5 L'INTÉRIEUR DU SOLEIL

Pendant combien de temps le Soleil pourra-t-il encore briller ?

www.babble.com/travel/25-places-to-see-the-most-beautiful-sunset/

Découvrez la réponse à cette question dans ce chapitre.

Dans ce chapitre, on va s'intéresser à ce qui se passe à l'intérieur du Soleil. On va commencer par déterminer la source d'énergie pour ensuite examiner la structure interne du Soleil.

5.1 UNE RÉACTION CHIMIQUE ?

Avec la découverte de la conservation de l'énergie au 19e siècle, il devenait essentiel de découvrir la source d'énergie du Soleil. D'où peut bien provenir cette énergie de $3{,}828 \times 10^{26}$ joules émise chaque seconde par le Soleil ?

La première solution, envisagée en 1854, semble évidente : une réaction chimique. Par exemple, le Soleil pourrait être simplement un gros morceau de charbon qui brule.

Estimons pendant combien de temps le Soleil pourrait briller avec une réaction chimique. Imaginons que cette énergie est obtenue par la combustion de l'hydrogène, l'élément le plus abondant dans le Soleil. Ce pourrait être une bonne source d'énergie parce que c'est une des réactions qui nous fournit le plus d'énergie par kg de combustible, soit 142 000 000 J/kg. En réalité, ce ne pourrait pas être la véritable réaction parce qu'il n'y a vraiment pas assez d'oxygène dans le Soleil pour faire cette combustion. (Peut-être qu'il y en avait beaucoup plus avant et qu'on est arrivé à la fin des réserves d'oxygène, ce qui voudrait dire que la fin du monde est pour bientôt. Mais alors, où seraient toute l'eau et le CO_2 que cette réaction aurait produit ?) Même si la réaction est impossible, ça va nous donner une idée de la durée de vie du Soleil s'il fonctionne avec une réaction chimique.

Comme le Soleil a une masse de 2×10^{30} kg, cela veut dire que le nombre total de joules qu'on peut obtenir est (en supposant que toute cette masse est de l'hydrogène)

$$\begin{aligned} E &= 142\,000\,000 \tfrac{J}{kg} \cdot 2\times10^{30}\,kg \\ &= 2{,}84\times10^{38}\,J \end{aligned}$$

On trouve la durée de vie du Soleil en divisant l'énergie totale par le rythme auquel on l'émet, qui est la luminosité du Soleil.

Durée de vie d'une étoile

$$t_{vie} = \frac{E}{L}$$

En dépensant cette énergie au rythme de $L = 3{,}828 \times 10^{26}$ J/s, la durée de vie du Soleil est donc

$$\begin{aligned} t_{vie} &= \frac{E}{L} \\ &= \frac{2{,}84\times10^{38}\,J}{3{,}828\times10^{26}\,\frac{J}{s}} \end{aligned}$$

$$= 7,47 \times 10^{11}\, s$$
$$= 24\,000\, ans$$

Avec d'autres réactions chimiques plausibles, qui donnent moins d'énergie par kilogramme que la combustion de l'hydrogène, la durée de vie du Soleil serait encore plus petite.

Ça semble correct si vous acceptez l'idée que la Terre et le Soleil ont été créés le 26 octobre 4004 av. J.-C. comme l'affirme la Bible, mais ça semble vraiment trop court si vous acceptez les évidences géologiques qui montrent que la Terre a plusieurs milliards d'années. Déjà au 19e siècle, on avait montré que des couches de sédimentation ont dû prendre des centaines de millions d'années pour se former. Cela était impossible si le Soleil n'avait qu'une durée de vie de quelques milliers d'années. De toute évidence, le Soleil ne tire pas son énergie d'une réaction chimique.

5.2 L'ÉNERGIE GRAVITATIONNELLE

On a ensuite exploré l'idée que l'énergie puisse venir de la seule autre source d'énergie concevable à l'époque : l'énergie gravitationnelle. Mayer (1846), Waterston (1853) et Kelvin (1854) proposent que l'énergie viendrait de météorites tombant dans le Soleil, mais les calculs montrent qu'il en faudrait beaucoup trop. Plus réalistement, Helmholtz (1854) et Kelvin (1857) proposent que le Soleil obtiendrait son énergie par la libération d'énergie gravitationnelle provenant de la contraction continuelle du Soleil. C'est ce qu'on appelle la *contraction de Kelvin-Helmholtz.*

Énergie gravitationnelle d'une étoile

On sait que l'énergie gravitationnelle d'une sphère uniforme est

$$U_g = -\frac{3}{5}\frac{GM^2}{R}$$

Toutefois, le Soleil n'est pas une sphère ayant une densité uniforme. Il est beaucoup plus dense au centre et cette concentration de matière au centre fait baisser l'énergie gravitationnelle. Dans le cas d'une étoile, l'énergie gravitationnelle est plutôt donnée, approximativement, par la formule suivante.

Énergie gravitationnelle d'une étoile

$$U_g \approx -\frac{8}{5}\frac{GM^2}{R}$$

Avec cette formule, on voit que si la sphère se contracte (R diminue), l'énergie gravitationnelle diminue, ce qui signifie qu'il y a eu de l'énergie gravitationnelle de libérée.

Toutefois, il faut savoir que ce n'est pas toute l'énergie gravitationnelle qui pourra être émise par l'étoile. En effet, c'est la pression du gaz de l'étoile qui s'oppose à la force de gravitation qui cherche à faire contracter l'étoile. Si l'étoile se contracte, la force de gravitation va augmenter et on doit donc augmenter la pression pour compenser cette force plus grande. Évidemment, la contraction fait augmenter la densité et la température de l'étoile, ce qui augmente, la pression. Toutefois, cette augmentation de densité n'est pas suffisante et on doit augmenter un peu plus la température pour conserver l'équilibre de l'étoile. En fait, il y a un théorème qui donne la valeur de l'énergie interne qu'un gaz doit avoir pour être en équilibre gravitationnel. (L'énergie interne est sous forme d'énergie cinétique des particules.)

Théorème du viriel

Quand un gaz est en équilibre gravitationnel, l'énergie interne du gaz est égale à

$$E = -\frac{1}{2}U_g$$

Voici la preuve de ce théorème.
https://physique.merici.ca/astro/preuveviriel.pdf

Ce théorème signifie, entre autres, qui si l'énergie gravitationnelle diminue de 1000 J par exemple, l'énergie cinétique des particules, qui est l'énergie interne du gaz, doit augmenter de 500 J. En clair, cela veut dire que la moitié de l'énergie gravitationnelle libérée par la contraction doit rester dans l'étoile pour chauffer le gaz et maintenir l'équilibre. L'autre moitié doit être évacuée en rayonnement. Ainsi, seulement la moitié de l'énergie gravitationnelle libérée pourra permettre à l'étoile de rayonner.

Sachant tout cela, calculons maintenant combien de temps peut briller le Soleil s'il tire son énergie d'une contraction gravitationnelle.

Évidemment, si la contraction gravitationnelle est la source d'énergie, cela signifie que le Soleil devient de plus en plus petit. Cela implique qu'il était plus gros dans le passé. Toutefois, on peut difficilement imaginer que le Soleil aurait pu être plus gros que l'orbite de Mercure au départ. Sinon, Mercure aurait été dans le Soleil et cette planète se serait probablement vaporisée. On va donc utiliser les valeurs suivantes pour la grosseur du Soleil.

Rayon initial : rayon de l'orbite de Mercure = 60 000 000 km
Rayon actuel : 695 700 km

L'énergie gravitationnelle initiale était donc de

$$U_{gi} = -\frac{8}{5}\frac{GM^2}{R_i}$$

$$= -\frac{8}{5}\cdot\frac{6,6743\times10^{-11}\,\frac{Nm^2}{kg^2}\cdot\left(1,9885\times10^{30}\,kg\right)^2}{6\times10^{10}\,m}$$

$$= -7,038 \times 10^{39} J$$

et l'énergie gravitationnelle actuelle est de

$$\begin{aligned} U_{gf} &= -\frac{8}{5}\frac{GM^2}{R_f} \\ &= -\frac{8}{5} \cdot \frac{6,6743 \times 10^{-11} \frac{Nm^2}{kg^2} \cdot \left(1,9885 \times 10^{30} kg\right)^2}{6,957 \times 10^{8} m} \\ &= -6,070 \times 10^{41} J \end{aligned}$$

La variation d'énergie gravitationnelle est

$$\begin{aligned} \Delta U_g &= U_{gf} - U_{gi} \\ &= -6,070 \times 10^{41} J - -7,038 \times 10^{39} J \\ &= -6,000 \times 10^{41} J \end{aligned}$$

Cette contraction aurait donc libéré 6 x 10^{41} J. Selon le théorème du viriel, l'énergie rayonnée est égale à la moitié de cette énergie libérée.

$$\begin{aligned} E &= \frac{6 \times 10^{41} J}{2} \\ &= 3 \times 10^{41} J \end{aligned}$$

Cette énergie libérée permet au Soleil de briller avec une luminosité de 3,828 x 10^{26} W, pendant une durée de

$$\begin{aligned} t &= \frac{E}{L} \\ &= \frac{3 \times 10^{41} J}{3,828 \times 10^{26} \frac{J}{s}} \\ &= 7,837 \times 10^{14} s \\ &= 24\,800\,000\, ans \end{aligned}$$

Ce serait l'âge du Soleil (si la luminosité est constante). C'est déjà beaucoup mieux qu'avec une réaction chimique. Ce temps était aussi en accord avec les calculs faits par Kelvin concernant le refroidissement de la Terre et qui donnent un âge de quelques dizaines de millions d'années à la Terre.

Toutefois, la durée de vie semblait trop petite pour certains. Selon les géologues du 19e siècle, des indices montraient que la Terre devait avoir au moins plusieurs centaines de millions d'années. De plus, l'hypothèse de la contraction prévoyait que le diamètre du Soleil devait diminuer de 70 m par année. Pourtant, les astronomes ne semblaient pas voir une telle diminution.

5.3 LA FUSION NUCLÉAIRE DE L'HYDROGÈNE

La découverte des réactions nucléaires

En 1896, on découvre la radioactivité. Lors d'une désintégration radioactive, le noyau atomique subit une transformation, ce qui libère de l'énergie. Dès 1904, Rutherford spécule que la radioactivité pourrait possiblement être la source d'énergie du Soleil. On a examiné cette possibilité pendant quelques années, mais on a dû se rendre à l'évidence que cette solution était impossible. Il faudrait une quantité phénoménale de substance radioactive pour que le Soleil puisse briller pendant plusieurs centaines de millions d'années.

Toutefois, en 1919, Ernest Rutherford et James Chadwick parviennent, pour la première fois, à modifier le noyau d'un élément stable avec une collision entre des noyaux d'hélium et des noyaux d'azote. La réaction obtenue est la suivante.

$$^{14}_{7}N + ^{4}_{2}He \rightarrow ^{17}_{8}O + ^{1}_{1}H$$

La collision de ces noyaux leur a permis de s'échanger des protons et des neutrons, ce qui changea leur nature. L'azote 14 devint ainsi de l'oxygène 17 en prenant un proton et deux neutrons à l'autre noyau. Parfois, ce genre de réaction demande de l'énergie, mais parfois certaines réactions libèrent de l'énergie.

Cette découverte a alors mené à la question suivante : est-ce qu'une telle réaction entre les noyaux atomiques pourrait être la source d'énergie du Soleil ? Pour bien analyser cette possibilité, on doit préalablement examiner les bases de la physique nucléaire.

La composition du noyau

Les noyaux sont composés de deux particules : les protons et les neutrons.

Proton (p^+)	Masse : $m_p = 1{,}6726 \times 10^{-27}$ kg	Charge = + 1,602 x 10^{-19} C
Neutron (n^0)	Masse : $m_n = 1{,}6750 \times 10^{-27}$ kg	Charge = 0 C

Le nombre de protons dans un noyau est noté *Z*. Ce nombre est simplement égal au numéro atomique de l'élément.

Le nombre de neutrons dans un noyau est noté *N*. Ce nombre peut varier pour un même élément. Les différentes possibilités obtenues en variant le nombre de neutrons sont les différents *isotopes* d'un élément.

Le proton et le neutron sont les deux seuls membres de la famille des *nucléons*. Le nombre de nucléons est noté *A*. Évidemment, il est égal au nombre de protons et de neutrons.

On utilisera la notation suivante pour représenter les noyaux : $^{A}_{Z}Sy$ où *Sy* est le symbole chimique de l'élément. On peut omettre la valeur de *Z* puisque le numéro atomique est une

information redondante avec le symbole chimique, car chaque élément a son numéro. C'est par contre pratique de l'indiquer parce qu'on ne sait pas toujours par cœur le numéro atomique de tous les éléments.

Par exemple, voici les principaux isotopes de l'hydrogène.

${}_{1}^{1}H$	Composé d'un seul proton
${}_{1}^{2}H$ (appelé aussi deutérium)	Composé d'un proton et d'un neutron
${}_{1}^{3}H$ (appelé aussi tritium)	Composé d'un proton et de deux neutrons

L'hydrogène naturel est composé de 99,9885 % d'hydrogène 1, de 0,0115 % d'hydrogène 2 et d'environ 10^{-16} % d'hydrogène 3.

Avec cette notation, on peut aussi noter le neutron ainsi : ${}_{0}^{1}n$.

L'unité de masse atomique

Pour mesurer la masse des noyaux atomiques, on utilise l'unité de masse atomique. Sa valeur est

Unité de masse atomique

$$1\ u = 1{,}660\,559 \times 10^{-27}\ \text{kg}$$

Ainsi, on a les masses suivantes.

Électron	Masse = 0,000 549u
Proton	Masse = 1,007 276u
Neutron	Masse = 1,008 665u
Atome d'hydrogène 1	Masse = 1,007 825u

L'atome d'hydrogène 1 est un peu plus lourd que le proton, car il est formé d'un proton et d'un électron (dans les orbitales).

On a mesuré la masse de tous les isotopes. On peut retrouver toutes ces masses dans le document suivant.
https://physique.merici.ca/ondes/masseatomique.pdf

L'énergie libérée par une réaction nucléaire

La force nucléaire

Quand on réalise en 1913 qu'il y a plusieurs protons dans le noyau, on se demande assez rapidement comment tous ces protons peuvent bien rester ensemble. Comme ils ont tous une charge positive, il y a une répulsion électrique assez forte entre les protons, répulsion

que l'attraction gravitationnelle est bien loin d'annuler. Comme les deux seules forces fondamentales connues à cette époque sont la gravitation et la force électrique, il faut bien se rendre à l'évidence qu'il doit exister une autre force entre les nucléons. Cette force, c'est la *force nucléaire.* (En réalité, elle s'appelle la *force nucléaire forte*, pour la distinguer de la force nucléaire faible qui est la quatrième force fondamentale de la nature.)

La force nucléaire est une force d'attraction entre les nucléons qui est très grande, mais qui a une portée très courte. Il faut que deux nucléons soient à moins de 2 femtomètres l'un de l'autre pour que la force nucléaire agisse (un femtomètre (fm) est égal à 10^{-15} m). S'ils sont trop loin l'un de l'autre, il n'y a pas de force nucléaire et il ne reste que la force de répulsion électrique. Si les nucléons sont suffisamment près, la force nucléaire agit et elle est plus grande que la répulsion électrique. Les deux nucléons restent alors ensemble et forment un noyau atomique. Heureusement que la force nucléaire a une courte portée, sinon tous les nucléons de l'univers s'attireraient mutuellement et se retrouveraient en une grosse boule de nucléons.

Calcul de l'énergie avec le changement de masse

On va prendre un exemple pour illustrer comment on calcule l'énergie des réactions nucléaires. On va se demander combien d'énergie on doit fournir pour arracher un neutron à un noyau.

On sait ce qu'il faudrait faire pour calculer le travail nécessaire pour arracher un neutron du noyau. On peut calculer le travail avec la force ou avec la variation d'énergie mécanique.

$$W = \int F dr \cos\theta \qquad \text{ou} \qquad W = \Delta E_{mec} = \Delta E_k + \Delta U$$

C'est possible en théorie, car les formules de F et de U sont connues pour la force nucléaire, mais il y a une façon d'obtenir ce résultat beaucoup plus facilement.

Selon la théorie de la relativité d'Einstein, l'énergie a une masse. Si on fournit ou enlève de l'énergie à un système, on ajoute ou enlève aussi de la masse selon

$$E = mc^2$$

Dans cette formule, c est la vitesse de la lumière, qui vaut 299 792 458 m/s.

Allons voir si c'est effectivement ce qui se passe si on arrache un neutron à un noyau de carbone 12. On fait donc

$${}^{12}_{6}C \rightarrow {}^{11}_{6}C + {}^{1}_{0}n$$

Initialement, la masse est 12,000 000 000 u (les masses viennent de la table de masse atomique).

