

Solutionnaire du chapitre 7

1. a) Avant de trouver la pression, il nous faut le rayon de l'étoile. Si l'étoile est sur la séquence principale, le rayon est

$$\begin{aligned}R &= M^{0,75} \\ &= (5)^{0,75} \\ &= 3,34R_{\odot}\end{aligned}$$

Ce rayon est

$$3,34 \cdot 6,957 \times 10^8 \text{ m} = 2,324 \times 10^9 \text{ m}$$

La pression au centre est

$$\begin{aligned}P_{\text{centre}} &= \frac{3GM^2}{8\pi R^4} \\ &= \frac{3 \cdot 6,674 \times 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2} \cdot (10 \times 10^{30} \text{ kg})^2}{8\pi (2,324 \times 10^9 \text{ m})^4} \\ &= 2,73 \times 10^{13} \text{ Pa}\end{aligned}$$

- b) Le Soleil à densité constante a une pression centrale de $1,36 \times 10^{14}$ Pa. Donc la pression par rapport à celle du Soleil est

$$\frac{2,73 \times 10^{13} \text{ Pa}}{1,36 \times 10^{14} \text{ Pa}} = 0,201$$

C'est donc 20,1% de la pression au centre du Soleil à densité constante.

- c) La densité est

$$\begin{aligned}\rho &= \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3} \\ &= \frac{10 \times 10^{30} \text{ kg}}{\frac{4}{3}\pi (2,324 \times 10^9 \text{ m})^3} \\ &= 190,2 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\end{aligned}$$

d) Le Soleil à densité constante a une densité de 1418 kg/m^3 . Donc la densité par rapport à celle du Soleil est

$$\frac{190,2 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{1418 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = 0,134$$

C'est donc 13,4% de la densité au centre du Soleil à densité constante.

e) Pour trouver la température, il nous faut la densité de moles n/V .

Avec une densité de $190,2 \text{ kg/m}^3$, on a

$$\begin{aligned} \frac{n}{V} &= 1625 \frac{\text{mol}}{\text{kg}} \cdot \rho \\ &= 1625 \frac{\text{mol}}{\text{kg}} \cdot 190,2 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \\ &= 3,09075 \times 10^5 \frac{\text{mol}}{\text{m}^3} \end{aligned}$$

Ainsi, la température au centre de cette étoile de densité constante serait de

$$\begin{aligned} P &= \left(\frac{n}{V} \right) RT \\ 2,73 \times 10^{13} \text{ Pa} &= 3,09075 \times 10^5 \frac{\text{mol}}{\text{m}^3} \cdot 8,31 \frac{\text{J}}{\text{Kmol}} T \\ T &= 10,6 \times 10^6 \text{ K} \end{aligned}$$

f) Le Soleil à densité constante a une température de $7,10 \times 10^6 \text{ K}$. Donc la température par rapport à celle du Soleil est

$$\frac{7,10 \times 10^6 \text{ K}}{10,6 \times 10^6 \text{ K}} = 1,50$$

La température est donc 1,5 fois plus grande.

2. a) L'intensité est

$$\begin{aligned} I &= I_0 e^{-k\rho x} \\ &= 1 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \cdot e^{-0,05 \frac{\text{m}^2}{\text{kg}} \cdot 2 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 50 \text{ m}} \\ &= 6,74 \times 10^{-3} \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \end{aligned}$$

b) Le libre parcours moyen est

$$\begin{aligned}\lambda &= \frac{1}{k\rho} \\ &= \frac{1}{0,05 \frac{m^2}{kg} \cdot 2 \frac{kg}{m^3}} \\ &= 10m\end{aligned}$$

3. On a

$$\begin{aligned}I &= I_0 e^{-k\rho x} \\ 0,5I_0 &= I_0 e^{-k \cdot 1,3 \frac{kg}{m^3} \cdot 1000m} \\ 0,5 &= e^{-k \cdot 1,3 \frac{kg}{m^3} \cdot 1000m} \\ \ln(0,5) &= -k \cdot 1,3 \frac{kg}{m^3} \cdot 1000m \\ k &= 5,33 \times 10^{-4} \frac{m^2}{kg}\end{aligned}$$

4. Avant de trouver la pression, il nous faut le rayon de l'étoile. Si l'étoile est sur la séquence principale, le rayon est

$$\begin{aligned}R &= M^{0,75} \\ &= (5)^{0,75} \\ &= 3,34R_{\odot}\end{aligned}$$

Ce rayon est

$$3,34 \cdot 6,957 \times 10^8 m = 2,324 \times 10^9 m$$

La pression au centre est

$$\begin{aligned}P_{centre} &= 21 \frac{GM^2}{R^4} \\ &= 21 \frac{6,674 \times 10^{-11} \frac{Nm^2}{kg^2} \cdot (10 \times 10^{30} kg)^2}{(2,324 \times 10^9 m)^4} \\ &= 4,80 \times 10^{15} Pa\end{aligned}$$

b) Le Soleil a une pression centrale de $2,4 \times 10^{16}$ Pa. Donc la pression par rapport à celle du Soleil est

$$\frac{4,8 \times 10^{15} \text{ Pa}}{2,4 \times 10^{16} \text{ Pa}} = 0,201$$

C'est donc 20,1% de la pression au centre du Soleil.

