l'énergie mécanique

$$\begin{aligned} E &= E' \\ Mg\cdot 4{,}132m &= \frac{1}{2}Mv'^2 \\ g\cdot 4{,}132m &= \frac{1}{2}v'^2 \\ v' &= 8{,}999\tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

Une personne dans la voiture a donc une accélération centripète de

$$\begin{aligned} a_c &= \frac{v^2}{r} \\ &= \frac{\left(8{,}999 \tfrac{m}{s}\right)^2}{5m} \\ &= 16{,}1965 \tfrac{m}{s^2} \end{aligned}$$

vers le haut.

Les composantes du poids apparent d'une personne dans la voiture sont donc

$$\begin{aligned} P_{app\ x} &= -Ma_x \\ &\rightarrow P_{app\ x} = 0 \\ P_{app\ y} &= -Mg - Ma_y \\ &\rightarrow P_{app\ y} = -M \cdot 9{,}8 \tfrac{N}{kg} - M \cdot 16{,}1965 \tfrac{m}{s^2} \\ &\rightarrow P_{app\ y} = -M \cdot 25{,}9965 \tfrac{N}{kg} \end{aligned}$$

Le nombre de g est donc

$$n_g = \frac{\left|P_{app}\right|}{P_{\text{reel sur Terre}}} = \frac{M \cdot 25{,}9965 \tfrac{N}{kg}}{M \cdot 9{,}8 \tfrac{N}{kg}} = 2{,}653$$

20. *Énergie mécanique à l'instant 1 (au départ, vitesse nulle)*

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{2} mv^2 + mgy \\ &= \frac{1}{2} \cdot 500kg \cdot \left(0 \tfrac{m}{s}\right)^2 + 500kg \cdot 9{,}8 \tfrac{N}{kg} \cdot 0m \\ &= 0J \end{aligned}$$

Nous avons choisi de mettre le $y = 0$ au sol.

Énergie mécanique à l'instant 2 (après le déplacement de 200 m)

$$\begin{aligned} E' &= \frac{1}{2} mv'^2 + mgy' \\ &= \frac{1}{2} \cdot 500kg \cdot v'^2 + 2kg \cdot 9{,}8 \tfrac{N}{kg} \cdot 0m \\ &= 250kg \cdot v'^2 \end{aligned}$$

Travail des autres forces

Comme il y a d'autres forces qui font des travaux, on doit aussi calculer le travail fait par ces forces.

$$W_t = 20\,000N \cdot 200m \cdot \cos(0°) = 4\,000\,000J$$
$$W_f = 5000N \cdot 200m \cdot \cos(180°) = -1\,000\,000J$$

Ce qui donne un travail net de 3 000 000 J pour les autres forces.

Utilisation de E + W_{autres} = E'

$$E + W_{autres} = E'$$
$$0 + 3\,000\,000J = 250kg \cdot v'^2$$
$$v'^2 = 12\,000 \tfrac{m^2}{s^2}$$
$$v' = 109,5 \tfrac{m}{s}$$

21. *Énergie mécanique à l'instant 1 (configuration montrée sur la figure)*

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{2}mv^2 + mgy \\ &= 0 + mg \cdot (62m) \\ &= mg \cdot (62m) \end{aligned}$$

Le $y = 0$ est au bas de la pente.

Énergie mécanique à l'instant 2 (après la descente et l'arrêt sur le plat)

$$\begin{aligned} E' &= \frac{1}{2}mv'^2 + mgy' \\ &= 0 + 0 \\ &= 0 \end{aligned}$$

Travail des autres forces

Comme il y a une autre force (la friction) qui fait un travail, on doit aussi calculer le travail fait par cette force.

$$\begin{aligned} W_{autres} &= F_f \Delta s \cdot \cos(180°) \\ &= \mu_c F_N \Delta s \cdot \cos(180°) \\ &= \mu_c mg \Delta s \cdot \cos(180°) \\ &= -\mu_c mg \Delta s \end{aligned}$$

Utilisation de $E + W_{autres} = E'$

$$\begin{gathered} E + W_{autres} = E' \\ mg \cdot (62m) + -\mu_c mg \Delta s = 0 \\ (62m) - \mu_c \Delta s = 0m \\ 62m - 0,2 \cdot \Delta s = 0m \\ \Delta s = 310m \end{gathered}$$

22. *Énergie mécanique à l'instant 1 (avion à 200 nœuds)*

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{2} m v^2 + mgy \\ &= \frac{1}{2} \cdot 260\,000kg \cdot \left(102,9 \tfrac{m}{s}\right)^2 + 260\,000kg \cdot 9,8 \tfrac{N}{kg} \cdot 0m \\ &= 1376MJ \end{aligned}$$

Nous avons choisi de mettre le $y = 0$ à la hauteur initiale de l'avion.