Après, on a du carbone 11 et un neutron. La masse de ces deux éléments est

$$m_{^{11}C} = 11,011\ 433\ 6u \quad \searrow$$
$$m_{tot} = 12,020\ 098\ 5u$$
$$m_n = 1,008\ 664\ 916u \quad \nearrow$$

On voit que la masse est effectivement plus grande après qu'on ait arraché le neutron, exactement comme le prévoit la relation masse-énergie d'Einstein. Elle a augmenté de $0,020\ 098\ 5u$. Cette différence de masse s'appelle le *défaut de masse*. L'augmentation de masse nous permet alors de calculer l'augmentation d'énergie.

$$\begin{aligned}\Delta E &= (\Delta m)c^2 \\ &= 0,0200985u \cdot c^2 \\ &= 0,0200985u \cdot 1,660\ 559\times10^{-27}\ \tfrac{kg}{u} \cdot \left(3\times10^8\ \tfrac{m}{s}\right)^2 \\ &= 3,0037\times10^{-12}\,J\end{aligned}$$

Les énergies en physique nucléaire sont souvent de très petits nombres quand on les exprime en joules. Les physiciens nucléaires utilisent donc une autre unité d'énergie : l'électronvolt. Il y a une définition précise de l'électronvolt (qu'on verra dans le cours électricité et magnétisme), mais on peut se contenter ici de la simple définition suivante.

Définition de l'électronvolt

$$1eV = 1,602\times10^{-19}\,J$$

L'énergie nécessaire pour arracher un neutron du carbone 12 est donc de 18,748 MeV. Notez que c'est près d'un million de fois plus grand que l'énergie qu'il faut fournir pour arracher un électron des orbitales du carbone. Typiquement, les énergies nucléaires sont un million de fois plus grandes que les énergies chimiques (qui impliquent seulement les électrons des orbitales).

Résumons notre méthode. On commence par calculer la différence de masse avant et après la transformation. On multiplie ensuite par c^2 pour obtenir l'énergie.

$$\Delta E = \left(m_{après} - m_{avant}\right)c^2$$

On peut se faire un raccourci pour calculer l'énergie en MeV en partant de masse en unités de masse atomique. Comme l'énergie de $1u$ est

$$\begin{aligned}E &= mc^2 \\ &= 1,660\ 539\times10^{-27}\,kg \cdot \left(3\times10^8\ \tfrac{m}{s}\right)^2 \\ &= 1,4924\times10^{-10}\,J \\ &= 931,49MeV\end{aligned}$$

on peut prendre le raccourci suivant pour calculer l'énergie en MeV.

$$\Delta E = \left(m_{après} - m_{avant} \right) \cdot 931,5 \frac{MeV}{u}$$

Si ΔE est positif, c'est que l'énergie a augmenté et qu'on a dû fournir de l'énergie. Si ΔE est négatif, c'est que l'énergie a diminué et donc que la réaction libère de l'énergie. Ce qui nous intéresse ici c'est l'énergie libérée et on aimerait ne pas avoir toujours ce signe négatif quand il y a de l'énergie libérée. On va donc inverser le signe pour obtenir la formule suivante.

Énergie libérée lors d'une réaction nucléaire

$$Q = \left(m_{avant} - m_{après} \right) \cdot 931,5 \frac{MeV}{u}$$

où l'énergie est en MeV et les masses sont en unité de masse atomique.

Si Q est positif, la réaction libère de l'énergie et si Q est négatif, la réaction demande de l'énergie. Cela ne veut pas dire que la réaction est impossible si Q est négatif, mais plutôt qu'il faut fournir de l'énergie pour qu'elle se produise.

Des réactions nucléaires dans le Soleil ?

Après la découverte des réactions nucléaires en 1919, Arthur Eddington et Jean Perrin suggèrent (indépendamment), dès 1920, que 4 noyaux d'hydrogène pourraient fusionner pour former de l'hélium ($4\ {}^{1}H \rightarrow {}^{4}He$). Comme Francis Aston venait de mesurer que la masse de l'hélium 4 est environ 0,7 % plus petite que celle des 4 hydrogènes, cette réaction libère de l'énergie et pourrait être la source d'énergie du Soleil.

Cette idée ne fait pas l'unanimité. Il y a d'autres théories proposées et le débat se poursuivra jusqu'à la fin des années 30. Par exemple, certains examinent si l'annihilation entre protons et électrons (qui, on le sait aujourd'hui, n'est pas possible) pouvait être la source d'énergie (une théorie proposée dès 1901 par James Jeans). Même Eddington préférait la théorie de l'annihilation pendant les années 20.

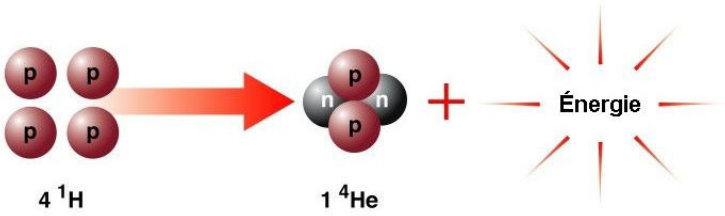
Lentement, la théorie de la fusion devient plus plausible. Premièrement, on se rend compte qu'il y a beaucoup d'hydrogène et d'hélium dans le Soleil. (Eddington pensait que le Soleil était surtout composé d'éléments lourds, comme le fer, et qu'il n'y avait environ que 5 % d'hydrogène dans le Soleil. Cecilia Payne a été une des premières à envisager, en 1925, que le Soleil est essentiellement composé d'hydrogène. En 1930, tous acceptent l'idée). Ensuite, l'équipe de Rutherford réussit à faire, en laboratoire, de la fusion d'hydrogène en hélium en 1934. Les réactions obtenues sont

$$ {}_{2}^{2}H + {}_{2}^{2}H \rightarrow {}_{2}^{4}He \rightarrow {}_{1}^{1}H + {}_{1}^{3}H $$
$$ {}_{2}^{2}H + {}_{2}^{2}H \rightarrow {}_{2}^{4}He \rightarrow {}_{0}^{1}n + {}_{2}^{3}He $$

Finalement, il devient évident que la fusion est la source d'énergie du Soleil durant les années 30 quand on découvre les détails de la réaction de fusion. Notons les contributions de Robert d'Escourt Atkinson et Fritz Houtermans (1929), Carl Friedrich von Weizsäcker

(1937), Hans Bethe (1937 et 1938) et Charles Critchfield (1937). En 1939, on peut dire que la question était réglée. Bethe reçoit le Prix Nobel en 1967 pour ses travaux (sa candidature avait été proposée 48 fois entre 1943 et 1966).

La réaction est toutefois plus complexe qu'un simple échange de protons et neutrons parce que les noyaux d'hydrogène sont simplement des protons alors que les noyaux d'hélium sont formés de 2 protons et de 2 neutrons. On a quatre protons au départ, alors qu'on a deux protons et deux neutrons après la réaction. On doit donc commencer par élucider ce mystère : « Comment peut-on obtenir des neutrons dans le noyau d'hélium alors qu'il n'y en a pas au départ ? »



physicsoftheuniverse.com/facts.html

La transformation des protons en neutrons

Pour comprendre d'où viennent ces neutrons, il faut savoir qu'il est possible de transformer un proton en neutron ou un neutron en proton. Les réactions de transformation, découverte par Fermi en 1934, sont

$$n^0 \rightarrow p^+ + e^- + \bar{\nu}$$
$$p^+ \rightarrow n^0 + e^+ + \nu$$

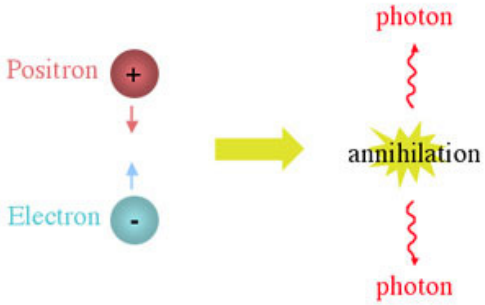
Dans ces formules, e^- est un électron, e^+ est un antiélectron (aussi appelé positron ou positon), ν représente un neutrino et $\bar{\nu}$ représente un antineutrino.

L'antimatière

Les antiélectrons sont de l'antimatière. Ce sont les antiparticules des électrons. C'est une particule qui a la même masse que l'électron, mais toutes ses autres propriétés sont inversées par rapport à l'électron. Par exemple, sa charge électrique est identique à celle de l'électron, mais de signe contraire.

Quand une particule et une antiparticule se rencontrent, elles disparaissent complètement (on dit qu'*elles s'annihilent*) en libérant beaucoup d'énergie sous forme de photon.

On peut aussi faire le processus inverse et créer de la matière à partir des photons. Dans ce cas, il se crée autant de matière que d'antimatière. Cette création de matière et d'antimatière se fait couramment dans les accélérateurs de particules.



astronomy.swin.edu.au/cosmos/P/Positron

Les neutrinos

Les neutrinos sont des particules de masse très faible et ayant une charge électrique nulle. Ils interagissent très peu avec la matière. Chaque seconde, des milliards de neutrinos traversent votre corps sans aucun effet. Peut-être qu'une fois dans votre vie, un de ces neutrinos va interagir avec un atome dans votre corps.

L'existence des neutrinos a été suggérée en 1930 par Wolfgang Pauli pour expliquer la disparition d'énergie et de quantité de mouvement dans un type de désintégration, appelé désintégration bêta, dans lequel un proton devient un neutron ou un neutron devient un proton. Pauli a alors supposé qu'une autre particule indétectable était aussi présente après la désintégration et que c'est elle qui avait l'énergie et la quantité de mouvement manquante. On a confirmé expérimentalement l'existence du neutrino en 1956.

La transformation

Les réactions

$$n^0 \rightarrow p^+ + e^- + \overline{\nu}$$
$$p^+ \rightarrow n^0 + e^+ + \nu$$

ne veulent pas dire qu'un neutron est fait d'un proton, d'un électron et d'un antineutrino (si on prend la première transformation en exemple). L'électron et l'antineutrino apparaissent quand le neutron devient un proton, ils n'étaient pas présents avant la transformation.

Quand un neutron se transforme en proton dans un noyau et qu'un électron est éjecté, on a une désintégration bêta – (β^-). Quand un proton se transforme en neutron dans un noyau et qu'un positron est éjecté, on a une désintégration bêta + (β^+).

C'est la transformation de proton en neutrons qui permet d'obtenir les neutrons dans notre noyau d'hélium.

La réaction proton-proton

La première étape de la réaction n'est pas si simple. Si on commence uniquement avec des protons, il semble logique que la première et seule réaction possible soit la fusion de deux hydrogènes pour former de l'hélium 2.

$$^1H + {}^1H \rightarrow {}^2He$$

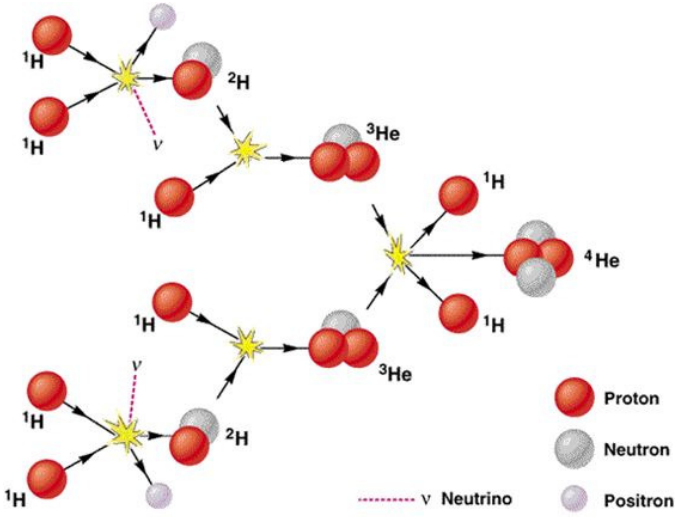
Toutefois, cette réaction demande de l'énergie. Cela fait en sorte que l'hélium 2 est extrêmement instable, et qu'il se resépare très rapidement en 2 hydrogènes. On a peut-être obtenu, très brièvement, de tels noyaux de ^2He en laboratoire, mais on n'est même pas certains…

Heureusement, il y a une certaine chance, quoique très faible, que cette fusion se fasse quasi simultanément avec une transformation d'un des protons en neutron. On a alors la réaction suivante qui, elle, libère de l'énergie et donne un produit stable.

$$^1H + {}^1H \rightarrow {}^2H + e^+ + \nu$$

Une fois cette difficile étape critique franchie, les autres fusions se font assez rapidement pour finalement arriver à l'hélium.

Les étapes de cette réaction, appelée la *réaction PPI*, sont



pot.pcc.edu/~aodman/physics%20122/end%20of%20main%20sequence/endofmainsequence.htm

1. $^1H + {}^1H \rightarrow {}^2He \rightarrow {}^2H + e^+ + \nu$
2. $^1H + {}^2H \rightarrow {}^3He$
3. $^3He + {}^3He \rightarrow {}^4He + {}^1H + {}^1H$

La réaction globale est donc

$$4\ {}^1H \rightarrow {}^4He + 2e^+ + 2\nu$$

En fait, les antiélectrons de cette réaction n'iront pas bien loin. Ils rencontreront assez vite un électron et vont s'annihiler en libérant de l'énergie. Ils vont donc disparaitre et on va obtenir

$$4\ {}^1H \rightarrow {}^4He + 2\nu$$

Il y a plusieurs réactions de fusion d'hydrogène en hélium possibles au centre du Soleil, mais celle illustrée ici est celle qui se produit dans environ 85 % des fusions.

Le calcul de l'énergie libérée par la réaction proton-proton

Dans la réaction de fusion, 4 noyaux d'hydrogène fusionnent pour former un noyau d'hélium. Au départ, la masse est donc

$$m_{avant} = 4 \cdot m_{H1} = 4 \cdot 1,007825u = 4,031300u$$

Après la fusion, nous avons un noyau d'hélium et 2 neutrinos. Comme les neutrinos ont une masse presque nulle, on peut les négliger dans le calcul de la masse finale pour obtenir

$$m_{après} = m_{He4} = 4,002603u$$

L'énergie libérée est donc

$$Q = \left(4,031300u - 4,002603u\right) \cdot 931,5 \frac{MeV}{u}$$

$$= (0,028697u) \cdot 931,5 \frac{MeV}{u}$$
$$= 26,73MeV \quad (= 4,283 \times 10^{-12} J)$$

Voici une petite parenthèse concernant les antiélectrons qui s'annihilent. Doit-on compter, en plus, l'énergie des électrons et des antiélectrons qui se sont annihilés ? Inutile d'ajouter l'énergie des électrons qui s'annihilent, elle est déjà comptée. C'est que la table des masses atomiques inclut la masse des électrons dans les orbitales. Si on écrit en détail ce qu'on a lors de la réaction, on a, avant la réaction

$$m_{avant} = 4 \cdot m_{H1} = 4 \cdot \left(m_{noyau\ H1} + m_{e^-} \right) = 4m_{noyau\ H1} + 4m_{e^-}$$

Une fois que les noyaux d'hydrogène sont fusionnés en hélium, on a un noyau d'hélium, deux antiélectrons et deux neutrinos en plus des 4 électrons des hydrogènes de départ.

$$m_{après} = \left(m_{noyau\ He4} + 2m_{e^+} + 2m_{\nu} \right) + 4m_{e^-}$$

Les deux antiélectrons vont rencontrer alors deux des électrons et ils vont disparaitre, ce qui élimine les masses de ces 4 particules. Il ne restera alors que deux électrons. On néglige ensuite la masse des neutrinos pour obtenir

$$m_{après} = m_{He4} = m_{noyau\ He4} + 2m_{e^-}$$

Or, cette masse est exactement la masse de l'atome d'hélium donné par la table puisque ce dernier est formé d'un noyau et de deux électrons. En utilisant cette masse, on a donc déjà éliminé 2 électrons et deux antiélectrons, ce qui signifie que l'énergie libérée par l'annihilation de ces particules est incluse.

Sachez que l'énergie libérée uniquement par l'annihilation des électrons et des antiélectrons se calcule assez simplement. Lors d'une annihilation, la masse des particules est entièrement transformée en énergie. Comme 2 électrons et 2 antiélectrons s'annihilent à chaque réaction et que l'énergie de masse de ces particules est de 0,511 MeV, cela signifie que l'annihilation de ces 4 particules donne 2,044 MeV. Cela représente 7,7 % de l'énergie de chaque réaction. C'est quand même intéressant de constater que 7,7 % de l'énergie du Soleil provient de l'annihilation matière-antimatière !

Notez qu'on perd une petite partie du 26,73 MeV. Quand les protons deviennent des neutrons, le neutrino quitte avec une énergie cinétique moyenne de 0,265 MeV. Comme le neutrino sort directement sans interagir, cette énergie ne pourra pas être rayonnée sous forme de lumière par le Soleil. Avec 2 neutrinos produits par réaction, on perd 0,53 MeV par réaction. Il ne reste donc que 26,20 MeV pour chaque réaction (= 4,198 x 10^{-12} J).