c) La température est

$$\begin{aligned} T_{\text{centre}} &\approx 5,3 \times 10^{-15} \frac{\text{Km}}{\text{kg}} \frac{M}{R} \\ &\approx 5,3 \times 10^{-15} \frac{\text{Km}}{\text{kg}} \frac{10 \times 10^{30} \text{ kg}}{2,324 \times 10^9 \text{ m}} \\ &\approx 2,3 \times 10^7 \text{ K} \end{aligned}$$

C'est 23 millions de K.

d) Le Soleil a une température de $15,67 \times 10^6$ K. Donc la température par rapport à celle du Soleil est

$$\frac{23 \times 10^6 \text{ K}}{15,67 \times 10^6 \text{ K}} = 1,5$$

La température est donc 1,5 fois plus grande.

e) On trouve n/V avec

$$\begin{aligned} P &= \left(\frac{n}{V} \right) RT \\ 4,8 \times 10^{15} \text{ Pa} &= \left(\frac{n}{V} \right) \cdot 8,31 \frac{\text{J}}{\text{Kmol}} \cdot 2,3 \times 10^7 \text{ K} \\ \frac{n}{V} &= 2,5 \times 10^7 \frac{\text{mol}}{\text{m}^3} \end{aligned}$$

Alors la densité est

$$\begin{aligned}\frac{n}{V} &= 1625 \frac{\text{mol}}{\text{kg}} \cdot \rho \\ 2,5 \times 10^7 \frac{\text{mol}}{\text{m}^3} &= 1625 \frac{\text{mol}}{\text{kg}} \cdot \rho \\ \rho &= 15454 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\end{aligned}$$

d) Le Soleil a une densité de $152\,900 \text{ kg/m}^3$. Donc la densité par rapport à celle du Soleil est

$$\frac{15400 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{152\,900 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = 0,10$$

C'est donc 10% de la densité au centre du Soleil.

5. a) n/V est

$$\begin{aligned}\frac{n}{V} &= 1625 \frac{\text{mol}}{\text{kg}} \cdot \rho \\ &= 1625 \frac{\text{mol}}{\text{kg}} \cdot 152900 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \\ &= 2,485 \times 10^8 \frac{\text{mol}}{\text{m}^3}\end{aligned}$$

La pression est donc

$$\begin{aligned}P &= \left(\frac{n}{V} \right) RT \\ &= 2,485 \times 10^8 \frac{\text{mol}}{\text{m}^3} \cdot 8,31 \frac{\text{J}}{\text{Kmol}} \cdot 15,67 \times 10^6 \text{ K} \\ &= 3,24 \times 10^{16} \text{ Pa}\end{aligned}$$

b) La pression calculée est 1,34 fois plus grande que la pression selon le modèle. C'est qu'à de telles densités, on ne peut plus considérer que le gaz est parfait et il faudrait faire des corrections à la formule. En fait, la formule des gaz parfaits donnent de bons résultats pour $r > 0,2R_{\odot}$ (pression aux alentours de $4 \times 10^{15} \text{ Pa}$). Puis à mesure qu'on s'approche du centre, les valeurs divergent de plus en plus de ce que donne la loi des gaz parfaits.

6. a) La luminosité est

$$\begin{aligned}
 L &= \sigma AT^4 \\
 &= 5,67 \times 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}^4} \cdot \pi (1,25 \times 10^7 \text{ m})^2 (4000 \text{ K})^4 \\
 &= 7,125 \times 10^{21} \text{ W}
 \end{aligned}$$

b) L'intensité est

$$\begin{aligned}
 I &= \frac{L}{4\pi D^2} \\
 &= \frac{7,125 \times 10^{21} \text{ W}}{4\pi (1,5 \times 10^{11} \text{ m})^2} \\
 &= 0,0252 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}
 \end{aligned}$$

c) La magnitude est

$$\begin{aligned}
 I &= 2,52 \times 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2} 10^{-0,4m} \\
 0,0252 &= 2,52 \times 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2} 10^{-0,4m} \\
 m &= -15
 \end{aligned}$$

d) Oui, puisque la magnitude de la tache (-15) est inférieure à la magnitude de la pleine Lune (-12,7)

7. Chaque seconde, le soleil émet 1 millions de tonnes de matière avec une vitesse de 500 km/s. L'énergie cinétique est donc

$$\begin{aligned}
 E_k &= \frac{1}{2} mv^2 \\
 &= \frac{1}{2} 10^9 \text{ kg} \cdot (500\,000 \frac{\text{m}}{\text{s}})^2 \\
 &= 1,25 \times 10^{20} \text{ J}
 \end{aligned}$$