Énergie mécanique à l'instant 2 (avion à 220 nœuds)

Pour trouver l'énergie, on doit connaitre la hauteur de l'avion par rapport à sa hauteur initiale. Cette hauteur est

$$y = \Delta s \cdot \sin 2°$$

Pour la trouver, il nous faut le déplacement. Puisque la vitesse passe de 200 à 220 nœuds (102,9 m/s à 113,2 m/s) en 10 minutes, le déplacement est

$$\begin{aligned} \Delta s &= \frac{1}{2}(v + v_0) t \\ &= \frac{1}{2} \cdot \left(102,9 \tfrac{m}{s} + 113,2 \tfrac{m}{s}\right) \cdot 600s \\ &= 64\,830m \end{aligned}$$

La hauteur est donc

$$\begin{aligned} y &= \Delta s \cdot \sin 2° \\ &= 64\,830m \cdot \sin 2° \\ &= 2263m \end{aligned}$$

L'énergie à l'instant 2 est donc

$$\begin{aligned} E' &= \frac{1}{2}mv'^2 + mgy' \\ &= \frac{1}{2} \cdot 260\,000kg \cdot \left(113,2\tfrac{m}{s}\right)^2 + 260\,000kg \cdot 9,8\tfrac{N}{kg} \cdot 2263m \\ &= 1666MJ + 5766MJ \\ &= 7432MJ \end{aligned}$$

Travail des autres forces

Comme il y a d'autres forces qui font des travaux, on doit aussi calculer le travail fait par ces forces.

Le travail fait par les moteurs est

$$W_t$$

Le travail fait par la trainée est

$$\begin{aligned} W_d &= F_d \Delta s \cdot \cos(180°) \\ &= -F_d \Delta s \end{aligned}$$

Pour trouver le travail fait par la trainée, il faut trouver la force de trainée. Pour trouver la force de trainée, il nous faut le coefficient de trainée. Pour trouver le coefficient de trainée, il nous faut le coefficient de portance.

En montée, on a

$$F_L - mg\cos\theta = 0$$

On a donc

$$\begin{aligned} F_L &= mg\cos\theta \\ &= 260\,000kg \cdot 9,8\tfrac{m}{s^2} \cdot \cos 2° \\ &= 2\,546\,447N \end{aligned}$$

On a alors

$$\frac{1}{2}C_L A\rho v^2 = 2\,546\,447N$$

Ce qui nous mène à

$$\frac{1}{2}\cdot C_L \cdot 442m^2 \cdot 1{,}1\tfrac{kg}{m^3}\cdot\left(108{,}1\tfrac{m}{s}\right)^2 = 2\,546\,447N$$
$$C_L = 0{,}896$$

Le coefficient de trainée est alors

$$\begin{aligned} C_d &= C_{d0} + \frac{C_L^2 A}{e\pi S^2} \\ &= 0{,}031 + \frac{(0{,}896)^2\cdot 442m^2}{0{,}725\cdot\pi\cdot(64{,}75m)^2} \\ &= 0{,}031 + 0{,}037 \\ &= 0{,}068 \end{aligned}$$

La force de trainée est donc

$$\begin{aligned} F_d &= \frac{1}{2}C_d A\rho v^2 \\ &= \frac{1}{2}\cdot 0{,}068\cdot 442m^2\cdot 1{,}1\tfrac{kg}{m^3}\cdot\left(108{,}1\tfrac{m}{s}\right)^2 \\ &= 193\,172N \end{aligned}$$

Le travail fait par la trainée est donc

$$\begin{aligned} W_d &= F_d \Delta s \cos\theta \\ &= 193\,172N\cdot 64\,830m\cdot\cos(180°) \\ &= -12\,523MJ \end{aligned}$$

Le travail fait par les autres forces est donc

$$\begin{aligned} W_{autres} &= W_t + W_d \\ &= W_t + -12\,523MJ \end{aligned}$$

Utilisation de $E + W_{autres} = E'$

$$\begin{aligned} E + W_{autres} &= E' \\ 1376MJ + W_t + -12\,523MJ &= 7432MJ \\ W_t &= 18\,579MJ \end{aligned}$$

23. L'énergie cinétique de l'avion est

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}mv^2 &= \frac{1}{2}\cdot 55\,000kg\cdot\left(70,5\tfrac{m}{s}\right)^2 \\ &= 136,7MJ \end{aligned}$$

Comme chacun des 4 systèmes de frein peut recevoir 40 MJ, les freins peuvent recevoir 160 MJ. Les freins peuvent donc recevoir toute l'énergie cinétique de l'avion sans dépasser le maximum d'énergie.

Ce Boeing 737 pourrait donc s'arrêter uniquement en se servant des freins.

24. L'énergie cinétique de l'avion doit se transformer en autres formes d'énergie. Cette énergie cinétique de l'avion est

$$\begin{aligned} E_k &= \frac{1}{2}mv^2 \\ &= \frac{1}{2}\cdot 260\,000kg\cdot\left(72,1\tfrac{m}{s}\right)^2 \\ &= 675,8MJ \end{aligned}$$

Comme chacun des 4 systèmes de freins peut prendre 40 MJ, les freins vont prendre 160 MJ. L'énergie qu'il reste à enlever à l'avion est alors

$$675,8MJ - 160MJ = 515,8MJ$$

Cette énergie qui reste doit être perdue grâce au travail fait par la trainée et par les inverseurs de poussée.