La durée de vie du Soleil avec la fusion de l'hydrogène

Sachant l'énergie fournie par une fusion, on peut maintenant calculer pendant combien de temps le Soleil pourrait briller.

Commençons par trouver le rendement (R) de cette réaction. Le rendement est le nombre de joules qu'on peut obtenir à partir d'un kilogramme d'hydrogène. Dans 1 kg d'hydrogène, le nombre d'atomes est

$$\begin{aligned} N &= \frac{1kg}{\text{masse d'un atome}} \\ &= \frac{1kg}{1,007825u} \\ &= \frac{1kg}{1,007825 \cdot 1,660566 \times 10^{-27} kg} \\ &= 5,975 \times 10^{26} atomes \end{aligned}$$

Comme il faut 4 atomes d'hydrogène pour faire une réaction, le nombre de réactions est

$$\frac{5,975 \times 10^{26} atomes}{4} = 1,494 \times 10^{26} réactions$$

L'énergie libérée par kilogramme d'hydrogène est donc

$$\begin{aligned} R &= 1,494 \times 10^{26} \, \tfrac{réactions}{kg} \cdot 4,198 \times 10^{-12} \, \tfrac{J}{réactions} \\ &= 6,271 \times 10^{14} \, \tfrac{J}{kg} \end{aligned}$$

C'est une quantité assez incroyable d'énergie. Pour illustrer, sachez qu'une maison québécoise consomme environ 10^{11} joules par année. On pourrait donc fournir de l'énergie à cette maison pendant 6400 ans à partir d'un seul kilogramme d'hydrogène si on parvenait à fusionner de l'hydrogène de cette façon sur Terre !

Le Soleil a une masse de 2 x 10^{30} kg et on estime, qu'à sa naissance, un peu plus de 71 % de la masse du Soleil était de l'hydrogène. L'énergie totale qu'on peut obtenir avec la fusion de l'hydrogène est donc

$$\begin{aligned} E &= 6,271 \times 10^{14} \, \tfrac{J}{kg} \cdot \left(0,71 \cdot 2 \times 10^{30} kg\right) \\ &= 8,90 \times 10^{44} J \end{aligned}$$

Avec sa luminosité actuelle, la durée de vie du Soleil est donc

$$\begin{aligned} t_{vie} &= \frac{E}{L} \\ &= \frac{8,90 \times 10^{44} J}{3,828 \times 10^{26} W} \\ &= 2,33 \times 10^{18} s \\ &= 73,7 \text{ milliards d'années} \end{aligned}$$

En fait, ceci est la durée de vie du Soleil si tout l'hydrogène du Soleil fusionnait. Des modèles plus sophistiqués montrent que seule une partie de l'hydrogène du Soleil pourra fusionner et on estime que le Soleil aura une durée de vie d'un peu plus de **10 milliards d'années** (10,91 milliards d'années plus précisément). C'est amplement suffisant pour être en accord avec l'âge de la Terre (et de tout le Système solaire) qui est estimé à 4,567 milliards d'années.

Avec un âge de 4,567 milliards d'années, et une durée de vie de 10,91 milliards d'années, il reste encore près de 6,34 milliards d'années de vie à notre Soleil.

La quantité d'hydrogène qui fusionne chaque seconde

Chaque seconde, le Soleil rayonne une énergie de 3,828 x 10^{26} J. Comme on sait qu'un kilogramme d'hydrogène nous donne 6,397 x 10^{14} joules, on peut trouver la quantité d'hydrogène qui fusionne chaque seconde. Cette quantité est

$$\begin{aligned} m &= \frac{\textit{Énergie}}{\textit{rendement}} \\ &= \frac{3,828\times10^{26}\,J}{6,271\times10^{14}\,\frac{J}{kg}} \\ &= 6,105\times10^{11}\,kg \end{aligned}$$

Cela représente 610,5 millions de tonnes d'hydrogène qui fusionnent chaque seconde, ce qui signifie que le nombre de réactions par seconde est

$$6,105\times10^{11}\,\tfrac{kg}{s}\cdot 1,494\times10^{26}\,\tfrac{\textit{réactions}}{kg} = 9,119\times10^{37}\,\tfrac{\textit{réactions}}{s}$$

On a vu que la masse des particules après la réaction de fusion est plus petite que ce qu'on avait initialement. Pour une réaction, la baisse de masse est

$$\Delta m = 0,028697u = 4,765\times10^{-29}\,kg$$

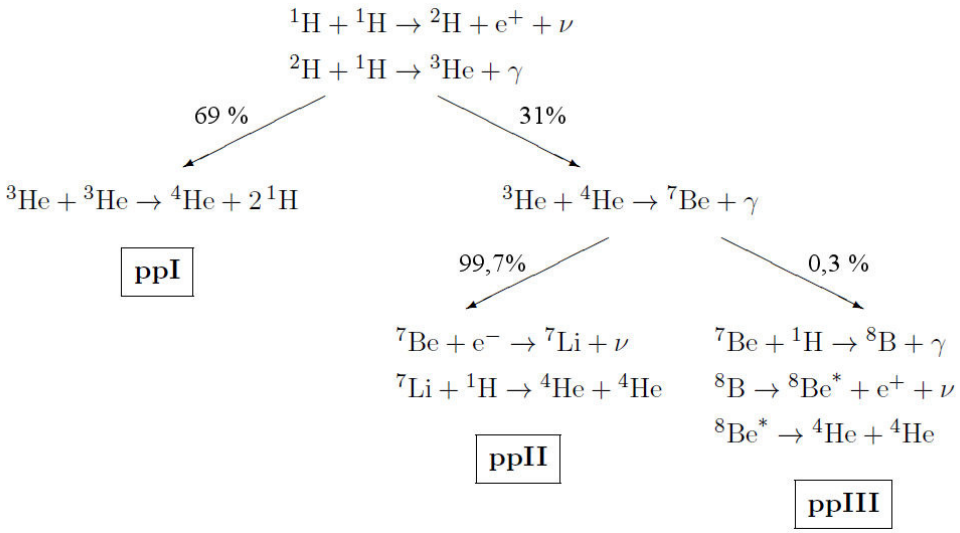
C'est peu, mais avec 9,119 x 10^{37} réactions de fusion chaque seconde, la baisse de masse totale par seconde est de

$$\begin{aligned} \Delta m_{tot} &= 4,765\times10^{-29}\,kg\cdot 9,119\times10^{37} \\ &= 4,35\times10^{9}\,kg \end{aligned}$$

Cela veut dire que le Soleil perd 4,35 millions de tonnes chaque seconde ! 610,5 millions de tonnes d'hydrogène deviennent 606,1 millions de tonnes d'hélium, avec une perte de 4,3 millions de tonnes toutes les secondes. Même à ce rythme, la perte représente, au bout de 10 milliards d'années, à peine 0,07 % de la masse du Soleil.

Les réactions *PPII* et *PPIII*

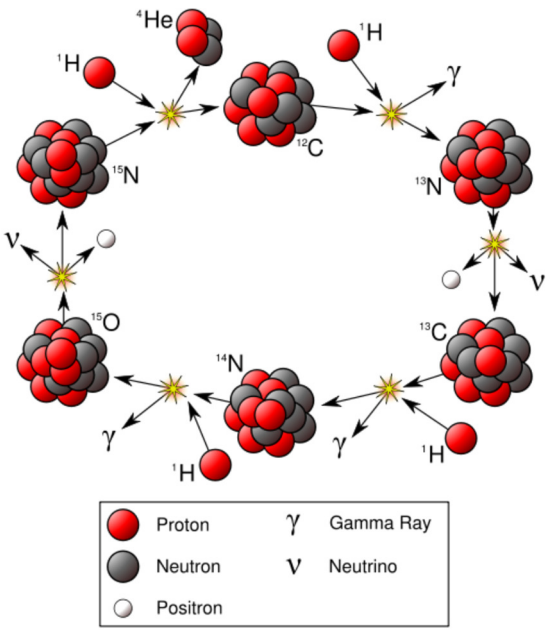
Il y a trois chemins possibles pour faire la réaction proton-proton. Le diagramme suivant montre ces autres possibilités (*PPII et PPIII*) et donne le pourcentage des réactions qui emprunte cette voie. (Ce sont les pourcentages au centre du Soleil, ils varient un peu selon la distance du centre du Soleil.) Dans tous les cas, le résultat final est le même.



Le cycle CNO

En 1938, Hans Bethe découvre une façon tout à fait différente de faire la fusion de l'hydrogène en hélium qui utilise le carbone 12 comme intermédiaire. Voici un diagramme illustrant cette réaction. Les étapes de cette réaction sont

$$^{12}C + {}^1H \rightarrow {}^{13}N$$
$$^{13}N \rightarrow {}^{13}C + e^+ + \nu$$
$$^{13}C + {}^1H \rightarrow {}^{14}N$$
$$^{14}N + {}^1H \rightarrow {}^{15}O$$
$$^{15}O \rightarrow {}^{15}N + e^+ + \nu$$
$$^{15}N + {}^1H \rightarrow {}^{12}C + {}^4He$$



en.wikipedia.org/wiki/CNO_cycle

Encore une fois, le résultat global est le même, le noyau de carbone étant revenu à la fin du cycle. (Toutefois, la perte d'énergie par les neutrinos est un peu plus grande. Elle est de 1,71 MeV). Comme le noyau de carbone se transforme en azote et en oxygène pendant ce cycle, on a donné le nom de *cycle CNO* à ce cycle. (Notez qu'il y a quelques variantes au cycle CNO, mais on ne les verra pas ici.)

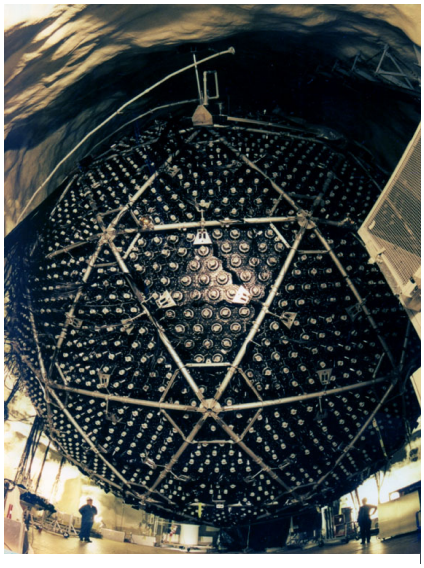
Les neutrinos solaires

Il est difficile de vérifier si ce sont véritablement ces réactions qui se produisent dans le Soleil puisqu'on ne peut pas voir à l'intérieur du Soleil. Par contre, il existe une façon assez directe de vérifier si la théorie est possible : les neutrinos. On se rappelle que la réaction nucléaire globale est

$$4\,^{1}H \rightarrow {}^{4}He + 2\nu$$

Pour chaque réaction, il y a deux neutrinos produits. Comme il y a 9,119 x 10^{37} réactions de fusion chaque seconde, cela veut dire que 1,824 x 10^{38} neutrinos sont produits par le Soleil chaque seconde. Comme les neutrinos interagissent peu avec la matière, ils peuvent assez facilement sortir du Soleil (il faudrait que les neutrinos traversent environ 250 al de gaz ayant les caractéristiques du gaz au centre du Soleil pour que la moitié des neutrinos soient absorbés). C'est comme si le Soleil était très transparent pour les neutrinos (à peine un neutrino sur un milliard va interagir avec la matière solaire). Comme les neutrinos nous arrivent directement de l'intérieur du Soleil, ils peuvent nous fournir de l'information précieuse sur ce qui se passe au cœur du Soleil.

Une partie de ces neutrinos arrive sur Terre. Environ 10^{15} (un million de milliards !) neutrinos émis ainsi par le Soleil traversent votre corps chaque seconde sans avoir le moindre effet sur vous. On peut détecter ces neutrinos à l'aide d'instrument enfoui profondément sous Terre. Ils sont à cet endroit pour s'assurer que toutes les autres particules arrivant de l'espace (il y en a beaucoup) soient bloquées par le sol et que seuls les neutrinos puissent arriver au détecteur. L'image montre un de ces détecteurs situés dans une ancienne mine à Sudbury. (C'est assez gros : remarquez le bonhomme en bas à gauche.)

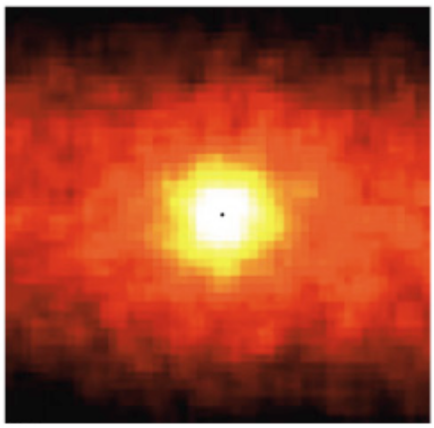


en.wikipedia.org/wiki/Queen's_University

Puisque les neutrinos interagissent très peu avec la matière, le détecteur en capte très peu. Bien qu'il soit traversé par des milliards de milliards de neutrinos chaque seconde, le détecteur en captera en moyenne un seul par jour. Par contre, c'est suffisant pour qu'on puisse faire quelques vérifications. Comme on peut calculer la probabilité de capter les neutrinos, on peut déduire le flux de neutrino reçu par la Terre à partir du rythme avec lequel on capte des neutrinos.

Initialement, on était inquiet, car on calculait que le flux reçu n'était que le tiers de celui prévu théoriquement. Heureusement, on a découvert que les neutrinos pouvaient changer de type (il y a trois types de neutrinos) pendant leur parcours vers la Terre et qu'on avait donc trois fois plus de neutrinos que ce qu'on pouvait déduire à partir des mesures du capteur qui ne détectait qu'un seul type de neutrino. Ainsi, on calcule qu'on reçoit exactement le nombre de neutrinos prévu par la théorie de la fusion nucléaire dans le Soleil. C'est bon signe.

Les détecteurs de neutrinos sont de plus en plus performants, à tel point qu'on peut maintenant déduire la direction d'arrivée du neutrino. Cela permet de déterminer d'où proviennent les neutrinos et de faire une carte montrant d'où ils arrivent. C'est un peu comme si on avait un télescope avec lequel on peut obtenir une image non pas à partir de la lumière, mais à partir des neutrinos.



apod.nasa.gov/apod/ap980605.html

Voici d'ailleurs l'image obtenue pour le Soleil.

Pour l'instant, ces images ont très peu de résolution. Le point noir au centre de l'image est la dimension du Soleil sur cette image. L'image nous indique donc que les neutrinos reçus par les détecteurs semblent effectivement provenir du Soleil, mais c'est à peu près tout ce qu'on peut dire pour l'instant.

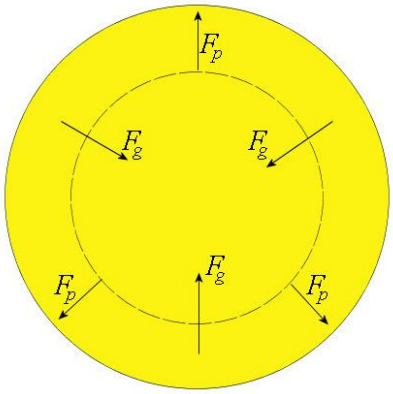
5.4 L'ÉQUILIBRE HYDROSTATIQUE

On va maintenant tenter de déterminer la structure interne du Soleil. On pourra alors savoir, par exemple, où se fait la fusion nucléaire dans le Soleil. Pour cela, on doit déterminer les lois qui régissent une grosse boule de gaz comme le Soleil. Une facette importante est l'équilibre hydrostatique du gaz.

Conditions d'équilibre

Le Soleil est stable. Cela signifie que le gaz dans l'étoile est en équilibre. Pour comprendre ce que cela signifie, séparons l'étoile en deux parties telles qu'illustrées sur la figure. Ces deux parties de l'étoile seront les parties externe et interne.

Examinons les forces sur la partie externe de l'étoile.



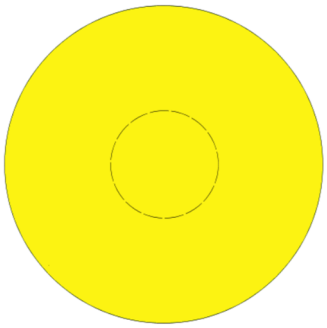
Il y a premièrement une force gravitationnelle (F_g). C'est la force d'attraction gravitationnelle faite par la partie interne de l'étoile et elle est donc dirigée vers le centre de l'étoile.

Il y a ensuite la force de pression du gaz de la partie interne (F_p). Cette pression pousse vers l'extérieur sur la partie externe de l'étoile.

À l'équilibre, ces deux forces doivent s'annuler, ce qui signifie qu'on doit avoir

$$F_g = F_p$$

C'est donc la force de pression du gaz qui s'oppose à la force gravitationnelle qui cherche à faire contracter l'étoile.



