

Solutionnaire du chapitre 6

1. L'énergie est

$$\begin{aligned}U_g &= -\frac{3}{5} \frac{GM^2}{R} \\&= -\frac{3}{5} \cdot \frac{6,674 \times 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2} \cdot (7,35 \times 10^{22} \text{ kg})^2}{1,738 \times 10^6 \text{ m}} \\&= -1,24 \times 10^{29} \text{ J}\end{aligned}$$

2. Calculons l'énergie libérée par cette contraction. L'énergie gravitationnelle initiale est

$$U_g = -\frac{3}{2} \frac{GM^2}{R}$$

Alors que l'énergie finale est

$$U'_g = -\frac{3}{2} \frac{GM^2}{R'}$$

La variation d'énergie de l'étoile est donc

$$\begin{aligned}E &= \frac{1}{2} (U'_g - U_g) \\&= \frac{1}{2} \left(-\frac{3}{2} \frac{GM^2}{R'} - \left(-\frac{3}{2} \frac{GM^2}{R} \right) \right) \\&= \frac{3}{4} GM^2 \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R'} \right) \\&= \frac{3}{4} 6,674 \times 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2} \cdot (2 \cdot 1,9885 \times 10^{30} \text{ kg})^2 \left(\frac{1}{30 \cdot 1,496 \times 10^{11} \text{ m}} - \frac{1}{0,1 \cdot 1,496 \times 10^{11} \text{ m}} \right) \\&= -5,27 \times 10^{40} \text{ J}\end{aligned}$$

Si l'énergie gravitationnelle de l'étoile a baissé de $5,27 \times 10^{40}$ J, c'est que l'étoile a rayonné $5,27 \times 10^{40}$ J. La puissance rayonnée est donc de

$$\begin{aligned}
 P &= \frac{E}{t} \\
 &= \frac{5,27 \times 10^{22} \text{ J}}{100\,000 \times 365,25 \times 24 \times 60 \times 60} \\
 &= 1,671 \times 10^{28} \text{ W} \\
 &= 43,7 L_{\odot}
 \end{aligned}$$

3. a) La durée de vie est

$$\begin{aligned}
 t_{\text{vie}} &= 10,9 \text{ Ga} \times \frac{M}{L} \\
 &= 10,9 \text{ Ga} \times \frac{1,92}{16,6} \\
 &= 1,26 \text{ Ga}
 \end{aligned}$$

b) La durée de vie est

$$\begin{aligned}
 t_{\text{vie}} &= 10,9 \text{ Ga} \times \frac{M}{L} \\
 &= 10,9 \text{ Ga} \times \frac{0,144}{0,0035} \\
 &= 448 \text{ Ga}
 \end{aligned}$$

c) La durée de vie est

$$\begin{aligned}
 t_{\text{vie}} &= 10,9 \text{ Ga} \times \frac{M}{L} \\
 &= 10,9 \text{ Ga} \times \frac{18}{126\,000} \\
 &= 1,56 \times 10^{-3} \text{ Ga} \\
 &= 1,56 \text{ Ma}
 \end{aligned}$$

d) La durée de vie est

$$\begin{aligned}
 t_{vie} &= 10,9Ga \cdot M^{-2,8} \\
 &= 10,9Ga \cdot (1,79)^{-2,8} \\
 &= 2,1Ga
 \end{aligned}$$

e) La durée de vie est

$$\begin{aligned}
 t_{vie} &= 10,9Ga \cdot M^{-2,8} \\
 &= 10,9Ga \cdot (0,7)^{-2,8} \\
 &= 30Ga
 \end{aligned}$$

4. La durée de vie de l'étoile est

$$\begin{aligned}
 t_{vie} &= 10,9Ga \cdot M^{-2,8} \\
 &= 10,9Ga \cdot (18)^{-2,8} \\
 &= 3,33Ma
 \end{aligned}$$

La luminosité de l'étoile est

$$\begin{aligned}
 L &= M^{3,8} \\
 &= 18^{3,8} \\
 &= 59\,000L_{\odot}
 \end{aligned}$$

L'énergie libérée par la fusion pour cette étoile est donc

$$\begin{aligned}
 E &= L \cdot t_{vie} \\
 &= (59\,000 \cdot 3,828 \times 10^{26} W) \cdot (3,33 \times 10^6 \cdot 365,25 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60s) \\
 &= 2,37 \times 10^{45} J
 \end{aligned}$$

On trouve la masse avec le rendement de la fusion de l'hydrogène.

$$\begin{aligned}
 E &= R \cdot M \\
 2,37 \times 10^{45} J &= 6,397 \times 10^{14} \frac{J}{kg} \cdot M \\
 M &= 3,7 \times 10^{30} kg
 \end{aligned}$$

Le pourcentage de la masse de l'étoile qui a fusionné est donc

$$\frac{3,7 \times 10^{30} \text{ kg}}{18 \cdot 1,9885 \times 10^{30} \text{ kg}} = 0,104 = 10,4\%$$

5. a) L'énergie libérée est

$$\begin{aligned} Q &= (m_{\text{avant}} - m_{\text{après}}) \times 931,5 \frac{\text{MeV}}{u} \\ &= (3 \cdot 4,002\,603\,254u - 12,000\,000\,000u) \times 931,5 \frac{\text{MeV}}{u} \\ &= (0,007\,809\,762u) \times 931,5 \frac{\text{MeV}}{u} \\ &= 7,275 \text{ MeV} \end{aligned}$$

b) Le rendement est

$$\begin{aligned} R &= \frac{E}{M_{\text{initiale}}} \\ &= \frac{7,275 \times 10^6 \cdot 1,602 \times 10^{-19} \text{ J}}{3 \cdot 4,002\,603\,254 \cdot 1,660\,559 \times 10^{-27} \text{ kg}} \\ &= 5,845 \times 10^{13} \frac{\text{J}}{\text{kg}} \end{aligned}$$

c) Comme le Soleil est composé à 27,1 % d'hélium, la masse d'hélium dans le Soleil est

$$\begin{aligned} m_{\text{He}} &= 0,271 \cdot 1,9885 \times 10^{30} \text{ kg} \\ &= 5,389 \times 10^{29} \text{ kg} \end{aligned}$$

L'énergie est donc

$$\begin{aligned} E &= R \cdot M \\ &= 5,845 \times 10^{13} \frac{\text{J}}{\text{kg}} \cdot 5,389 \times 10^{29} \text{ kg} \\ &= 3,15 \times 10^{43} \text{ J} \end{aligned}$$

d) La durée de vie est

$$\begin{aligned} E &= Pt \\ 3,15 \times 10^{43} \text{ J} &= 3,828 \times 10^{26} \text{ W} \cdot t \\ t &= 8,228 \times 10^{16} \text{ s} \\ t &= 2,61 \times 10^9 \text{ ans} \end{aligned}$$

Ce qui est 2,61 milliards d'années.

XXXXXXXXXXXXXXXXXXXX

6. L'énergie est

$$\begin{aligned}U_g &= -\frac{3}{5} \frac{GM^2}{R} \\&= -\frac{3}{5} \cdot \frac{6,674 \times 10^{-11} \frac{Nm^2}{kg^2} \cdot (7,35 \times 10^{22} kg)^2}{1,738 \times 10^6 m} \\&= -1,24 \times 10^{29}\end{aligned}$$