Trouvons premièrement le travail fait par la force de trainée sur l'avion. Comme cette force dépend de la vitesse, elle varie constamment. On va approximer en faisant la moyenne de la trainée en début et en fin de piste.

Pour trouver la trainée en début de piste, il nous faut le coefficient de trainée. Ce coefficient est

$$C_d = C_{d0} + 0,020 + 0,120 + \frac{C_L^2 A}{e\pi S^2}$$

On ajoute 0,020 pour le train et 0,120 pour les volets. On a donc

$$\begin{aligned} C_d &= 0,031 + 0,020 + 0,120 + \frac{(0,5)^2 \cdot 442m^2}{0,725 \cdot \pi \cdot (64,75m)^2} \\ &= 0,031 + 0,020 + 0,120 + 0,012 \\ &= 0,183 \end{aligned}$$

La trainée est donc

$$\begin{aligned} F_d &= \frac{1}{2} C_d A \rho v^2 \\ &= \frac{1}{2} \cdot 0,183 \cdot 442m^2 \cdot 1,16\tfrac{kg}{m^3} \cdot \left(72,1\tfrac{m}{s}\right)^2 \\ &= 243\,878N \end{aligned}$$

À la fin de la période de freinage, la trainée est nulle. La moyenne est de la trainée est donc

$$\begin{aligned} F_{d\,moy} &= \frac{243\,878 + 0N}{2} \\ &= 121\,939N \end{aligned}$$

Le travail fait par la trainée est

$$\begin{aligned} W_d &= F_d \Delta s \cos\theta \\ &= 121\,939N \cdot 1371,6m \cdot \cos 180° \\ &= -167,3MJ \end{aligned}$$

La friction va donc faire perdre 167,3 MJ. L'énergie qu'il reste à enlever à l'avion est donc

$$515,8MJ - 167,3MJ = 348,5MJ$$

Les inverseurs de poussée doivent donc faire un travail de -348,5 MJ. On a donc

$$\begin{aligned} W_t &= F_t \Delta s \cos\theta \\ -348{,}5MJ &= F_t \cdot 1371{,}6m \cdot \cos 180° \\ -348{,}5MJ &= -F_t \cdot 1371{,}6m \\ F_t &= 254\,082N \end{aligned}$$

Chacun des inverseurs de poussée doit donc faire une force de 127 041 N.

25. Il n'y a que force faite par la corde qui fait un travail sur la boite. Ce travail est donc le travail net. Selon le théorème de l'énergie cinétique, ce travail net est

$$\begin{aligned} W_{net} &= \Delta E_k \\ &= \frac{1}{2}mv'^2 - \frac{1}{2}mv^2 \\ &= \frac{1}{2}\cdot 5kg \cdot \left(20\tfrac{m}{s}\right)^2 - \frac{1}{2}\cdot 5kg \cdot \left(0\tfrac{m}{s}\right)^2 \\ &= 1000J \end{aligned}$$

C'est le travail fait par la corde, donc par le treuil. La puissance moyenne du treuil est donc

$$\begin{aligned} \overline{P} &= \frac{W}{\Delta t} \\ &= \frac{1000J}{10s} \\ &= 100W \end{aligned}$$

Le treuil doit ensuite accélérer une masse de 100 kg pour lui donner une vitesse de 10 m/s. Alors, le travail fait par le treuil est

$$\begin{aligned} W_{net} &= \Delta E_k \\ &= \frac{1}{2}mv'^2 - \frac{1}{2}mv^2 \\ &= \frac{1}{2}\cdot 100kg \cdot \left(10\tfrac{m}{s}\right)^2 - \frac{1}{2}\cdot 100kg \cdot \left(0\tfrac{m}{s}\right)^2 \\ &= 5000J \end{aligned}$$

Puisque la puissance moyenne est la même, on a

$$\overline{P} = \frac{W}{\Delta t}$$
$$100W = \frac{5000J}{\Delta t}$$
$$\Delta t = 50s$$

26. a)

Comme on cherche la puissance du treuil, il faut trouver la puissance de la force faite par la corde. Trouvons donc la force faite par la corde.

S'il n'y a pas de friction, il y a 3 forces sur la caisse (avec un axe des *x* vers le haut de la pente).

1) La gravitation de 490 N vers le bas.
2) La normale perpendiculaire à la surface.
3) La force faite par la corde vers le haut de la pente (qu'on va appeler *T*).

L'équation des forces en *x* est

$$\sum F_x = ma_x$$
$$490N \cdot \cos(-120°) + T = 0$$
$$T = 245N$$

La puissance de la force faite par la corde est donc

$$\begin{aligned} P &= Fv\cos\theta \\ &= 245N \cdot 10\tfrac{m}{s} \cdot \cos(0°) \\ &= 2450W \end{aligned}$$

b) Encore une fois, il faut trouver la puissance de la force faite par la corde. Trouvons donc la force faite par la corde.