On doit toujours avoir cet équilibre, peu importe l'endroit où on fait la séparation entre la partie externe et interne. Par exemple, imaginons que la séparation entre la partie externe et interne est plus près du centre du Soleil.

Dans ce cas, la force de gravitation sera surement plus grande parce qu'on a ajouté de la masse à la partie externe et la force de gravité de cette nouvelle masse vient s'ajouter à celle qu'on avait déjà avec une partie externe plus petite. Si les forces de gravitation et de pression sont égales et que la force de gravitation est plus grande, alors la force de pression à l'endroit où on a fait la séparation doit être plus grande que celle qu'on avait quand la couche externe était plus mince. La force de pression doit donc être plus grande à cet endroit.

Comme la force de pression est

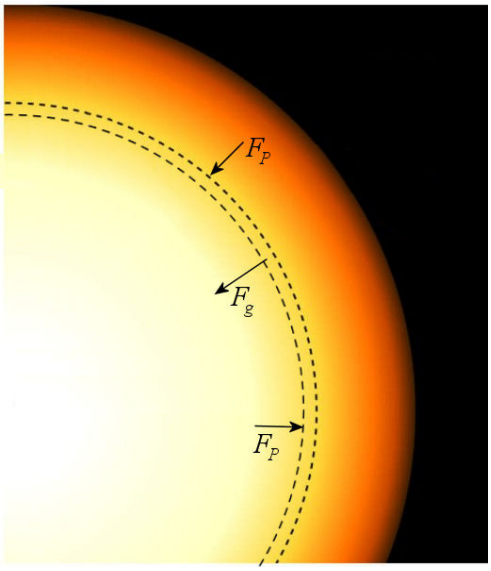
$$F_P = PA$$

on en conclut que la pression doit augmenter plus vite que la force de pression parce que la surface où s'applique la pression diminue avec une partie interne plus petite.

Cela nous amène à conclure que **la pression doit augmenter à mesure qu'on s'approche du centre de l'étoile** pour que la force de pression puisse contrebalancer les forces de gravitation exercées par les couches externes de l'étoile.

Équation de l'équilibre hydrostatique

On peut trouver une formule qui donne le changement de pression dans l'étoile. Si on considère une couche mince dans l'étoile, on a les forces suivantes sur la couche.



scienceblogs.com/startswithabang/tag/formation/feed/

1) La force de pression sur le dessous de la couche

$$F_P = PA = P4\pi r^2$$

2) La force de gravitation sur la couche

$$F_g = \frac{GM_r dm}{r^2}$$

où M_r est la masse de l'étoile à l'intérieur de la couche.

3) La force de pression sur le dessus de la couche

$$F_P = (P + dP)\, A = (P + dP)\, 4\pi r^2$$

Puisque la couche n'accélère pas, on a

$$\sum F = 0$$

$$P4\pi r^2 - \left(P + dP\right)4\pi r^2 - \frac{GM_r dm}{r^2} = 0$$

$$-dP4\pi r^2 - \frac{GM_r dm}{r^2} = 0$$

Comme la masse de la couche est

$$dm = densité \cdot volume$$
$$= \rho 4\pi r^2 dr$$

on arrive à

$$-dP4\pi r^2 - \frac{GM_r \rho 4\pi r^2 dr}{r^2} = 0$$

$$dP = -\frac{GM_r \rho dr}{r^2}$$

On pourrait alors trouver la pression en fonction de *r* en intégrant.

Mais pour y arriver, on doit savoir comment change la densité de l'étoile (qui est une fonction qui dépend aussi de *r*). On peut premièrement examiner ce que ça donne si on suppose une formule pour la densité en fonction de la distance.

Un Soleil à densité constante

On va premièrement faire un modèle très simplifié du Soleil ici en imaginant que sa densité est constante.

Si la densité est constante, la masse volumique vaut

$$\rho = \frac{masse}{volume} = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{3M}{4\pi R^3}$$

Avec les valeurs, on obtient

$$\rho = \frac{3M}{4\pi R^3} = \frac{3 \cdot 1{,}9885 \times 10^{30}\, kg}{4\pi \cdot \left(6{,}957 \times 10^8\, m\right)^3} = 1410\, \frac{kg}{m^3}$$

Alors, la masse à l'intérieur de la couche de rayon *r* est

$$\begin{aligned} M_r &= densité \cdot volume \\ &= \frac{3M}{4\pi R^3} \cdot \frac{4\pi r^3}{3} \\ &= \frac{Mr^3}{R^3} \end{aligned}$$

L'équation de l'équilibre hydrostatique devient alors

$$dP = -\frac{GM_r \rho dr}{r^2}$$

$$dP = -\frac{G\frac{Mr^3}{R^3}\frac{3M}{4\pi R^3}dr}{r^2}$$

$$dP = -\frac{3GM^2 r^3 dr}{4\pi r^2 R^6}$$

$$dP = -\frac{3GM^2}{4\pi R^6} r dr$$

On peut alors intégrer pour obtenir

$$\begin{aligned} P &= -\frac{3GM^2}{4\pi R^6}\int r dr \\ &= -\frac{3GM^2}{4\pi R^6}\left(\frac{r^2}{2}\right) + Cst \\ &= -\frac{3GM^2}{8\pi R^6} r^2 + Cst \end{aligned}$$

On peut trouver la constante puisqu'on sait que la pression à la surface ($r = R$) est nulle. On a donc

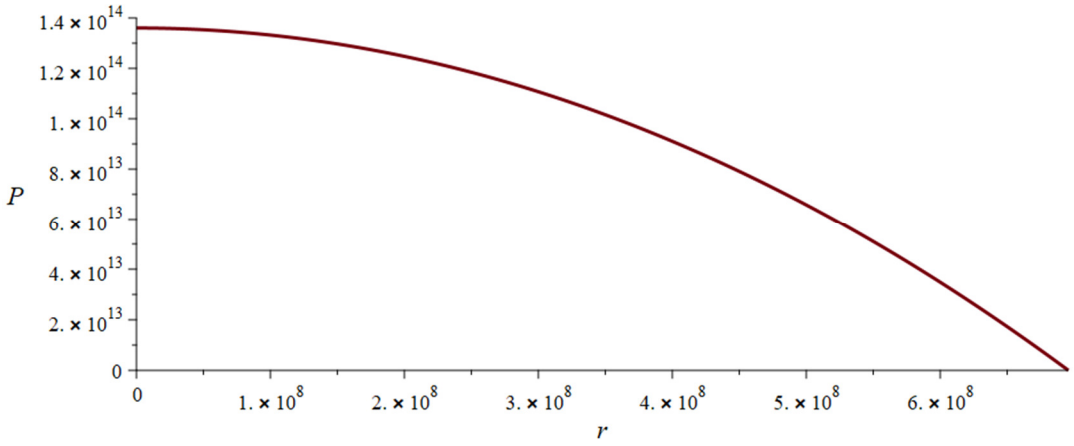
$$0 = -\frac{3GM^2}{4\pi R^6}\left(\frac{R^2}{2}\right) + Cst$$

$$Cst = \frac{3GM^2}{8\pi R^6} R^2$$

La pression est donc

$$\begin{aligned} P &= -\frac{3GM^2}{8\pi R^6} r^2 + \frac{3GM^2}{8\pi R^6} R^2 \\ &= \frac{3GM^2}{8\pi R^4}\left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) \end{aligned}$$

Voici un graphique de la pression en fonction de la distance du centre d'un soleil à densité constante.



Selon cette formule, la pression au centre est

$$\begin{aligned} P_{centre} &= \frac{3GM^2}{8\pi R^4} \\ &= \frac{3 \cdot 6,6743\times10^{-11}\,\frac{Nm^2}{kg^2} \cdot \left(1,9885\times10^{30}\,kg\right)^2}{8\pi \cdot \left(6,957\times10^{8}\,m\right)^4} \\ &= 1,345\times10^{14}\,Pa \end{aligned}$$

De là, on peut trouver la température à partir de la pression et de la densité avec la loi des gaz parfaits.

$$PV = n \cdot 8,31\,\tfrac{J}{molK} \cdot T$$

$$P = \left(\frac{n}{V}\right) \cdot 8,31\,\tfrac{J}{molK} \cdot T$$

On voit que pour trouver la température, il nous faut donc le nombre de moles. Ce nombre de moles se trouve facilement à partir de la masse du gaz en divisant la masse par la masse molaire du gaz (notée μ).

$$n = \frac{m}{\mu}$$

On a alors

$$P = \frac{m}{V}\frac{1}{\mu} \cdot 8,31\,\tfrac{J}{molK} \cdot T$$

Comme *m/V* est la masse volumique, on arrive à

Loi des gaz parfaits

$$P = \frac{\rho \cdot 8,31\,\frac{J}{molK} \cdot T}{\mu}$$

Il reste à trouver la masse molaire moyenne du gaz qui forme le Soleil. On va simplifier en disant qu'il n'y a que de l'hydrogène et de l'hélium. Le pourcentage de masse d'hydrogène

est X et le pourcentage de masse d'hélium est Y. Comme la masse d'hydrogène est Xm, le nombre de moles d'hydrogène est

$$n_H = \frac{Xm}{1\frac{g}{mol}} = 1\frac{mol}{g}\cdot Xm$$

Comme la masse d'hélium est Ym, le nombre de moles d'hélium est

$$n_{He} = \frac{Ym}{4\frac{g}{mol}} = 0,25\frac{mol}{g}\cdot Ym$$

Mais attention, les noyaux des atomes ne sont pas les seules particules présentes. Comme la température est passablement élevée dans le Soleil, les atomes sont ionisés et tous les électrons sont libres. Ces électrons feront aussi une pression et on doit donc les compter. Chaque atome d'hydrogène donne 1 électron et chaque atome d'hélium donne 2 électrons. Le nombre de moles d'électrons libres est donc

$$n_{\acute{e}} = 1\cdot 1\frac{mol}{g}\cdot Xm + 2\cdot 0,25\frac{mol}{g}\cdot Ym$$

Le nombre total de moles est donc de

$$\begin{aligned} n &= 1\frac{mol}{g}\cdot Xm + 0,25\frac{mol}{g}\cdot Ym + 1\cdot 1\frac{mol}{g}\cdot Xm + 2\cdot 0,25\frac{mol}{g}\cdot Ym \\ &= 2\frac{mol}{g}\cdot Xm + 0,75\frac{mol}{g}\cdot Ym \end{aligned}$$

Puisque

$$n = \frac{m}{\mu}$$

la masse molaire moyenne est

$$\begin{aligned} \mu &= \frac{m}{n} \\ &= \frac{m}{2\frac{mol}{g}\cdot Xm + 0,75\frac{mol}{g}\cdot Ym} \end{aligned}$$

On arrive donc à la formule suivante.

Masse molaire moyenne d'un gaz

$$\mu = \frac{1\frac{g}{mol}}{2X + 0,75Y}$$

(Pour un gaz complètement ionisé composé d'hydrogène et d'hélium.)

Calculons ce que ça donne pour le Soleil. Comme 71 % de la masse du Soleil est composée d'hydrogène, on va prendre $X = 0,71$ et $Y = 0,29$. On obtient alors

$$\mu = \frac{1\frac{g}{mol}}{2\cdot 0,71 + 0,75\cdot 0,29} = 0,6107\frac{g}{mol}$$

Reprenons maintenant notre formule de la pression et utilisons les formules de densité et de pression trouvée précédemment pour trouver la température.

$$P = \frac{\rho \cdot 8,31 \frac{J}{molK} \cdot T}{\mu}$$

$$\frac{3GM^2}{8\pi R^4}\left(1-\frac{r^2}{R^2}\right) = \frac{1}{\mu}\frac{3M}{4\pi R^3} \cdot 8,31 \frac{J}{molK} \cdot T$$

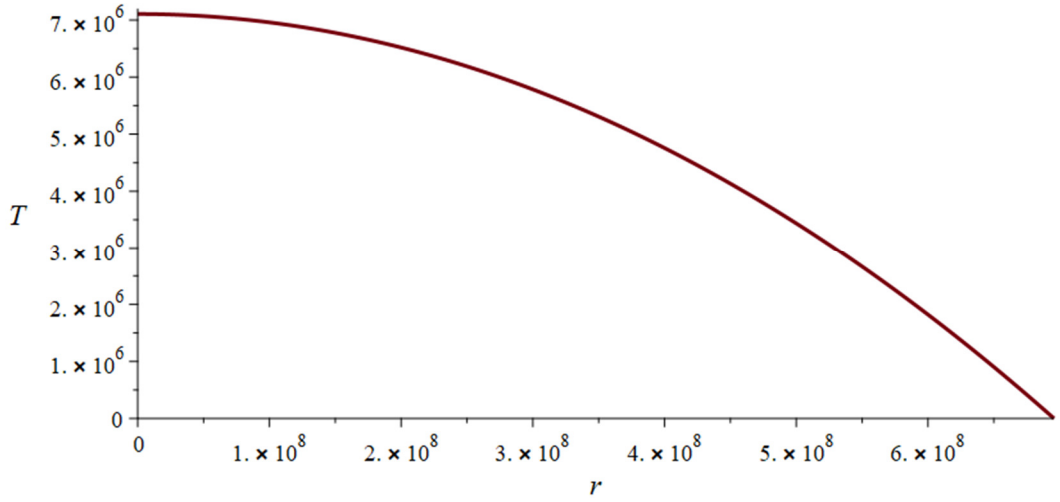
$$\frac{GM}{2R}\left(1-\frac{r^2}{R^2}\right) = \frac{1}{\mu} \cdot 8,31 \frac{J}{molK} \cdot T$$

$$T = \frac{1}{2} \cdot \frac{\mu}{8,31 \frac{J}{molK}} \cdot \left(1-\frac{r^2}{R^2}\right)\frac{GM}{R}$$

Avec la masse molaire moyenne du Soleil (0,0006107 kg/mol), on arrive à

$$T = 3,674 \times 10^{-5} \frac{kgK}{J} \cdot \left(1-\frac{r^2}{R^2}\right)\frac{GM}{R}$$

Voici un graphique de la température en fonction de la distance du centre d'un Soleil à densité constante.



Ainsi, la température au centre d'un Soleil à densité constante serait de

$$\begin{aligned} T_{centre} &= \frac{1}{2} \cdot \frac{\mu}{8,81 \frac{J}{molK}} \cdot \frac{GM}{R} \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{0,0006107 \frac{kg}{mol}}{8,31 \frac{J}{molK}} \cdot \frac{6,6743 \times 10^{-11} \frac{Nm^2}{kg^2} \cdot 1,9885 \times 10^{30} kg}{6,957 \times 10^8 m} \\ &= 7,01 \times 10^6 K \end{aligned}$$

C'est 7,01 millions de kelvins.

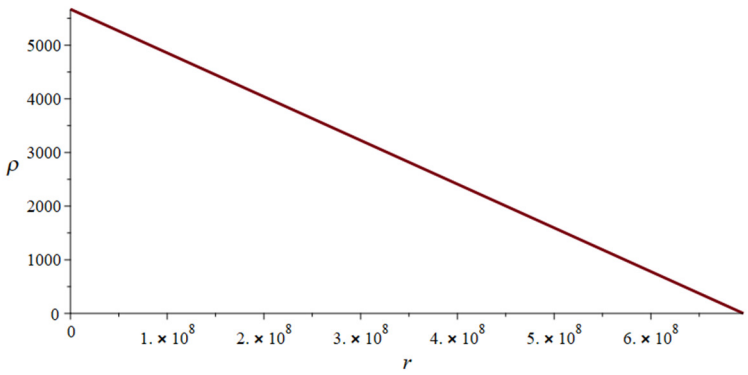
En résumé, on obtient les formules suivantes pour un Soleil à densité constante.

$$\rho_{centre} = \frac{3}{4\pi} \cdot \frac{M}{R^3} \qquad P_{centre} = \frac{3}{8\pi} \cdot \frac{GM^2}{R^4} \qquad T_{centre} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\mu}{8,31 \frac{J}{molK}} \cdot \frac{GM}{R}$$

Quelques autres modèles de Soleil

Modèle linéaire

Voyons les résultats pour des modèles de Soleil dont la densité varie avec la distance du centre du Soleil. Commençons par un modèle dont la densité diminue linéairement avec la distance du centre. Le graphique de la densité est montré à droite.



