Solutionnaire du chapitre 9

1. a) Si le nuage est uniquement fait d'hydrogène, la masse moyenne des molécules est de

$$m = \frac{1g/mol}{6,02\times 10^{23}\ \frac{atomes}{mol}} = 1,6611\times 10^{-24}\ \frac{g}{atome}$$

La taille critique est

$$\begin{aligned} R &= \frac{GmM}{5kT} \\ &= \frac{6,674\times 10^{-11}\ \frac{Nm^2}{kg^2}\cdot 1,6611\times 10^{-27}kg\cdot\left(200\cdot 1,9885\times 10^{30}kg\right)}{5\cdot 1,381\times 10^{-23}\ \frac{J}{K}\cdot 20K} \\ &= 3,193\times 10^{16}m \\ &= 3,38al \end{aligned}$$

2. a) Si le nuage est uniquement fait d'hydrogène, la masse moyenne des molécules est de

$$m = \frac{1g/mol}{6,02\times 10^{23}\ \frac{atomes}{mol}} = 1,6611\times 10^{-24}\ \frac{g}{atome}$$

La taille critique est

$$\begin{aligned} R &= \frac{GmM}{5kT} \\ &= \frac{6,674\times 10^{-11}\ \frac{Nm^2}{kg^2}\cdot 1,6611\times 10^{-27}kg\cdot\left(500\cdot 1,9885\times 10^{30}kg\right)}{5\cdot 1,381\times 10^{-23}\ \frac{J}{K}\cdot 40K} \\ &= 3,991\times 10^{16}m \end{aligned}$$

La densité est donc

$$\begin{aligned}\rho &= \frac{M}{volume} \\ &= \frac{500\times 1,9885\times 10^{30}\,kg}{\frac{4}{3}\pi\left(3,991\times 10^{16}\,m\right)^{3}} \\ &= 3,733\times 10^{-18}\,\tfrac{kg}{m^3} = 2,25\times 10^{9}\,\tfrac{atomes}{m^3}\end{aligned}$$

3. La limite d'Eddington de cette étoile est

$$\begin{aligned}L &= 3,3\times 10^{4}\,M \\ &= 3,3\times 10^{4}\cdot 120 \\ &= 3\,960\,000 L_{\odot}\end{aligned}$$

Comme sa luminosité est de 5 000 000 L⊙, cette étoile a dépassé la limite d'Eddington.

4. a) La masse d'hydrogène par m³ est

$$152900kg\cdot 0,346 = 52\,900kg$$

Le nombre de noyaux d'hydrogène est

$$N_H = \frac{52\,900kg}{1,6735\times 10^{-27}\,kg} = 3,161\times 10^{31}$$

Le nombre de moles d'hydrogène est donc

$$n_H = \frac{3,161\times 10^{31}}{6,022\times 10^{23}} = 5,249\times 10^{7}$$

La masse d'hélium par m³ est

$$152900kg\cdot 0,654 = 100\,000kg$$

Le nombre de noyaux d'hélium est

$$N_{He} = \frac{100\,000kg}{6,6465\times 10^{-27}\,kg} = 1,504\times 10^{31}$$

Le nombre de moles d'hydrogène est donc

$$n_{He} = \frac{1,505 \times 10^{31}}{6,022 \times 10^{23}} = 2,498 \times 10^{7}$$

Comme chaque hydrogène a aussi ajouté un électron et chaque hélium a ajouté 2 électrons, le nombre total de moles de particule par m³ est

$$\begin{aligned} n &= n_H + n_{He} + n_e \\ &= n_H + n_{He} + \left(n_H + 2n_{He}\right) \\ &= 2n_H + 3n_{He} \\ &= 2 \cdot 5,249 \times 10^{7} + 3 \cdot 2,498 \times 10^{7} \\ &= 17,992 \times 10^{7} \end{aligned}$$

b) La pression est donc

$$\begin{aligned} P_{thermique} &= \frac{n}{V} RT \\ &= \frac{17,992 \times 10^{7}\, mol}{1m^3} \cdot 8,314 \tfrac{J}{mol \cdot K} \cdot 15\,670\,000K \\ &= 2,344 \times 10^{16}\, Pa \end{aligned}$$

c) La pression de radiation est

$$\begin{aligned} P_{rad} &= 2,522 \times 10^{-16} \tfrac{N}{m^2 K^4} T^4 \\ &= 2,522 \times 10^{-16} \tfrac{N}{m^2 K^4} \left(15\,670\,000K\right)^4 \\ &= 1,521 \times 10^{13}\, Pa \end{aligned}$$

d) Le rapport des pressions est

$$\begin{aligned} \frac{P_{thermique}}{P_{rad}} &= \frac{2,344 \times 10^{16} \tfrac{N}{m^2}}{1,521 \times 10^{13} \tfrac{N}{m^2}} \\ &= 1541 \end{aligned}$$