Puisqu'il y a de la friction, il y a 4 forces sur la caisse.

1) La gravitation de 490 N vers le bas.
2) La normale perpendiculaire à la surface.
3) La tension de la corde vers le haut de la pente.
4) La force faite par la corde vers le bas de la pente (*T*).

Les équations des forces sont (avec un axe des *x* vers le haut de la pente)

$$\sum F_x = ma_x$$
$$\rightarrow 490N \cdot \cos(-120°) + T - \mu_c F_N = 0$$
$$\sum F_y = ma_y$$
$$\rightarrow 490N \cdot \sin(-120°) + F_N = 0$$

L'équation des forces en y nous permet de trouver la normale.

$$490N \cdot \sin(-120°) + F_N = 0$$
$$F_N = 424,35N$$

On utilise ensuite cette valeur dans l'équation des forces en x pour trouver la force faite par la corde.

$$490N \cdot \cos(-120°) + T - \mu_c F_N = 0$$
$$490N \cdot \cos(-120°) + T - 0,3 \cdot 424,35N = 0$$
$$T = 372,3N$$

La puissance de la force faite par la corde est donc

$$\begin{aligned} P &= Fv\cos\theta \\ &= 372,3N \cdot 10\tfrac{m}{s} \cdot \cos(0°) \\ &= 3723W \end{aligned}$$

27. a) *Énergie mécanique à l'instant 1 (fusée arrêtée au sol)*

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{2}mv^2 + mgy \\ &= 0 + 0 \\ &= 0 \end{aligned}$$

Le $y = 0$ est au sol.

Énergie mécanique à l'instant 2 (fusée à 2600 m)

$$\begin{aligned} E' &= \frac{1}{2}mv'^2 + mgy' \\ &= \frac{1}{2}\cdot 30kg \cdot \left(320\tfrac{m}{s}\right)^2 + 30kg \cdot 9,8\tfrac{N}{kg}\cdot 2600m \\ &= 1536kJ + 764,4kJ \\ &= 2300,4kJ \end{aligned}$$

Travail des autres forces

Il y a une autre force (la poussée des moteurs) qui fait un travail. Le travail de cette force est

$$W_t$$

Utilisation de $E + W_{autres} = E'$

$$\begin{aligned} E + W_{autres} &= E' \\ 0 + W_t &= 2300,4kJ \\ W_t &= 2300,4kJ \end{aligned}$$

b) La puissance moyenne du moteur est

$$\begin{aligned} P &= \frac{W}{\Delta t} \\ &= \frac{2\,300\,400J}{180s} \\ &= 12\,780W \end{aligned}$$

28. a) La puissance de la poussée est

$$P_{req} = F_t v\cos\theta$$

Pour la trouver, on doit connaitre la force de poussée. Quand l'avion vole horizontalement à vitesse constante, la poussée des moteurs est égale à la trainée. Pour trouver la force de trainée, il nous faut le coefficient de trainée. Pour trouver le coefficient de trainée, il nous faut le coefficient de portance.

En vol horizontal à vitesse constante, la portance est égale au poids. On a donc

$$\begin{aligned} F_L &= mg \\ &= 260\,000kg \cdot 9{,}8\tfrac{m}{s^2} \\ &= 2\,548\,000N \end{aligned}$$

On a alors

$$\frac{1}{2}C_L A\rho v^2 = 2\,548\,000N$$

Ce qui nous mène à

$$\frac{1}{2}\cdot C_L \cdot 442m^2 \cdot 0{,}341\tfrac{kg}{m^3}\cdot\left(251{,}2\tfrac{m}{s}\right)^2 = 2\,548\,000N$$
$$C_L = 0{,}536$$

Le coefficient de trainée est alors

$$\begin{aligned} C_d &= C_{d0} + \frac{C_L^2 A}{e\pi S^2} \\ &= 0{,}031 + \frac{(0{,}536)^2 \cdot 442m^2}{0{,}725\cdot\pi\cdot(64{,}75m)^2} \\ &= 0{,}031 + 0{,}013 \\ &= 0{,}044 \end{aligned}$$

La force de trainée est donc

$$\begin{aligned} F_d &= \frac{1}{2}C_d A\rho v^2 \\ &= \frac{1}{2}\cdot 0{,}044\cdot 442m^2\cdot 0{,}341\tfrac{kg}{m^3}\cdot\left(251{,}2\tfrac{m}{s}\right)^2 \\ &= 209\,237N \end{aligned}$$

La poussée des moteurs est donc aussi de 209 237 N. Chaque moteur doit donc faire une poussée de 104 619 N.