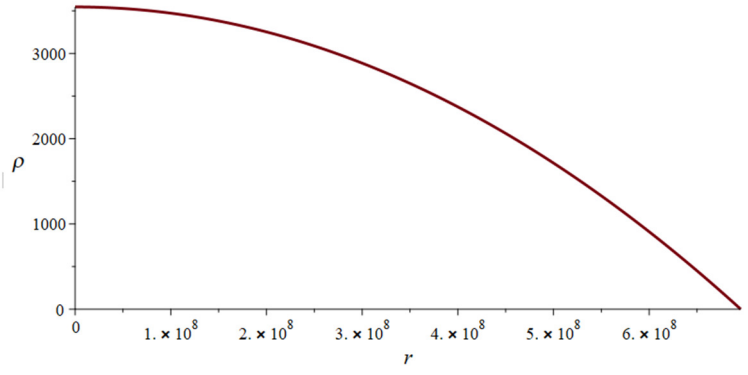
Dans ce cas, on obtient les résultats suivants.

$$\rho_{centre} = \frac{3}{\pi} \cdot \frac{M}{R^3} \qquad P_{centre} = \frac{5}{4\pi} \cdot \frac{GM^2}{R^4} \qquad T_{centre} = \frac{5}{12} \cdot \frac{\mu}{8,31 \frac{J}{molK}} \cdot \frac{GM}{R}$$

Vous pouvez voir les détails des calculs pour ce modèle dans ce document.
https://physique.merici.ca/astro/modelsoleil1.pdf

Modèle quadratique

Examinons maintenant un modèle dont la densité diminue selon le carré de la distance du centre. Le graphique de la densité est montré à droite.



Dans ce cas, on obtient les résultats suivants.

$$\rho_{centre} = \frac{15}{16\pi} \cdot \frac{M}{R^3} \qquad P_{centre} = \frac{15}{16\pi} \cdot \frac{GM^2}{R^4} \qquad T_{centre} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\mu}{8,31 \frac{J}{molK}} \cdot \frac{GM}{R}$$

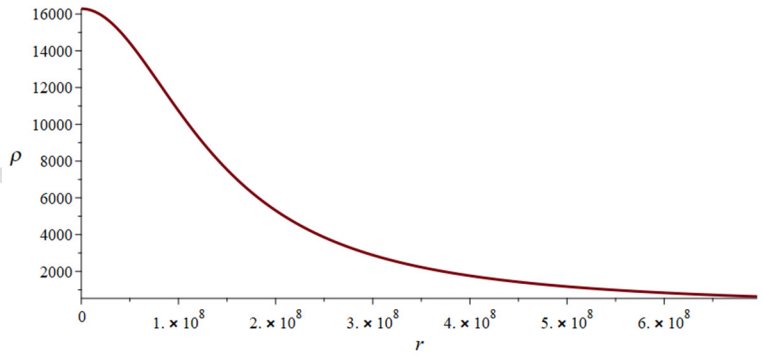
Vous pouvez voir les détails des calculs pour ce modèle dans ce document.
https://physique.merici.ca/astro/modelsoleil2.pdf

Modèle plus dense au centre

Examinons maintenant un modèle dont la densité diminue selon la formule suivante.

$$\rho_{centre} \approx 2,743 \cdot \frac{M}{R^3} \cdot \frac{1}{1-25\frac{r^2}{R^2}}$$

Le graphique de cette densité est montré à droite.



Dans ce cas, on obtient les résultats suivants.

$$\rho_{centre} = 2,743 \cdot \frac{M}{R^3} \qquad P_{centre} = 0,823 \cdot \frac{GM^2}{R^4} \qquad T_{centre} = 0,300 \cdot \frac{\mu}{8,31\frac{J}{molK}} \cdot \frac{GM}{R}$$

Vous pouvez voir les détails des calculs pour ce modèle dans ce document.
https://physique.merici.ca/astro/modelsoleil3.pdf

Quelques remarques

Même en variant la densité de différentes façons, on remarque que les résultats pour la densité, la pression et la température centrale ne sont pas bien différents. La densité est toujours relativement près de M/R^3. Le coefficient devant M/R^3 est toujours relativement près de 1 (entre 0,24 et 2,7 dans les modèles considérés). On doit donc s'attendre à ce que la densité centrale soit près de

$$\rho_{centre} \approx \frac{M}{R^3}$$

On remarque aussi que la formule de la pression centrale donne toujours des valeurs près de GM^2/R^4. Le coefficient devant GM^2/R^4 est toujours relativement près de 1 (entre 0,12 et 0,82 dans les modèles considérés). On doit donc s'attendre à ce que la pression centrale soit près de

$$P_{centre} \approx \frac{GM^2}{R^4}$$

Finalement, on remarque aussi que la formule de la température centrale donne toujours des valeurs près de $0,4 \cdot \mu/8,31\text{J/molK} \cdot GM/R$. On doit donc s'attendre à ce que la température centrale soit près de

$$T_{centre} \approx 0,4 \cdot \frac{\mu}{8,31\frac{J}{molK}} \cdot \frac{GM}{R}$$

5.5 LA STRUCTURE DU SOLEIL

À la section précédente, on a supposé des formules de variation de densité en fonction de la distance pour le Soleil. En réalité, on ne peut pas supposer cette formule, il faut la déterminer à partir des lois de la physique. Or, la densité dépend aussi de la température qui, à son tour, dépend du rythme de la fusion nucléaire et de la façon dont la chaleur générée par la fusion nucléaire se propage dans l'étoile. C'est là que la situation commence à se compliquer.

Pour arriver à une structure réaliste pour le Soleil, il faut combiner les informations suivantes :

1) L'équation de l'équilibre hydrostatique entre la force gravitationnelle et la force de pression.

2) La loi des gaz. (Tout en tenant compte de la variation de composition générée par la fusion de l'hydrogène en hélium, ce qui change le lien entre la densité et n/V.)

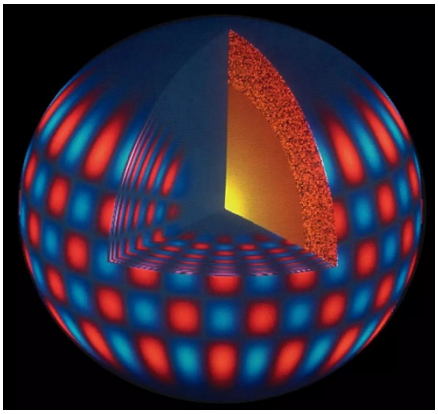
3) Les équations (que nous n'avons pas vues) du transport de la chaleur dans le gaz.

4) Les équations (que nous n'avons pas vues) de la fusion nucléaire pour déterminer la quantité de chaleur générée selon la densité et la température.

5) Les équations (que nous n'avons pas vues) de la magnétohydrodynamique décrivant le mouvement du gaz en tenant compte de la présence du champ magnétique créé par ce mouvement de matière. Ces équations sont très complexes.

À partir de tous ces éléments, on peut faire un modèle de l'intérieur du Soleil. C'est loin d'être évident puisqu'il est impossible de résoudre exactement ces équations. Le plus souvent, il s'agit de modèles faits à l'aide de puissants ordinateurs. Ces modèles sont approximatifs, car il est très difficile de prendre en compte tous les éléments qui peuvent influencer la structure du Soleil.

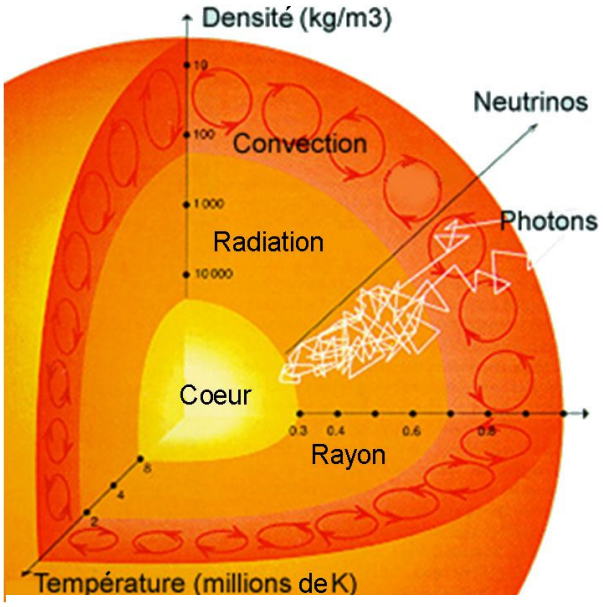
Notez qu'on peut vérifier et améliorer les modèles expérimentalement grâce à *l'héliosismologie* qui consiste à étudier les faibles oscillations du Soleil. Comme la période de ces oscillations dépend de la structure interne du Soleil, on peut trouver plusieurs données importantes concernant la structure interne du Soleil avec ces oscillations. La figure de droite montre un de ces modes d'oscillation du Soleil.



essentialhomme.net/helioseismology-exploration-of-solar-interior/

La zone de fusion nucléaire et les zones de radiation et de convection

Ces modèles indiquent qu'il y a 3 zones distinctes dans le Soleil.



stargazingmadesimple.wordpress.com/2008/11/24/the-sun/

Le cœur

Au centre de l'étoile, il y a le cœur de l'étoile. C'est à cet endroit que la densité et la température de l'étoile sont assez grandes pour qu'il y ait des réactions nucléaires. Le cœur s'étend jusqu'à 0,25 $R_\odot$, ce qui veut dire qu'il constitue 1,6 % du volume du Soleil. Malgré son faible volume, le cœur contient 40 % de la masse du Soleil puisque sa densité est phénoménale, comme on pourra le constater plus loin.

La zone radiative

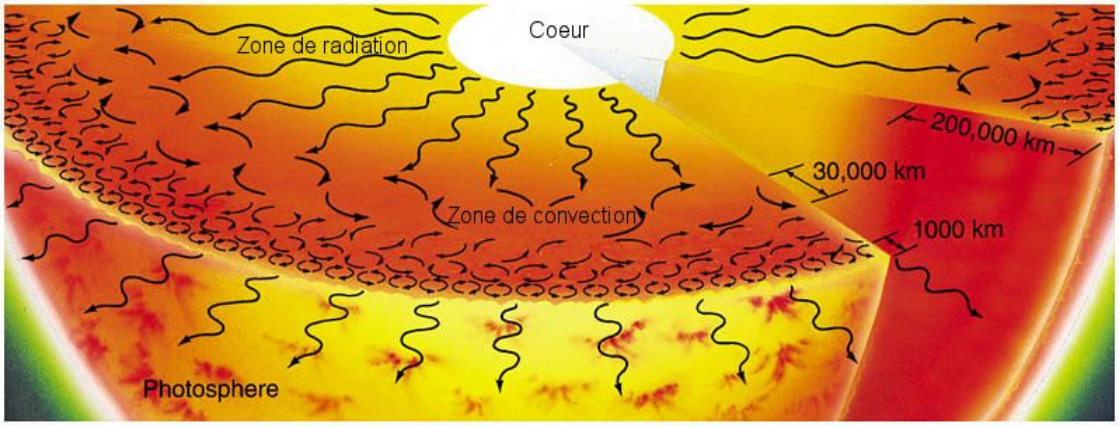
Vient ensuite une zone radiative qui va de 0,25 $R_\odot$ à 0,72 $R_\odot$. Dans cette zone, la chaleur produite au centre du Soleil se propage par radiation. Autrement dit, l'énergie produite se propage sous forme de photons qui se déplacent dans la matière. Ces photons interagissent fortement avec la matière de sorte qu'un photon parcourt en moyenne environ 1 cm avant d'être absorbé ou dévié par un atome. Il faut beaucoup de temps pour qu'un photon traverse cette zone, car il est constamment absorbé et réémis ou simplement dévié dans toutes les directions. Cela veut dire qu'il va vers le centre du Soleil presque aussi souvent qu'il va vers l'extérieur du Soleil. En gros, le photon fait du surplace, mais en dérivant lentement vers l'extérieur. Il faut en moyenne 200 000 ans pour qu'un photon parti du cœur arrive au bord de la zone radiative.

La zone de convection

Finalement, il y a une zone de convection allant de 0,72 $R_\odot$ jusqu'à la surface. Dans une zone de convection, la chaleur est transportée par de gigantesques mouvements de tourbillons de la matière. Dans cette zone, le transport de chaleur se fait beaucoup plus rapidement puisque le déplacement de matière entraine les photons avec elle. Il faut en moyenne 2 mois pour qu'un photon traverse cette zone.

En fait, la zone de convection n'est pas simplement formée de grosses cellules de convection transportant directement la matière d'un côté à l'autre de la zone de convection.

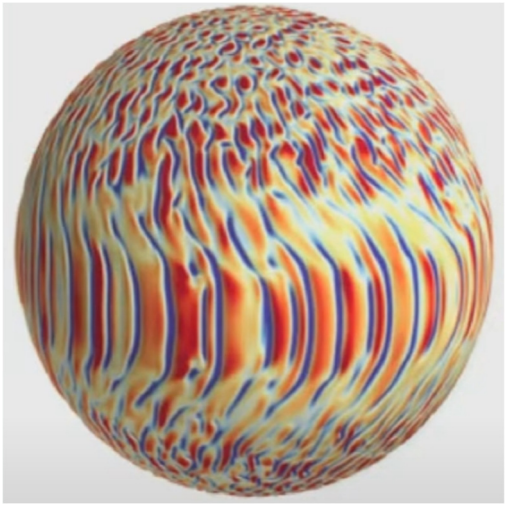
Il y a plutôt toute une série de cellules de convection et la taille des cellules diminue à mesure qu'on s'approche de la surface du Soleil. Les cellules les plus profondes auraient un diamètre de l'ordre de 30 000 km, alors que les cellules près de la surface, qu'on peut voir à la surface du Soleil, ont un diamètre de l'ordre de 1000 km.



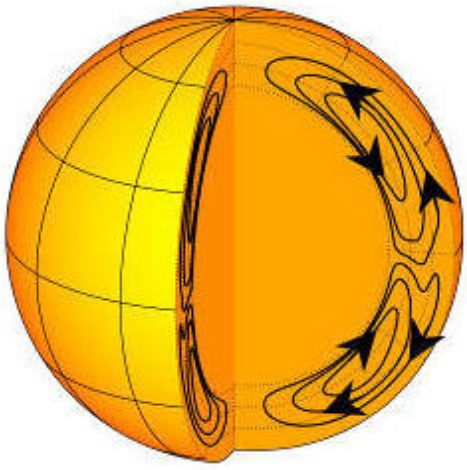
physics.uoregon.edu/~jimbrau/astr121/notes/chapter15.html

Ce résultat correspond aux observations. La présence de granules à la surface du Soleil indiquait clairement qu'il y a une zone de convection atteignant la surface du Soleil. Ces granules correspondent aux dessus des petites cellules de convection près de la surface.

Les grandes zones de convection plus profondes ont une structure un peu particulière près de l'équateur. La rotation du Soleil fait en sorte que ces cellules de convection sont plutôt allongées dans la direction nord-sud pour ressembler à des genres de bananes de convection.



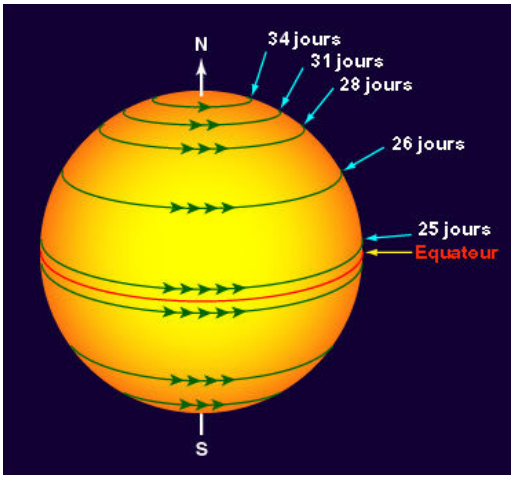
www.youtube.com/watch?v=9qLZ0LtTRJw



À la convection, on doit aussi ajouter le *flux méridional*. Ce flux est un vaste déplacement de matière de l'équateur vers les pôles en surface et des pôles vers l'équateur à la base de la zone de convection.

www.natureasia.com/en/nmiddleeast/article
/10.1038/nmiddleeast.2020.68

Notons finalement que c'est uniquement dans la zone de convection que la période de rotation du Soleil varie avec la latitude. Le cœur et la zone radiative tournent d'un seul bloc avec une période égale à celle qu'on a en surface à une latitude de 35°, donc avec une période d'environ 26 jours. La zone de convection près de l'équateur tourne donc plus vite que la zone radiative alors que la matière près des pôles tourne plus lentement que la zone radiative. Le changement de vitesse de rotation se fait très rapidement à la frontière entre la zone radiative et la zone de convection, ce qui génère une mince couche avec beaucoup de turbulence. Cette zone s'appelle la *tachocline*.



