Solutionnaire du chapitre 8

1. a) L'intensité de la lumière est

$$\begin{aligned} I &= \frac{L}{4\pi D^2} \\ &= \frac{126000 \cdot 3,828 \times 10^{26} W}{4\pi \left(860 \cdot 9,46 \times 10^{15} m\right)^2} \\ &= 5,79 \times 10^{-8} \tfrac{W}{m^2} \end{aligned}$$

La magnitude est donc

$$\begin{aligned} I &= 2,52 \times 10^{-8} \tfrac{W}{m^2} 10^{-0,4m} \\ 5,79 \times 10^{-8} \tfrac{W}{m^2} &= 2,52 \times 10^{-8} \tfrac{W}{m^2} 10^{-0,4m} \\ m &= -0,90 \end{aligned}$$

b) Avec la poussière, l'intensité baisse selon la formule suivante

$$\begin{aligned} I &= I_0 \left(10\right)^{\frac{-D}{2500\,pc}} \\ &= 5,79 \times 10^{-8} \tfrac{W}{m^2} \cdot \left(10\right)^{\frac{-(860/3,262)\,pc}{2500\,pc}} \\ &= 4,54 \times 10^{-8} \tfrac{W}{m^2} \end{aligned}$$

La magnitude est donc

$$\begin{aligned} I &= 2,52 \times 10^{-8} \tfrac{W}{m^2} 10^{-0,4m} \\ 4,54 \times 10^{-8} \tfrac{W}{m^2} &= 2,52 \times 10^{-8} \tfrac{W}{m^2} 10^{-0,4m} \\ m &= -0,64 \end{aligned}$$

2. Avec une magnitude de -0,38, l'intensité de la lumière reçue est

$$\begin{aligned} I &= 2,52 \times 10^{-8} \tfrac{W}{m^2} \cdot 10^{-0,4m} \\ &= 2,52 \times 10^{-8} \tfrac{W}{m^2} \cdot 10^{-0,4 \cdot -0,38} \\ &= 3,576 \times 10^{-8} \tfrac{W}{m^2} \end{aligned}$$

Cette intensité est aussi donnée par

$$\begin{aligned} I &= I_0 10^{-\frac{D}{2500\,pc}} \\ &= \frac{9211\cdot 3,828\times 10^{26}W}{4\pi D^2} 10^{-\frac{D}{2500\,pc}} \\ &= \frac{2,806\times 10^{29}W}{D^2} 10^{-\frac{D}{2500\,pc}} \end{aligned}$$

On doit donc résoudre l'équation

$$3,576\times 10^{-8}\,\tfrac{W}{m^2} = \frac{2,805\times 10^{29}W}{D^2} 10^{-\frac{D}{2500\,pc}}$$

$$D^2 = 7,846\times 10^{36}m^2\cdot 10^{-\frac{D}{2500\,pc}}$$

$$D = 2,801\times 10^{18}m\cdot \left(10^{-\frac{D}{2500\,pc}}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$D = 2,801\times 10^{18}m\cdot 10^{-\frac{D}{5000\,pc}}$$

$$D = 90,77\,pc\cdot 10^{-\frac{D}{5000\,pc}}$$

Voyons ce que ça donne ici si on suppose que la distance est de 90 pc (C'est une bonne idée de prendre la valeur devant l'exponentielle.)

1re itération	$90,77\,pc\cdot 10^{-\frac{90\,pc}{5000\,pc}} = 87,08\,pc$
2e itération	$90,77\,pc\cdot 10^{-\frac{87,08\,pc}{5000\,pc}} = 87,20\,pc$
3e itération	$90,77\,pc\cdot 10^{-\frac{87,20\,pc}{5000\,pc}} = 87,20\,pc$

La distance est donc de 87,20 pc = 284,4 al.

3. a) La masse est

$$\begin{aligned} M_{\text{int}} &= \frac{v^2 r}{G} \\ &= \frac{\left(250\,000\,\frac{m}{s}\right)^2 \left(50\,000 \cdot 9,46 \times 10^{15}\, m\right)}{6,674 \times 10^{-11}\,\frac{Nm^2}{kg^2}} \\ &= 4,43 \times 10^{41}\, kg \\ &= 222,7 \times 10^9\, M_\odot \end{aligned}$$

b) Le temps est

$$v = \frac{distance}{temps}$$

$$v = \frac{2\pi r}{t}$$

$$250\,000\,\frac{m}{s} = \frac{2\pi\left(50\,000 \cdot 9,46 \times 10^{15}\, m\right)}{t}$$

$$t = 1,189 \times 10^{16}\, s$$

$$t = 376,7 \times 10^6\, a$$