La puissance d'un moteur est donc

$$\begin{aligned} P_t &= F_t v\cos\theta \\ &= 104\,619N\cdot 251{,}2\tfrac{m}{s}\cdot\cos(0°) \\ &= 26\,280kW \end{aligned}$$

b) La puissance de la poussée est

$$P_t = F_t v \cos\theta$$

Pour la trouver, on doit connaitre la force de poussée. Quand l'avion vole horizontalement, on a

$$F_t - F_d = ma$$

On a alors

$$\begin{aligned} F_t - 209\,237N &= 260\,000kg \cdot \left(-0,5\tfrac{m}{s^2}\right) \\ F_t - 209\,237N &= -130\,000N \\ F_t &= 79\,237N \end{aligned}$$

La poussée des moteurs est donc aussi de 79 237 N. Chaque moteur doit donc faire une poussée de 39 619 N.

La puissance d'un moteur est donc

$$\begin{aligned} P_t &= F_t v \cos\theta \\ &= 39\,619N \cdot 251,2\tfrac{m}{s} \cdot \cos(0°) \\ &= 9\,952kW \end{aligned}$$

c) La puissance de la poussée est

$$P_{req} = F_t v \cos\theta$$

Pour la trouver, on doit connaitre la force de poussée. Quand l'avion descend, on a

$$F_t - F_d + mg\sin\theta = ma$$

Il nous faut l'angle de descente. La vitesse verticale est 2,54 m/s. L'angle est donc

$$\begin{aligned} v_y &= v\sin\theta \\ 2,54\tfrac{m}{s} &= 251,2\tfrac{m}{s} \cdot \sin\theta \\ \sin\theta &= 0,0101 \\ \theta &= 0,579° \end{aligned}$$

On a alors

$$\begin{aligned} F_t - 209\,237N + 260\,000kg \cdot 9{,}8\tfrac{N}{kg} \cdot \sin 0{,}579° &= 0 \\ F_t - 209\,237N + 25\,748N &= 0 \\ F_t &= 183\,489N \end{aligned}$$

La poussée des moteurs est donc aussi de 183 489 N. Chaque moteur doit donc faire une poussée de 91 745 N.

La puissance d'un moteur est donc

$$\begin{aligned} P_t &= F_t v \cos\theta \\ &= 91\,745N \cdot 251{,}2\tfrac{m}{s} \cdot \cos(0°) \\ &= 23\,046kW \end{aligned}$$

29. a) Sur la piste au décollage, l'équation des forces en x est

$$F_t - F_d = ma$$

Comme il n'y a pas de trainée en début de piste (puisque la vitesse est nulle), on a

$$F_t = ma$$

Avec l'accélération maximale, on peut trouver la force maximale.

$$\begin{aligned} F_{t\max} &= ma_{\max} \\ &= 260\,000kg \cdot 3{,}3\tfrac{m}{s^2} \\ &= 858\,000N \end{aligned}$$

Cela signifie que chacun des moteurs peut exercer une force de 429 000 N.

b) La puissance du jet est

$$P_j = \frac{1}{2}R\left(v_{\exp}^2 - v^2\right)$$

Pour la trouver, on doit connaitre la vitesse d'expulsion et R. On peut les trouver avec les équations de la poussée faite par un moteur.

On peut calculer la vitesse d'expulsion avec

$$F_t = \frac{1}{2}\left(v_{\exp}^2 - v^2\right)\pi A_h$$

Comme l'aire de la soufflante est

$$\begin{aligned} A_h &= \pi r^2 \\ &= \pi \cdot (1{,}5m)^2 \\ &= 7{,}069m^2 \end{aligned}$$

On a

$$\begin{aligned} F_t &= \frac{1}{2}\left(v_{\exp}^2 - v^2\right)\rho A_h \\ 429\,000N &= \frac{1}{2}\left(v_{\exp}^2 - 0^2\right)\cdot 1{,}2\tfrac{kg}{m^3}\cdot 7{,}069m^2 \\ 101145\tfrac{m^2}{s^2} &= v_{\exp}^2 \\ v_{\exp} &= 318{,}0\tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

On peut trouver *R* avec l'autre formule de la poussée des moteurs.

$$\begin{aligned} F_t &= \left(v_{\exp} - v\right)R \\ 429\,000N &= \left(318{,}0\tfrac{m}{s} - 0\right)\cdot R \\ R &= 1349\tfrac{kg}{s} \end{aligned}$$

La puissance du jet est donc

$$\begin{aligned} P_j &= \frac{1}{2}R\left(v_{\exp}^2 - v^2\right) \\ &= \frac{1}{2}\cdot 1349\tfrac{kg}{s}\cdot\left(\left(318{,}0\tfrac{m}{s}\right)^2 - 0\right) \\ &= 68\,208kW \end{aligned}$$

30. a) La puissance requise est

$$P_{req} = Rv\left(v_{\exp} - v\right)$$

Pour la trouver, on doit connaitre la vitesse d'expulsion. Pour la connaitre, on doit connaitre la poussée des moteurs. Quand l'avion vole horizontalement à vitesse constante, la poussée des moteurs est égale à la trainée. Pour trouver la force de trainée, il nous faut le coefficient de trainée. Pour trouver le coefficient de trainée, il nous faut le coefficient de portance.