La température, la densité et la pression à l'intérieur du Soleil

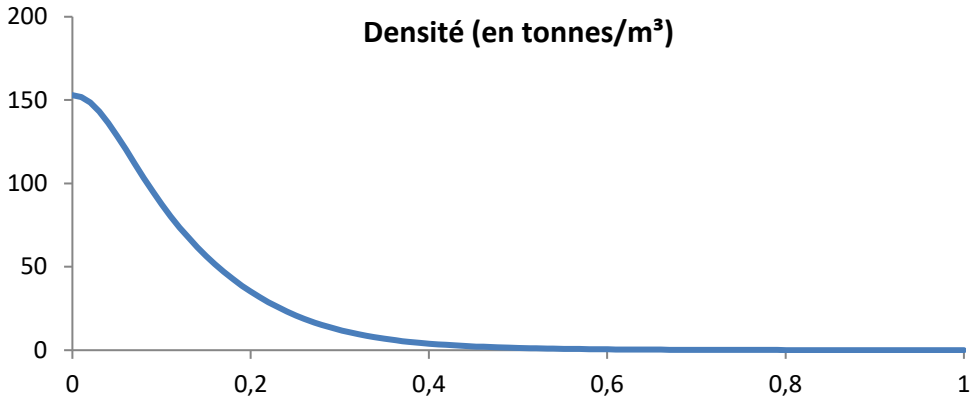
Le tableau suivant vous donne les valeurs de la température, de la densité et de la pression dans le Soleil en fonction de la distance obtenue avec les modèles théoriques.

Distance de centre	Température K	Densité kg/m³	Pression Pa
0 $R_\odot$	15 670 000	152 900	$2{,}36 \times 10^{16}$
0,1 $R_\odot$	13 100 000	87 600	$1{,}36 \times 10^{16}$
0,2 $R_\odot$	9 400 000	35 300	$4{,}39 \times 10^{15}$
0,3 $R_\odot$	6 700 000	11 700	$1{,}10 \times 10^{15}$
0,4 $R_\odot$	5 100 000	3 900	$2{,}69 \times 10^{14}$
0,5 $R_\odot$	4 000 000	1 300	$7{,}20 \times 10^{13}$
0,6 $R_\odot$	3 100 000	500	$2{,}13 \times 10^{13}$
0,7 $R_\odot$	2 300 000	210	$6{,}55 \times 10^{12}$
0,8 $R_\odot$	1 400 000	90	$1{,}69 \times 10^{12}$
0,9 $R_\odot$	600 000	26	$2{,}11 \times 10^{11}$
1 $R_\odot$	5 770	0,000 2	$1{,}00 \times 10^{4}$

(Ces valeurs sont basées sur le modèle BS2005-OP. Même si les modèles de l'intérieur du Soleil se raffinent continuellement, il y a peu de chance que ces valeurs changent radicalement.)

On voit qu'au centre du Soleil, la température atteint 15 670 000 K. La densité du gaz est aussi très grande puisqu'elle atteint 152 900 kg/m³, soit 152,9 fois celle de l'eau (rappelez-vous qu'on parle d'un gaz ici). Avec une telle température et une telle densité, la pression est de $2{,}36 \times 10^{16}$ Pa. Les graphiques suivants vous montrent la température, la densité et la pression à l'intérieur du Soleil à partir du centre (les distances sont en rayons solaires).

Densité



La baisse rapide de la densité fait que 90 % de la masse du Soleil est à moins de 0,5 $R_\odot$ du centre du Soleil. Ce modèle prévoit que la densité au centre du Soleil est approximativement donnée par

$$\rho_{centre} \approx 25\frac{M}{R^3}$$

On peut utiliser cette formule pour calculer la densité au centre du Soleil s'il avait une masse ou un rayon différent (en supposant qu'il garde la même structure interne). On peut aussi écrire cette équation sous la forme suivante.

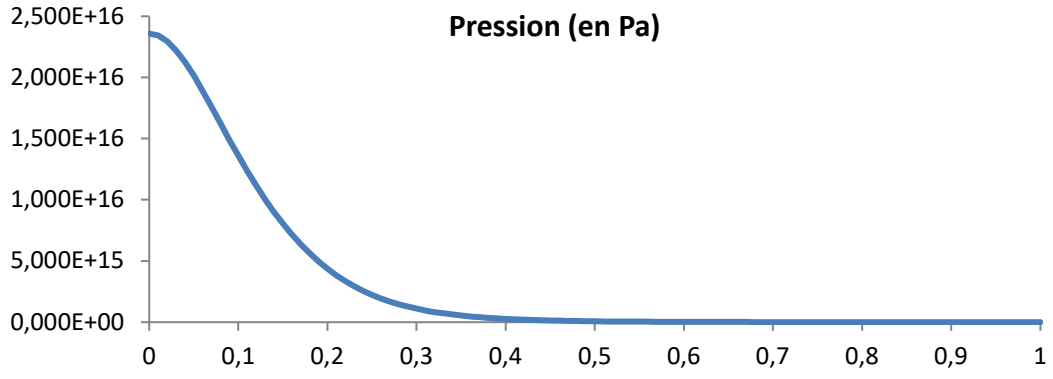
$$\rho_{centre} \approx \frac{25M_\odot}{R_\odot^3}\cdot\frac{M}{M_\odot}\cdot\frac{R_\odot^3}{R^3}$$

Mais comme le premier terme est la densité au centre du Soleil qui a une masse solaire et un rayon solaire, qui est de 153 tonnes/m³, on obtient

Densité au centre du Soleil

$$\rho_{centre} \approx 25\frac{M}{R^3} \approx 153\,\frac{tonnes}{m^3}\cdot\frac{M}{M_\odot}\cdot\left(\frac{R_\odot}{R}\right)^3$$

Pression



Ce modèle prévoit que la pression au centre du Soleil est approximativement donnée par

$$P_{centre} \approx 21\frac{GM^2}{R^4}$$

Cette pression, qui est de 2,36 x 10^{16} Pa, est environ 200 fois plus grande que celle qu'on avait obtenue en supposant que la densité était uniforme. C'est un peu normal d'avoir plus de pression si la densité du Soleil est plus grande au centre parce que cette concentration de matière augmente la force de gravitation entre les atomes, ce qui demande une force de pression plus grande.

On peut utiliser cette formule pour calculer la pression au centre du Soleil s'il avait une masse ou un rayon différent (en supposant qu'il garde la même structure interne). On peut aussi écrire cette équation sous la forme suivante.

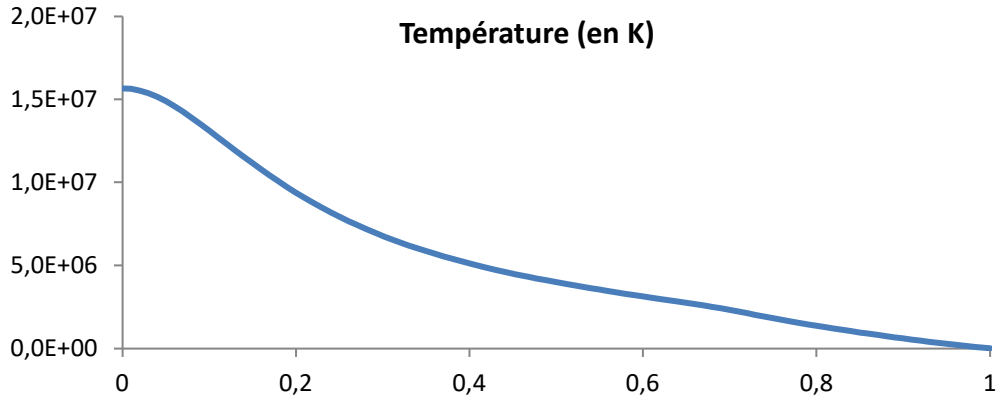
$$P_{centre} \approx 21\frac{GM_\odot^2}{R_\odot^4}\cdot\frac{M^2}{M_\odot^2}\cdot\frac{R_\odot^4}{R^4}$$

Mais comme le premier terme est la pression au centre du Soleil qui a une masse solaire et un rayon solaire, qui est de 2,36 x 10^{16} Pa, on obtient

Pression au centre du Soleil

$$P_{centre} \approx 21\frac{GM^2}{R^4} \approx 2,36\times10^{16}\,Pa\cdot\frac{M^2}{M_\odot^2}\cdot\left(\frac{R_\odot}{R}\right)^4$$

Température



Ce modèle prévoit que la température au centre du Soleil est approximativement donnée par

$$T_{centre} \approx 0,8\cdot\frac{\mu}{8,31\frac{J}{molK}}\cdot\frac{GM}{R}$$

Notez que la fusion a amené la proportion des éléments à 35 % d'hydrogène et 65 % d'hélium au centre du Soleil. Avec ces proportions, la masse molaire moyenne est de 0,8421 g/mol.

Cette température est à peine 2 fois plus grande que celle qu'on avait obtenue en supposant que la densité était uniforme.

On peut utiliser cette formule pour calculer la température au centre du Soleil s'il avait une masse ou un rayon différent (en supposant qu'il garde la même structure interne). On peut aussi écrire cette équation sous la forme suivante.

$$T_{centre} \approx 0,8 \cdot \frac{\mu_\odot}{8,31 \frac{J}{molK}} \cdot \frac{GM_\odot}{R_\odot} \cdot \frac{\mu}{\mu_\odot} \cdot \frac{M}{M_\odot} \cdot \frac{R_\odot}{R}$$

Mais comme le premier terme est la température au centre du Soleil qui a une masse solaire et un rayon solaire, qui est de 15,7 MK, on obtient

Température au centre du Soleil

$$T_{centre} \approx 0,8 \cdot \frac{\mu}{8,31 \frac{J}{molK}} \cdot \frac{GM}{R} \approx 15,7MK \cdot \frac{\mu}{\mu_\odot} \cdot \frac{M}{M_\odot} \cdot \frac{R_\odot}{R}$$

Exemple 5.5.1

Supposons que le Soleil soit 1,2 fois plus massif et que son rayon soit 1,15 fois plus grand. (Ce serait la taille du Soleil s'il avait une masse 1,2 fois plus grande, comme on le verra au chapitre 10.)

a) Quelle serait la densité au centre du Soleil si on suppose que la structure interne reste la même ?

La densité serait

$$\begin{aligned}
\rho_{centre} &\approx 153 \frac{tonnes}{m^3} \cdot \frac{M}{M_\odot} \cdot \left(\frac{R_\odot}{R} \right)^3 \\
&\approx 153 \frac{tonnes}{m^3} \cdot \frac{1,2M_\odot}{M_\odot} \cdot \left(\frac{R_\odot}{1,15R_\odot} \right)^3 \\
&\approx 153 \frac{tonnes}{m^3} \cdot 1,2 \cdot \left(\frac{1}{1,15} \right)^3 \\
&\approx 121 \frac{tonnes}{m^3}
\end{aligned}$$

Le résultat est quand même surprenant : la densité centrale diminue au centre du Soleil si on augmente sa masse.

b) Quelle serait la pression au centre du Soleil si on suppose que la structure interne reste la même ?

La pression serait

$$P_{centre} \approx 2,36\times10^{16}\,Pa \cdot \frac{M^2}{M_\odot^2} \cdot \left(\frac{R_\odot}{R}\right)^4$$
$$\approx 2,36\times10^{16}\,Pa \cdot \frac{(1,2M_\odot)^2}{M_\odot^2} \cdot \left(\frac{R_\odot}{1,15R_\odot}\right)^4$$
$$\approx 2,36\times10^{16}\,Pa \cdot 1,2^2 \cdot \left(\frac{1}{1,15}\right)^4$$
$$\approx 1,94\times10^{16}\,Pa$$

Encore une fois, le résultat est surprenant : la pression centrale diminue au centre du Soleil si on augmente sa masse.

c) Quelle serait la température au centre du Soleil si on suppose que la structure interne reste la même et que la masse molaire est la même qu'en ce moment ?

La température serait

$$T_{centre} \approx 15,7MK \cdot \frac{\mu}{\mu_\odot} \cdot \frac{M}{M_\odot} \cdot \frac{R_\odot}{R}$$
$$\approx 15,7MK \cdot 1 \cdot \frac{1,2M_\odot}{M_\odot} \cdot \frac{R_\odot}{1,15R_\odot}$$
$$\approx 15,7MK \cdot 1 \cdot 1,2 \cdot \frac{1}{1,15}$$
$$\approx 16,4MK$$

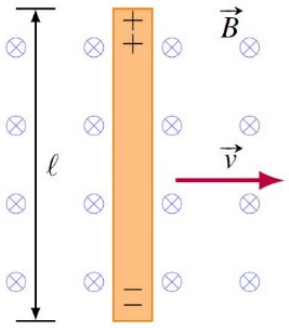
5.6 LE CHAMP MAGNÉTIQUE

On a vu que pour faire un champ magnétique, on doit avoir de la matière conductrice qui fait de la convection. Dans le Soleil, c'est exactement ce qu'on a entre $R = 0,72\ R_\odot$ et la surface. La matière en convection est principalement constituée d'hydrogène et d'hélium. Normalement, ces gaz ne conduisent pas l'électricité, mais ils le deviennent à des températures dépassant 3000 K (environ). À ces températures, le gaz devient ionisé et on a maintenant des électrons (négatifs) et des noyaux atomiques (positifs) libres qui peuvent conduire l'électricité.

Rappelez-vous que le champ magnétique et les gaz ionisés sont comme fixés l'un dans l'autre. Si la matière se déplace, le champ doit suivre le déplacement de la matière. Si le champ se déplace, la matière doit suivre ce déplacement. Le seul déplacement de matière possible est un déplacement de la matière le long des lignes de champ magnétique.

Tout comme pour la Terre, on a un champ parce qu'il apparait une différence de potentiel quand un conducteur se déplace dans un champ magnétique. Cette différence de potentiel

est générée par la force magnétique qui agit sur les particules chargées dans la matière. La différence de potentiel qui apparait peut alors créer des courants dans la matière environnante et ces courants génèrent des champs magnétiques. Évidemment, le champ qui apparait pour s'ajouter ou se soustraire au champ magnétique déjà présent. Pour obtenir un champ qui persiste dans le temps, il faut, en moyenne, générer un peu plus de champ qui s'ajoute au champ déjà présent que de champ opposé au champ déjà présent.



On peut donc tenter de modéliser ce champ en étudiant les mouvements de matière dans la zone de convection. Évidemment, la complexité de la zone de convection rend cette modélisation très difficile. Le mouvement de la matière génère des courants et des champs magnétiques qui, à leur tour, influencent les mouvements de matière et les différences de potentiel produites. Aucun ordinateur ne peut modéliser un tel système sans faire quelques simplifications et approximations. C'est comme les modèles utilisés pour faire les prévisions météorologiques sur Terre ; ça reste une approximation parce qu'aucun de ces modèles ne calcule en détail les mouvements de chaque petit morceau de matière.

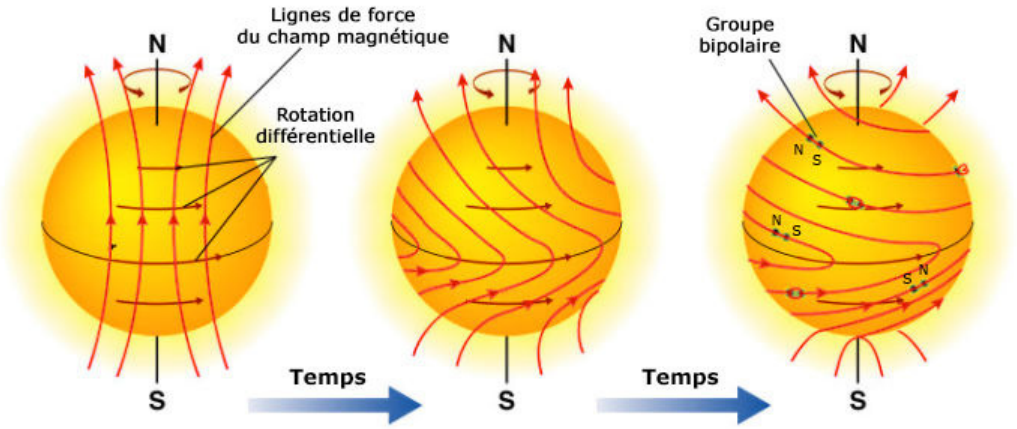
Pour qu'un modèle soit satisfaisant, il doit parvenir à expliquer tous ces phénomènes :

1) L'inversion du champ tous les 11 ans et au bon moment dans le cycle.
2) Les variations de positions des taches solaires en fonction du temps (les tâches apparaissent de plus en plus près de l'équateur à mesure que le cycle avance)
3) La différence de latitude des tâches nord et sud (les taches apparaissent toujours en groupe de 2, une nord et une sud, et celle qui devance est plus près de l'équateur.)

Pour l'instant, aucun modèle ne parvient à parfaitement reproduire les observations et ces modèles utilisent encore beaucoup d'approximations et d'ajustements ajoutés simplement pour arriver à quelque chose qui ressemble aux observations. Toutefois, les modèles deviennent de plus en plus performants.

