Solutionnaire du chapitre 6

1. Calculons l'énergie libérée par cette contraction. L'énergie gravitationnelle initiale est

$$U_g = -\frac{3}{2}\frac{GM^2}{R}$$

Alors que l'énergie finale est

$$U_g' = -\frac{3}{2}\frac{GM^2}{R'}$$

La variation d'énergie de l'étoile est donc

$$\begin{aligned}
E &= \frac{1}{2}\left(U_g' - U_g\right) \\
&= \frac{1}{2}\left(-\frac{3}{2}\frac{GM^2}{R'} - -\frac{3}{2}\frac{GM^2}{R}\right) \\
&= \frac{3}{4}GM^2\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R'}\right) \\
&= \frac{3}{4}6,674\times10^{-11}\,\tfrac{Nm^2}{kg^2}\cdot\left(2\cdot1,9885\times10^{30}\,kg\right)^2\left(\frac{1}{30\cdot1,496\times10^{11}\,m} - \frac{1}{0,1\cdot1,496\times10^{11}\,m}\right) \\
&= -5,27\times10^{40}\,J
\end{aligned}$$

Si l'énergie gravitationnelle de l'étoile a baissé de 5,27 x 10^{40} J, c'est que l'étoile a rayonné 5,27 x 10^{40} J. La puissance rayonnée est donc de

$$\begin{aligned}
P &= \frac{E}{t} \\
&= \frac{5,27\times10^{22}\,J}{100\,000\times365,25\times24\times60\times60} \\
&= 1,671\times10^{28}W \\
&= 43,7L_\odot
\end{aligned}$$

2. a) La durée de vie est

$$\begin{aligned} t_{vie} &= 10{,}9Ga \times \frac{M}{L} \\ &= 10{,}9Ga \times \frac{1{,}92}{16{,}6} \\ &= 1{,}26Ga \end{aligned}$$

b) La durée de vie est

$$\begin{aligned} t_{vie} &= 10{,}9Ga \times \frac{M}{L} \\ &= 10{,}9Ga \times \frac{0{,}144}{0{,}0035} \\ &= 448Ga \end{aligned}$$

c) La durée de vie est

$$\begin{aligned} t_{vie} &= 10{,}9Ga \times \frac{M}{L} \\ &= 10{,}9Ga \times \frac{18}{126\,000} \\ &= 1{,}56 \times 10^{-3} Ga \\ &= 1{,}56Ma \end{aligned}$$

d) La durée de vie est

$$\begin{aligned} t_{vie} &= 10{,}9Ga \cdot M^{-2{,}8} \\ &= 10{,}9Ga \cdot (1{,}79)^{-2{,}8} \\ &= 2{,}1Ga \end{aligned}$$

e) La durée de vie est

$$\begin{aligned} t_{vie} &= 10{,}9Ga \cdot M^{-2{,}8} \\ &= 10{,}9Ga \cdot (0{,}7)^{-2{,}8} \\ &= 30Ga \end{aligned}$$

3. La durée de vie de l'étoile est

$$\begin{aligned} t_{vie} &= 10{,}9Ga \cdot M^{-2{,}8} \\ &= 10{,}9Ga \cdot (18)^{-2{,}8} \\ &= 3{,}33Ma \end{aligned}$$

La luminosité de l'étoile est

$$\begin{aligned} L &= M^{3{,}8} \\ &= 18^{3{,}8} \\ &= 59\,000 L_{\odot} \end{aligned}$$

L'énergie libérée par la fusion pour cette étoile est donc

$$\begin{aligned} E &= L \cdot t_{vie} \\ &= \left(59\,000 \cdot 3{,}828 \times 10^{26} W\right) \cdot \left(3{,}33 \times 10^{6} \cdot 365{,}25 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 s\right) \\ &= 2{,}37 \times 10^{45} J \end{aligned}$$

On trouve la masse avec le rendement de la fusion de l'hydrogène.

$$\begin{aligned} E &= R \cdot M \\ 2{,}37 \times 10^{45} J &= 6{,}397 \times 10^{14} \tfrac{J}{kg} \cdot M \\ M &= 3{,}7 \times 10^{30} kg \end{aligned}$$

Le pourcentage de la masse de l'étoile qui a fusionné est donc

$$\frac{3{,}7 \times 10^{30} kg}{18 \cdot 1{,}9885 \times 10^{30} kg} = 0{,}104 = 10{,}4\%$$

4. a) L'énergie libérée est

$$\begin{aligned} Q &= \left(m_{avant} - m_{après}\right) \times 931{,}5 \tfrac{MeV}{u} \\ &= \left(3 \cdot 4{,}002\,603\,254u - 12{,}000\,000\,000u\right) \times 931{,}5 \tfrac{MeV}{u} \\ &= \left(0{,}007\,809\,762u\right) \times 931{,}5 \tfrac{MeV}{u} \\ &= 7{,}275 MeV \end{aligned}$$

b) Le rendement est

$$\begin{aligned} R &= \frac{E}{M_{initiale}} \\ &= \frac{7,275\times10^{6}\cdot1,602\times10^{-19}J}{3\cdot4,002\ 603\ 254\cdot1,660\ 559\times10^{-27}kg} \\ &= 5,845\times10^{13}\ \tfrac{J}{kg} \end{aligned}$$

c) Comme le Soleil est composé à 27,1 % d'hélium, la masse d'hélium dans le Soleil est

$$\begin{aligned} m_{He} &= 0,271\cdot1,9885\times10^{30}kg \\ &= 5,389\times10^{29}kg \end{aligned}$$

L'énergie est donc

$$\begin{aligned} E &= R\cdot M \\ &= 5,845\times10^{13}\ \tfrac{J}{kg}\cdot5,389\times10^{29}kg \\ &= 3,15\times10^{43}J \end{aligned}$$

d) La durée de vie est

$$\begin{gathered} E = Pt \\ 3,15\times10^{43}J = 3,828\times10^{26}W\cdot t \\ t = 8,228\times10^{16}s \\ t = 2,61\times10^{9}ans \end{gathered}$$

Ce qui est 2,61 milliards d'années.