En vol horizontal à vitesse constante, la portance est égale au poids. On a donc

$$\begin{aligned} F_L &= mg \\ &= 260\,000kg \cdot 9,8\tfrac{m}{s^2} \\ &= 2\,548\,000N \end{aligned}$$

On a alors

$$\frac{1}{2}C_L A\rho v^2 = 2\,548\,000N$$

Ce qui nous mène à

$$\frac{1}{2}\cdot C_L \cdot 442m^2 \cdot 0,341\tfrac{kg}{m^3}\cdot\left(251,2\tfrac{m}{s}\right)^2 = 2\,548\,000N$$
$$C_L = 0,536$$

Le coefficient de trainée est alors

$$\begin{aligned} C_d &= C_{d0} + \frac{C_L^2 A}{e\pi S^2} \\ &= 0,031 + \frac{(0,536)^2 \cdot 442m^2}{0,725\cdot\pi\cdot(64,75m)^2} \\ &= 0,031 + 0,013 \\ &= 0,044 \end{aligned}$$

La force de trainée est donc

$$\begin{aligned} F_d &= \frac{1}{2}C_d A\rho v^2 \\ &= \frac{1}{2}\cdot 0,044\cdot 442m^2\cdot 0,341\tfrac{kg}{m^3}\cdot\left(251,2\tfrac{m}{s}\right)^2 \\ &= 209\,237N \end{aligned}$$

La poussée des moteurs est donc aussi de 209 237 N. Chaque moteur doit donc faire une poussée de 104 619 N.

On peut alors calculer la vitesse d'expulsion avec

$$F_t = \frac{1}{2}\left(v_{\exp}^2 - v^2\right)\pi A_h$$

Comme l'aire de la soufflante est

$$\begin{aligned} A_h &= \pi r^2 \\ &= \pi \cdot (1,5m)^2 \\ &= 7,069m^2 \end{aligned}$$

On a

$$\begin{aligned} F_t &= \frac{1}{2}\left(v_{\exp}^2 - v^2\right)\rho A_h \\ 104\,619N &= \frac{1}{2}\left(v_{\exp}^2 - \left(251,2\tfrac{m}{s}\right)^2\right)\cdot 0,341\tfrac{kg}{m^3}\cdot 7,069m^2 \\ 86\,801\tfrac{m^2}{s^2} &= v_{\exp}^2 - \left(251,2\tfrac{m}{s}\right)^2 \\ 86\,801\tfrac{m^2}{s^2} + \left(251,2\tfrac{m}{s}\right)^2 &= v_{\exp}^2 \\ v_{\exp} &= 387,2\tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

Il nous faut aussi *R*. On peut trouver *R* avec l'autre formule de la poussée des moteurs.

$$\begin{aligned} F_t &= \left(v_{\exp} - v\right)R \\ 104\,619N &= \left(387,2\tfrac{m}{s} - 251,2\tfrac{m}{s}\right)\cdot R \\ R &= 769,3\tfrac{kg}{s} \end{aligned}$$

La puissance requise est donc

$$\begin{aligned} P_{req} &= Rv\left(v_{\exp} - v\right) \\ &= 769,3\tfrac{kg}{s}\cdot 251,2\tfrac{m}{s}\cdot\left(387,2\tfrac{m}{s} - 251,2\tfrac{m}{s}\right) \\ &= 26\,282kW \end{aligned}$$

(À part une petite différence qui vient des arrondissements, c'est la même réponse que le a du numéro précédent. C'est normal, il s'agit de 2 façons de faire le même calcul.)

b) La puissance du jet est

$$\begin{aligned}P_j &= \frac{1}{2}R\left(v_{\text{exp}}^2 - v^2\right)\\ &= \frac{1}{2}\cdot 796{,}3\tfrac{kg}{s}\cdot\left(\left(387{,}2\tfrac{m}{s}\right)^2 - \left(251{,}2\tfrac{m}{s}\right)^2\right)\\ &= 33\,396kW\end{aligned}$$

c) L'efficacité propulsive est

$$\begin{aligned}\eta &= \frac{2v}{v_{\text{exp}} + v}\\ &= \frac{2\cdot 251{,}2\frac{m}{s}}{387{,}2\frac{m}{s} + 252{,}2\frac{m}{s}}\\ &= 0{,}787\end{aligned}$$

31. a) L'efficacité totale est

$$\eta_{tot} = \frac{F_t v}{\text{énergie du carburant consommé par seconde}}$$

Pour trouver la quantité de carburant consommé par seconde, il nous faut la poussée des moteurs. Quand l'avion vole horizontalement à vitesse constante, la poussée des moteurs est égale à la trainée. Pour trouver la force de trainée, il nous faut le coefficient de trainée. Pour trouver le coefficient de trainée, il nous faut le coefficient de portance.