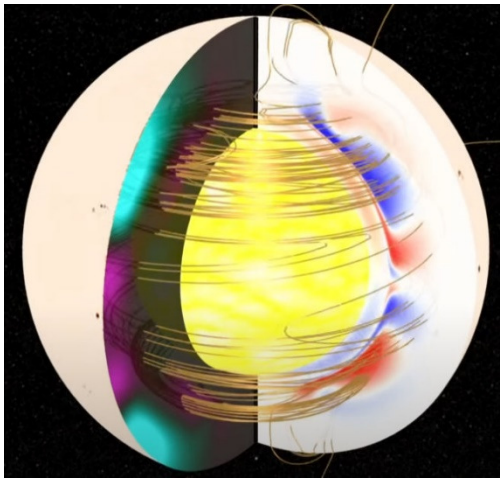
En gros, voici ce qu'on croit qui se passe dans un cycle solaire. Disons que pour commencer, on a un nord magnétique au pôle nord du Soleil et un sud magnétique au pôle sud du Soleil.

Comme le champ et le gaz doivent se suivre dans un plasma, le champ va lentement s'entortiller. On a vu que la période de rotation varie avec la latitude, avec une période de rotation allant de 25,38 jours à l'équateur à 34,4 jours aux pôles. Cette rotation entraine avec elle le champ magnétique et l'étire de plus en plus. Au départ, les lignes de champ sont bien droites en allant d'un pôle à l'autre (ce qu'on appelle un *champ poloïdal*). Comme l'équateur tourne plus vite que les pôles, ces lignes de champ se déformeront pour s'enrouler autour du Soleil. Lentement, le champ s'entortille autour du Soleil et devient de plus en plus parallèle à l'équateur (ce qu'on appelle un *champ toroïdal*). La figure suivante vous montre comment évolue le champ magnétique du Soleil en fonction du temps.

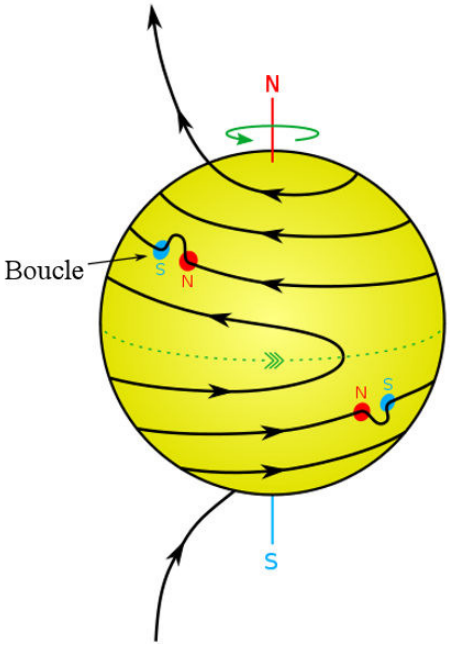


www.astrosurf.com/luxorion/sysol-soleil-magnetique.htm

Cela rapproche les lignes de champ les unes des autres, ce qui signifie que l'intensité du champ augmente de plus en plus (en 10 ans, il devient environ 100 fois plus fort que quand le champ est poloïdal). Notez que ce champ est situé assez loin sous la surface du Soleil (image de droite), près de la base de la zone de convection.



www.youtube.com/watch?v=sASbVkK-p0w

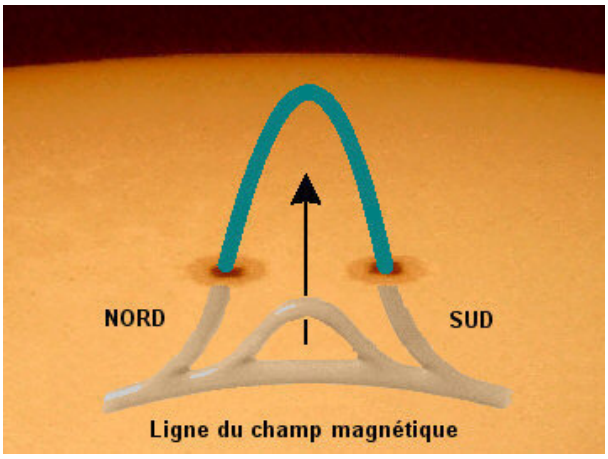


Quand le champ devient très entortillé, il se forme des boucles de champ magnétique qui montent pour atteindre la surface du Soleil, comme on peut le voir sur la figure de gauche. On appelle ces boucles des *groupes bipolaires* parce qu'on a un côté de la boucle qui est un pôle nord magnétique (du côté où la boucle sort de la surface) et un côté qui est un pôle sud magnétique (du côté où la boucle entre dans la surface).

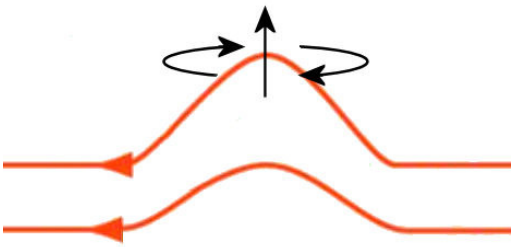
On a vu au chapitre précédent que les points d'entrée et de sortie de ces boucles à la surface correspondent aux taches solaires.

commons.wikimedia.org/wiki/
File:Sun%27s_magnetic_field_after_omega_effect.svg

Pour comprendre pourquoi il se forme de telles boucles, il faut savoir que le champ magnétique exerce aussi une certaine pression. Ainsi, aux endroits où le champ magnétique est très fort, cette pression faite par le champ magnétique sera compensée par une pression de matière plus faible, ce qui implique que la densité de la matière est alors plus petite. Cette matière moins dense subit alors une poussée d'Archimède vers le haut, ce qui amène la matière et les lignes de champ (qui doit suivre le mouvement de la matière) à sortir du Soleil et à former des boucles de champ magnétique au-dessus de la surface du Soleil. C'est l'entortillement du champ par la rotation différente selon la latitude qui fait augmenter l'intensité du champ jusqu'à ce que la pression magnétique soit assez grande pour que des tubes de champ et de matière commencent à s'élever vers la surface et former des boucles.

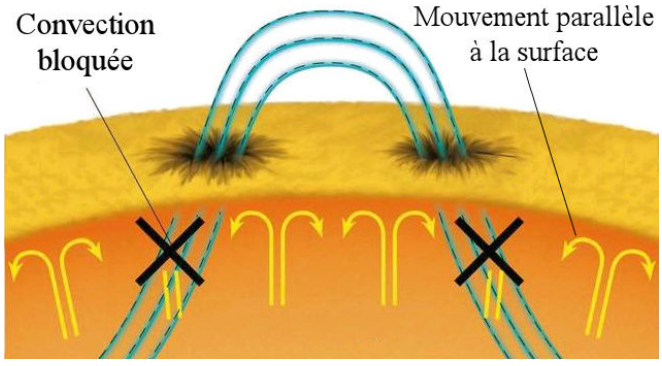


www.astrosolaire.sitew.ca/Photosphere.C.htm



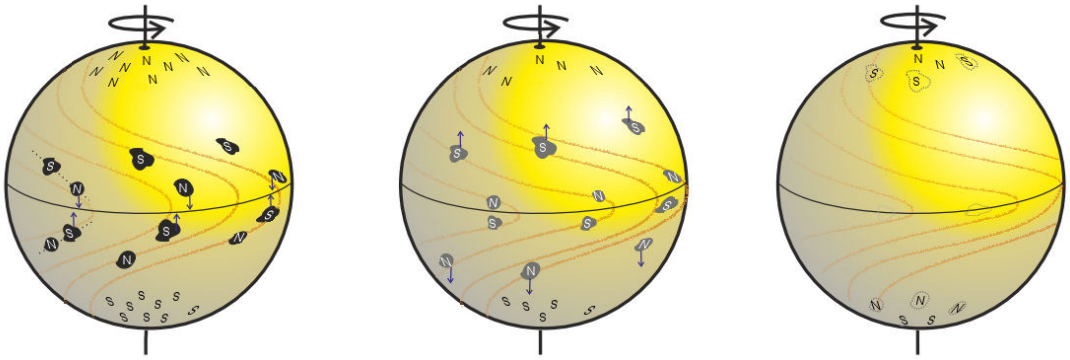
En se déplaçant vers la surface, la matière subit une déviation produite par la rotation du Soleil sur lui-même (qu'on appelle la force de Coriolis). Cela va entrainer une torsion du tube qui monte. C'est cette torsion qui va faire en sorte que la tache solaire qui devance sera plus près de l'équateur.

On peut maintenant comprendre pourquoi les taches sont plus froides que le reste de la surface du Soleil. Les taches sont plus froides parce que le champ magnétique intense des taches empêche la matière de se déplacer parallèlement à la surface du Soleil. Ce mouvement parallèle à la surface est essentiel pour que la convection forme des boucles. Si on bloque ce mouvement parallèle à la surface, il n'y a plus de boucles et donc plus de convection. Sans convection, la chaleur n'est plus transportée vers la surface et cela diminue la température.



universe-review.ca/F08-star05a.htm

Finalement, comme on l'a vu au chapitre précédent, les zones de polarité sud de ces boucles vont se déplacer vers le nord magnétique du Soleil dans l'hémisphère nord et les zones de polarité nord de ces boucles vont se déplacer vers le sud magnétique du Soleil dans l'hémisphère sud.



www.astro.umontreal.ca/~paulchar/nicolasl/Extraits-Nicolas.pdf

Lentement, le champ toroïdal se transforme en champ poloïdal, mais avec une polarité inversée par rapport à ce qu'on avait au début du cycle.

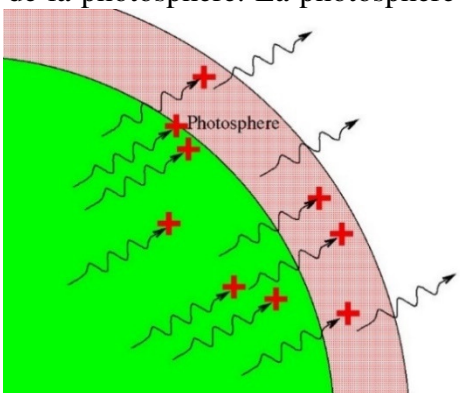
Notez que les zones de polarités qui migrent vers les pôles pour inverser le champ perdent beaucoup d'intensité pendant leur déplacement. Malgré cette dissipation, la quantité de lignes de champ qui arrivent aux pôles est amplement suffisante pour inverser les pôles. En fait, le nombre de lignes de champ qui apparaissent dans les taches est, en gros, 100 fois plus grand que le nombre de lignes nécessaire pour inverser le champ. On peut donc en perdre pas mal par dissipation et quand même avoir une inversion du champ.

Une fois que le champ est inversé, le cycle recommence.
Il y a encore beaucoup d'incertitude concernant ce scénario. Il y a d'autres façons de transformer le champ toroïdal en champ poloïdal et on ne sait pas encore si la migration des zones de polarité vers les pôles est la cause de l'inversion ou un effet de l'inversion.

5.7 LA PHOTOSPHÈRE

À première vue, on pourrait penser que la surface du Soleil correspond simplement à l'endroit où il n'y a plus de matière comme pour une planète, mais c'est un peu plus compliqué que cela.

La lumière du Soleil qui arrive sur Terre provient de la photosphère. La photosphère est une mince couche à la surface du Soleil. Si un photon se dirige vers la Terre en partant d'un endroit sous la photosphère, il n'a pratiquement aucune chance de pouvoir sortir du Soleil sans interagir avec une particule dans le Soleil. S'il commence son voyage dans la photosphère, il a de bonnes chances de pouvoir arriver jusqu'à la Terre sans interagir avec la matière du Soleil. C'est ce que montre la figure de droite. Tous les photons qui commencent leur trajet vers la Terre sous la photosphère finissent par être absorbés ou



www.gloomy-grim.info/photosphere-meaning/

déviés de leur trajectoire par une interaction avec la matière (croix rouge). Les photons qui partent de la photosphère ont une chance de pouvoir sortir du Soleil pour atteindre la Terre. Comme les photons qui arrivent sur Terre proviennent de cette région, c'est à cet endroit qu'on voit la surface du Soleil.

Certains photons proviennent d'un peu plus creux dans le Soleil. Plus les photons partent profondément dans la photosphère, moins ils ont de chance de sortir sans interagir. Le tableau suivant donne la probabilité de sortir du Soleil selon la profondeur dans la photosphère.

Profondeur (km)	Chance de sortir sans interagir (%)
100	97
200	89
250	80
300	64
350	37
375	18
400	4

La « surface » du Soleil n'est donc pas une surface bien délimitée, c'est plutôt une zone qui s'étend sur près de 500 km d'épaisseur. Toute la lumière émise par le Soleil provient de cette mince couche. Si cette épaisseur était beaucoup plus grande, la surface nous semblerait un peu floue.

5.8 LA FUSION NUCLÉAIRE DANS LE SOLEIL

Maintenant qu'on connait la structure du Soleil, examinons à nouveau la fusion nucléaire dans le cœur.

Une réaction peu probable

La réaction de fusion dans le Soleil est une réaction qui a très peu de chance de se produire.

En fait, c'est la première étape de la séquence

$$1.\ {}^{1}H + {}^{1}H \rightarrow {}^{2}He \rightarrow {}^{2}H + e^{+} + \nu$$
$$2.\ {}^{1}H + {}^{2}H \rightarrow {}^{3}He$$
$$3.\ {}^{3}He + {}^{3}He \rightarrow {}^{4}He + {}^{1}H + {}^{1}H$$

qui a peu de chance de réussir. Il y a deux éléments qui font que la probabilité de réussite de cette étape est très petite. Premièrement, il doit y avoir un changement de proton en neutron qui se fait pratiquement en même temps que les protons se rencontrent. Cela est

quand même peu probable. Deuxièmement, la température n'est pas assez grande pour que les protons s'approchent suffisamment les uns des autres. Voyons ce dernier point plus en détail.

La température est-elle suffisante pour qu'il y ait fusion ?

Pour que deux protons fusionnent, il faut que les noyaux puissent s'approcher suffisamment pour que la force nucléaire agisse et que les noyaux fusionnent. La distance entre les protons doit être d'environ 10^{-15} m pour qu'il y ait fusion. À cette distance, l'énergie potentielle électrique des deux protons est de

$$\begin{aligned} U_E &= \frac{k \cdot e \cdot e}{\left(10^{-15} m\right)} \\ &= 2,3 \times 10^{-13} J \\ &= 1400 keV \end{aligned}$$

Cette énergie signifie que les protons doivent avoir une énergie cinétique d'environ 700 keV chacun pour pouvoir s'approcher à 10^{-15} m l'un de l'autre. Mais les protons ont-ils cette énergie cinétique ?

L'énergie cinétique des particules dans un gaz dépend de la température. Le lien entre l'énergie cinétique moyenne des particules du gaz et la température est

$$\overline{E_k} = \frac{3}{2} kT$$

où T est la température et k est une constante appelée *constante de Boltzmann* et qui vaut $k = 1,38065 \times 10^{-23} \frac{J}{K}$.

Comme la température au centre du Soleil est de 15 670 000 K, l'énergie cinétique des particules est de

$$\begin{aligned} \overline{E_k} &= \frac{3}{2} kT \\ &= \frac{3}{2} \cdot 1,38065 \times 10^{-23} \frac{J}{K} \cdot 15\,670\,000 K \\ &= 3.25 \times 10^{-16} J \\ &\approx 2 keV \end{aligned}$$

On constate qu'il y a un sérieux problème. On dirait que les protons n'ont pas assez d'énergie pour pouvoir fusionner à cette température.

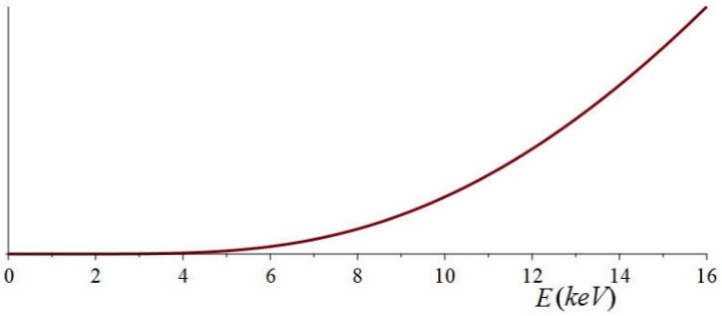
Il peut quand même y avoir de la fusion

Toutefois, le processus de fusion est plus complexe que cela. Les protons peuvent quand même fusionner par un processus appelé *effet tunnel* qui permet à la réaction de se produire à des énergies nettement plus basses. Ainsi, certaines particules pourront fusionner même si elles n'ont pas l'énergie suffisante pour y arriver selon la physique classique.