En vol horizontal à vitesse constante, la portance est égale au poids. On a donc

$$\begin{aligned}F_L &= mg\\ &= 280\,000kg\cdot 9{,}8\tfrac{m}{s^2}\\ &= 2\,744\,000N\end{aligned}$$

On a alors

$$\frac{1}{2}C_L A\rho v^2 = 2\,744\,000N$$

Ce qui nous mène à

$$\frac{1}{2}\cdot C_L\cdot 442m^2\cdot 0,341\tfrac{kg}{m^3}\cdot\left(251,2\tfrac{m}{s}\right)^2 = 2\,744\,000N$$
$$C_L = 0,577$$

Le coefficient de trainée est alors

$$\begin{aligned} C_d &= C_{d0}+\frac{C_L^2 A}{e\pi S^2} \\ &= 0,031+\frac{\left(0,577\right)^2\cdot 442m^2}{0,725\cdot\pi\cdot\left(64,75m\right)^2} \\ &= 0,031+0,015 \\ &= 0,046 \end{aligned}$$

La force de trainée est donc

$$\begin{aligned} F_d &= \frac{1}{2}C_d A\rho v^2 \\ &= \frac{1}{2}\cdot 0,046\cdot 442m^2\cdot 0,341\tfrac{kg}{m^3}\cdot\left(251,2\tfrac{m}{s}\right)^2 \\ &= 218\,748N \end{aligned}$$

La poussée des moteurs est donc aussi de 218 748 N.

On a donc

$$\eta_{tot} = \frac{F_t v}{\text{énergie du carburant consommé par seconde}}$$
$$0,34 = \frac{218\,748N\cdot 251,2\tfrac{m}{s}}{\text{énergie du carburant consommé par seconde}}$$
$$\text{énergie du carburant consommé par seconde} = 161\,616\tfrac{kJ}{s}$$

Puisqu'un kilogramme de carburant donne 42 000 kJ, on consomme

$$\frac{161\,616\tfrac{kJ}{s}}{42\,000\tfrac{kJ}{kg}} = 3,848\tfrac{kg}{s}$$

En 1 minute, on consomme donc

$$3,848\tfrac{kg}{s}\cdot 60\tfrac{s}{min} = 231\tfrac{kg}{min}$$

b) L'efficacité totale est

$$\eta_{tot} = \frac{F_t v}{\text{énergie du carburant consommé par seconde}}$$

Pour trouver la quantité de carburant consommé par seconde, il nous faut la poussée des moteurs. Quand l'avion vole horizontalement à vitesse constante, la poussée des moteurs est égale à la trainée. Pour trouver la force de trainée, il nous faut le coefficient de trainée. Pour trouver le coefficient de trainée, il nous faut le coefficient de portance.

En vol horizontal à vitesse constante, la portance est égale au poids. On a donc

$$\begin{aligned} F_L &= mg \\ &= 190\,000kg \cdot 9{,}8\tfrac{m}{s^2} \\ &= 1\,862\,000N \end{aligned}$$

On a alors

$$\frac{1}{2} C_L A \rho v^2 = 1\,862\,000N$$

Ce qui nous mène à

$$\frac{1}{2} \cdot C_L \cdot 442m^2 \cdot 0{,}341\tfrac{kg}{m^3} \cdot \left(251{,}2\tfrac{m}{s}\right)^2 = 1\,862\,000N$$
$$C_L = 0{,}392$$

Le coefficient de trainée est alors

$$\begin{aligned} C_d &= C_{d0} + \frac{C_L^2 A}{e\pi S^2} \\ &= 0{,}031 + \frac{(0{,}392)^2 \cdot 442m^2}{0{,}725 \cdot \pi \cdot (64{,}75m)^2} \\ &= 0{,}031 + 0{,}007 \\ &= 0{,}038 \end{aligned}$$

La force de trainée est donc

$$\begin{aligned} F_d &= \frac{1}{2} C_d A \rho v^2 \\ &= \frac{1}{2} \cdot 0{,}038 \cdot 442 m^2 \cdot 0{,}341 \tfrac{kg}{m^3} \cdot \left(251{,}2 \tfrac{m}{s}\right)^2 \\ &= 180\,705 N \end{aligned}$$

La poussée des moteurs est donc aussi de 180 705 N.

On a donc

$$\begin{aligned} \eta_{tot} &= \frac{F_t v}{\text{énergie du carburant consommé par seconde}} \\ 0{,}34 &= \frac{180\,705 N \cdot 251{,}2 \tfrac{m}{s}}{\text{énergie du carburant consommé par seconde}} \\ \text{énergie du carburant consommé par seconde} &= 133\,509 \tfrac{kJ}{s} \end{aligned}$$

Puisqu'un kilogramme de carburant donne 42 000 kJ, on consomme

$$\frac{133\,509 \tfrac{kJ}{s}}{42\,000 \tfrac{kJ}{kg}} = 3{,}179 \tfrac{kg}{s}$$

En 1 minute, on consomme donc

$$3{,}179 \tfrac{kg}{s} \cdot 60 \tfrac{s}{min} = 191 \tfrac{kg}{min}$$

c) La moyenne de consommation est

$$\frac{231 \tfrac{kg}{min} + 191 \tfrac{kg}{min}}{2} = 211 \tfrac{kg}{min}$$

Avec 110 000 kg de carburant, on peut consommer du carburant pendant

$$\frac{110\,000 kg}{211 \tfrac{kg}{min}} = 521 min$$

d) À cette vitesse pendant 521 minutes, on peut parcourir

$$\begin{aligned}\Delta s &= v\Delta t\\ &= 251{,}2\tfrac{m}{s}\cdot 512\cdot 60s\\ &= 7\,716\,864m\\ &= 7716km\end{aligned}$$

32. a) La puissance minimale est

$$\begin{aligned}P_{\min} &= \sqrt[4]{\frac{1024C_{d0}Am^6g^6}{27\rho^2e^3\pi^3S^6}}\\ &= \sqrt[4]{\frac{1024\cdot 0{,}031\cdot 442m^2\cdot\left(260\,000kg\right)^6\cdot\left(9{,}8\tfrac{N}{kg}\right)^6}{27\cdot\left(0{,}341\tfrac{kg}{m^3}\right)^2\cdot 0{,}725^3\cdot\pi^3\left(64{,}75m\right)^6}}\\ &= \sqrt[4]{1{,}404\times 10^{29}\tfrac{kg^4m^4}{s^{12}}}\\ &= 34\,425kW\end{aligned}$$

b) La vitesse de puissance minimale est

$$\begin{aligned}v_{d\min} &= \sqrt[4]{\frac{4m^2g^2}{3C_{d0}A\rho^2e\pi S^2}}\\ &= \sqrt[4]{\frac{4\cdot\left(260\,000kg\right)^2\cdot\left(9{,}8\tfrac{N}{kg}\right)^2}{3\cdot 0{,}031\cdot 442m^2\cdot\left(0{,}341\tfrac{kg}{m^3}\right)^2\cdot 0{,}725\cdot\pi\cdot\left(64{,}75m\right)^2}}\\ &= \sqrt[4]{568\,954\,371\tfrac{m^4}{s^4}}\\ &= 154{,}4\tfrac{m}{s}\\ &= 300{,}1kts\end{aligned}$$

33. La puissance disponible totale est de 140 000 kW puisqu'il y a 2 moteurs. La vitesse maximale est donc

$$\begin{aligned} v_{\max} &= \sqrt[3]{\frac{2P_{av}}{C_{d0}A\rho}} \\ &= \sqrt[3]{\frac{2\cdot 140\,000\,000W}{0,021\cdot 442m^2\cdot 0,341\frac{kg}{m^3}}} \\ &= 445,6\tfrac{m}{s} \\ &= 865,8kts \end{aligned}$$

(En fait, l'Airbus aurait beaucoup de difficulté à atteindre cette vitesse qui est supérieure à la vitesse du son. Il faut dire que plusieurs de nos formules ne sont plus valides quand l'avion s'approche trop de la vitesse du son.)

34. a)

Pour trouver le rythme de montée maximal, il nous fait la puissance requise minimale. Cette puissance est

$$\begin{aligned} P_{\min} &= \sqrt[4]{\frac{1024C_{d0}Am^6g^6}{27\rho^2e^3\pi^3S^6}} \\ &= \sqrt[4]{\frac{1024\cdot 0,031\cdot 442m^2\cdot(260\,000kg)^6\cdot\left(9,8\frac{N}{kg}\right)^6}{27\cdot\left(1,202\frac{kg}{m^3}\right)^2\cdot 0,725^3\cdot\pi^3(64,75m)^6}} \\ &= \sqrt[4]{1,138\times 10^{29}\frac{kg^4m^4}{s^{12}}} \\ &= 18\,336kW \end{aligned}$$

Le rythme de montée maximal est donc de

$$\begin{aligned} C_{\max} &= \frac{P_{av}-P_{\min}}{mg} \\ &= \frac{2\cdot 70\,000kW - 18\,336kW}{260\,000kg\cdot 9,8\frac{N}{kg}} \\ &= 47,75\tfrac{m}{s} \\ &= 156,7\tfrac{pieds}{s} \\ &= 9399\tfrac{pieds}{min} \end{aligned}$$

b) Pour avoir le rythme de montée le plus grand, on doit monter à la vitesse de puissance minimale. Ici, cette vitesse est

$$
\begin{aligned}
v_{d\,\min} &= \sqrt[4]{\frac{4m^2 g^2}{3C_{d0}A\rho^2 e\pi S^2}} \\
&= \sqrt[4]{\frac{4\cdot\left(260\,000kg\right)^2\cdot\left(9,8\,\frac{N}{kg}\right)^2}{3\cdot 0,031\cdot 442m^2\cdot\left(1,202\,\frac{kg}{m^3}\right)^2\cdot 0,725\cdot\pi\cdot\left(64,75m\right)^2}} \\
&= \sqrt[4]{45\,790\,698\,\frac{m^4}{s^4}} \\
&= 82,3\,\tfrac{m}{s} \\
&= 159,8kts
\end{aligned}
$$