Des calculs montrent que la probabilité de fusion augmente avec l'énergie des particules. La probabilité de fusion est proportionnelle à

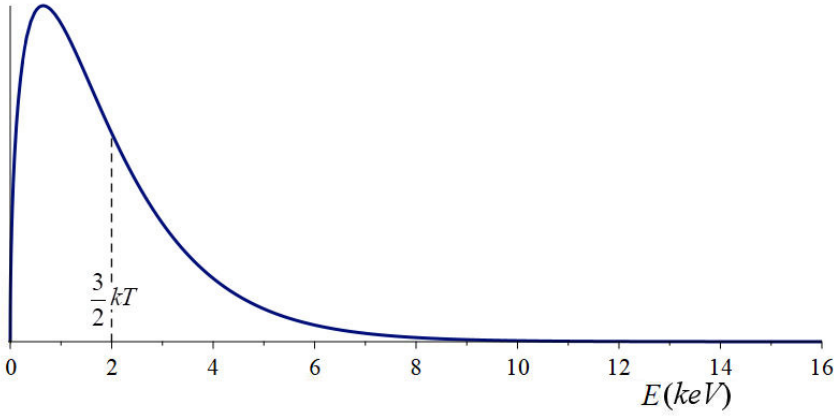
$$e^{-\sqrt{\frac{490keV}{E}}}$$

Le graphique de droite montre comment augmente la probabilité de fusion entre 2 protons en fonction de l'énergie cinétique des protons.



La probabilité n'est pas nulle à 2 keV, mais elle reste extrêmement faible.

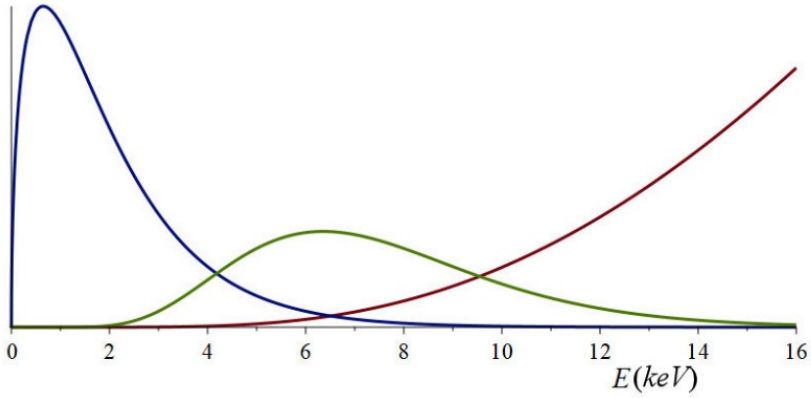
Mais ce n'est pas tout. L'énergie cinétique des particules de 2 keV calculée précédemment est l'énergie moyenne, ce qui signifie que certaines particules ont plus d'énergie et que d'autres en ont moins. Il existe une fonction qui donne la distribution des énergies cinétiques des particules. Il s'agit de la distribution de Maxwell-Boltzmann. Voici un graphique qui montre cette distribution des énergies cinétiques des atomes dans un gaz.



On peut remarquer qu'il y a des particules qui ont une énergie cinétique plus grande que l'énergie cinétique moyenne (3/2 *kT*).

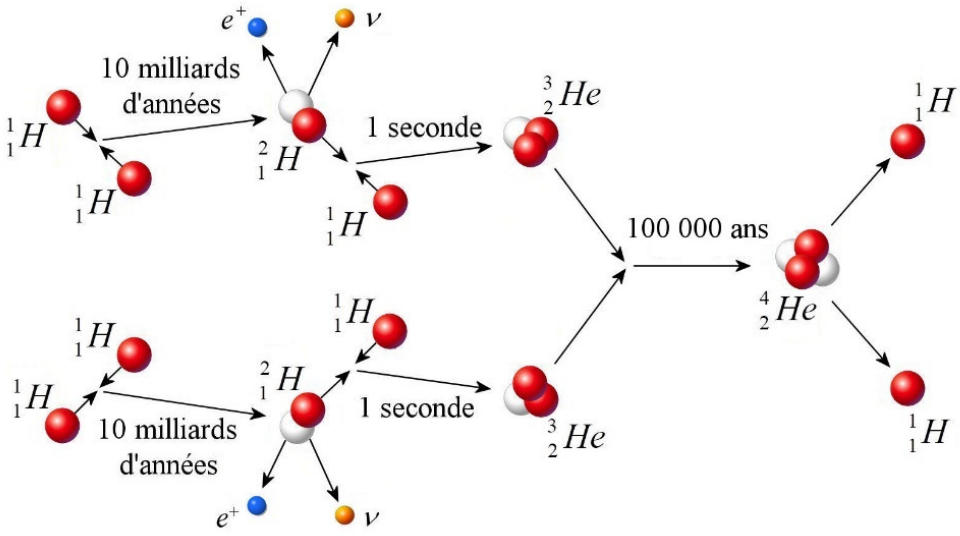
Certaines de ces particules ayant beaucoup d'énergie auront plus de chance de faire de la fusion nucléaire. Pour déterminer combien de particules feront de la fusion, on doit

multiplier le nombre de particules ayant une certaine énergie par la probabilité de fusion de ces particules. On obtient alors le graphique suivant (si la température est de 15 millions de kelvins).



La courbe en bleu est le nombre de particules et la courbe en rouge est la probabilité de fusion. L'aire sous la courbe en vert, qui est la multiplication des deux courbes, est proportionnelle au nombre de particules qui parviennent à faire de la fusion. À 15 millions de kelvins, ce sont, en gros, les particules ayant des énergies entre 3 keV et 12 keV qui parviennent à fusionner (on appelle cette région la *fenêtre de Gamow*). En bas de cette énergie, la probabilité de fusion est trop faible et, en haut de cette énergie, il n'y a pas assez de particules. Le maximum de la courbe en vert s'appelle le *pic de Gamow*.

Bien que certains protons puissent fusionner, la probabilité de fusion entre protons reste tout de même très faible à des températures de l'ordre de 10 millions de kelvins. Quand deux protons se rencontrent au centre du Soleil (là où la température est maximale), la probabilité de fusion est seulement d'environ 2×10^{-30} % ! Même si un proton rencontre environ 2×10^{14} autres protons chaque seconde, il lui faudra en moyenne 10 milliards d'années avant de faire une fusion ! Voici les temps moyens qu'il faut pour faire chacune des étapes de la fusion au centre du Soleil.

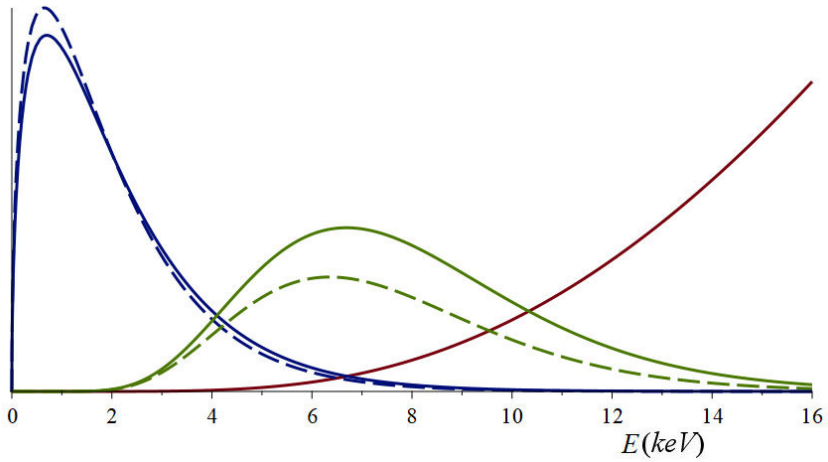


On peut voir que la deuxième étape de la fusion se fait en moyenne en 1 seconde. La probabilité pour cette réaction est nettement plus grande puisqu'il n'est pas nécessaire de combiner la rencontre des particules avec un changement de proton en neutron. La dernière étape est un peu plus lente, mais c'est parce que les noyaux d'hélium 3 ne sont pas très nombreux et ils se rencontrent moins souvent. De plus, comme ils ont une charge électrique plus grande, ils se repoussent davantage avec la force électrique, ce qui signifie que ces particules s'approchent moins les unes des autres, ce qui diminue beaucoup leur probabilité de fusion.

Il n'est donc pas étonnant qu'on ne parvienne pas à faire cette réaction de fusion sur Terre. Il n'est pas facile de chauffer un gaz jusqu'à une température de plus de 10 millions de K, et cette réaction de fusion est tellement peu probable qu'elle est beaucoup trop lente pour être efficace dans une centrale. (Il y a heureusement d'autres possibilités plus prometteuses.)

Fusion et température

Si on augmente la température du gaz, la courbe du nombre de particules en fonction de l'énergie va s'étirer un peu vers la droite (et baisser parce que l'aire sous la courbe est égale au nombre total de molécules). Voici les nouvelles courbes à 16,1 millions de kelvins. (Les courbes à 15 millions de kelvins sont en pointillés.)



(On constate que la courbe du nombre de particules en fonction de l'énergie, qui est en bleu, s'est effectivement étirée vers la droite.)

On voit que le nombre de particules qui fusionnent a considérablement augmenté même si la courbe du nombre de particules en fonction de l'énergie n'a pas énormément changé. Le nombre de particules qui fusionnent est proportionnel à l'aire sous la courbe. En augmentant la température de 15 millions de kelvins à 16,1 millions de kelvins, l'aire est environ 1,3 fois plus grande, ce qui veut dire qu'il y aura 1,3 fois plus de fusion. Cela montre que le rythme de fusion nucléaire augmente très rapidement avec la température.

Des calculs plus poussés montrent que le rythme de la fusion nucléaire (énergie libérée par seconde par kilogramme de matière) varie avec la densité et la 4e puissance de la température.

Rythme de la réaction PP

$$\text{Rythme de fusion} \propto \rho T^4$$

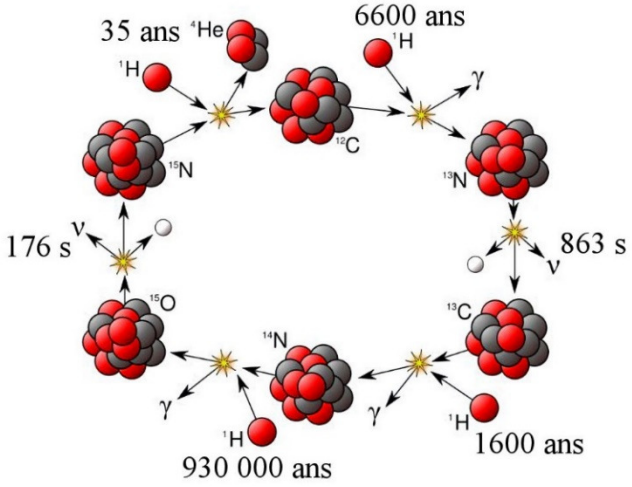
(Ceci est une approximation pour des températures près de 15 MK, disons entre 10 et 20 MK. La formule complète est plus complexe.)

De plus, si on examinait la fenêtre de Gamov à différentes températures, on découvrirait qu'il n'y a pratiquement pas de fusion si la température est inférieure à 5 000 000 K.

Le cycle CNO

La fusion par cycle CNO nécessite une température plus élevée pour se produire, car on doit approcher des protons près de noyaux assez gros qui ont une plus grande charge électrique qu'un seul proton. Il faut donc une température de plus de 12 millions de K pour que la réaction puisse se produire.

La figure suivante indique les temps moyens de réaction de chaque étape du cycle à 20 MK. (Comme la fusion de l'azote 14 est la plus lente, la concentration d'azote 14 monte dans l'étoile quand le cycle démarre.)



Cette réaction gagne rapidement en efficacité à mesure que la température augmente. Le rythme de cette réaction (énergie libérée par seconde par kilogramme de matière) varie avec la température selon la formule suivante.

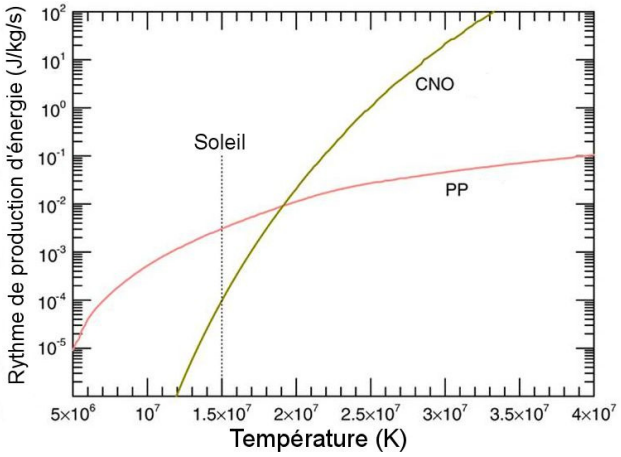
Rythme du cycle CNO

$$\text{Rythme de fusion} \propto \rho T^{19,9}$$

(Ceci est une approximation pour des températures près de 15 MK, disons entre 10 et 20 MK. La formule complète est plus complexe.)

Le rythme de fusion augmente donc très rapidement avec la température. Une augmentation de température de seulement 10 % se traduit par une réaction 6,7 fois plus rapide.

Le graphique montre l'efficacité des deux réactions en fonction de la température pour un gaz ayant la même composition que le gaz dans le Soleil et ayant une densité de 0,1 kg/m³.



www.nscl.msu.edu/~kontos/cnocycle.html

On remarque plusieurs choses sur ce graphique.

1- La fusion par cycle PP commence à environ 5 millions de kelvins et la fusion par cycle CNO commence à environ 12 millions de kelvins.

2- L'efficacité de la fusion par cycle CNO augmente plus rapidement avec la température que la fusion par réaction PP. À partir d'environ 18,5 millions de kelvins, la fusion par cycle CNO devient plus efficace que la réaction PP pour un gaz ayant une composition similaire à celui composant le Soleil.

Exemple 5.8.1

On sait qu'à 18,5 MK, le rythme de fusion de la réaction PP et du cycle CNO est le même. Quel pourcentage de l'énergie est produit par le cycle CNO si la température est de 15,56 MK (comme dans le Soleil) (si on suppose que la masse volumique est la même) ?

On a les rythmes de fusions suivants.

$$R_{pp} = k_1 T^4 \qquad R_{CNO} = k_2 T^{19,9}$$

Comme on sait qu'il y a égalité à 18,5 millions de kelvins, on a

$$1 = \frac{k_1 \left(18,5\times10^6\,K\right)^4}{k_2 \left(18,5\times10^6\,K\right)^{19,9}}$$

$$\frac{k_1}{k_2} = \left(18,5\times10^6\,K\right)^{15,9}$$

Le rapport des rythmes de fusion à 15,56 MK est donc

$$\frac{R_{pp}}{R_{CNO}} = \frac{k_1 T^4}{k_2 T^{19,9}}$$

$$= \left(18,5\times10^6\,K\right)^{15,9} \cdot \frac{T^4}{T^{19,9}}$$

$$= \left(18,5\times10^6\,K\right)^{15,9}\cdot T^{-15,9}$$
$$= \left(\frac{18,5\times10^6\,K}{T}\right)^{15,9}$$
$$= \left(\frac{18,5\times10^6\,K}{15,56\times10^6\,K}\right)^{15,9}$$
$$= 15,67$$

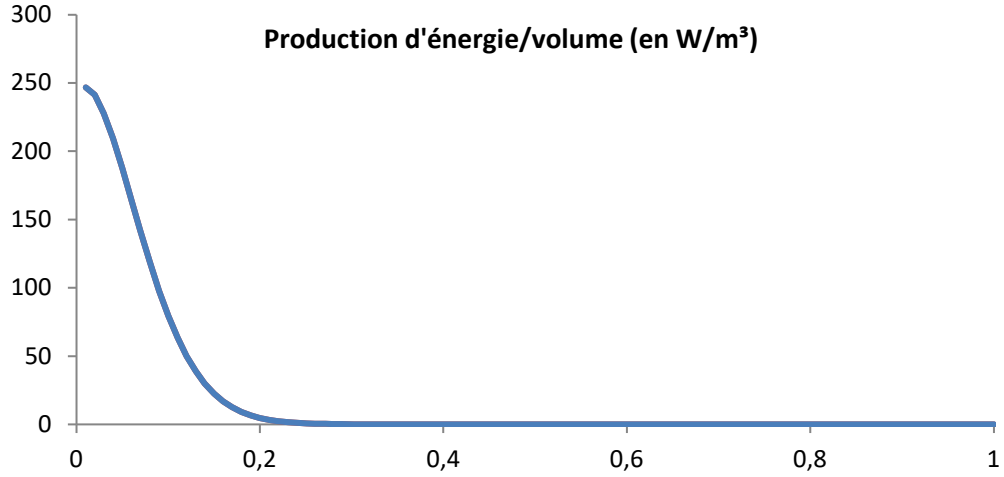
La fusion PP serait donc 15,67 plus efficace que la fusion CNO à cette température. La proportion qui vient du CNO est donc

$$\frac{R_{CNO}}{R_{tot}} = \frac{R_{CNO}}{R_{pp}+R_{CNO}}$$
$$= \frac{R_{CNO}}{15,67R_{CNO}+R_{CNO}}$$
$$= \frac{1}{15,67+1}$$
$$= 0,060$$

6 % de l'énergie proviendrait du cycle CNO à cette température. C'est effectivement ce qui se passe dans le Soleil.

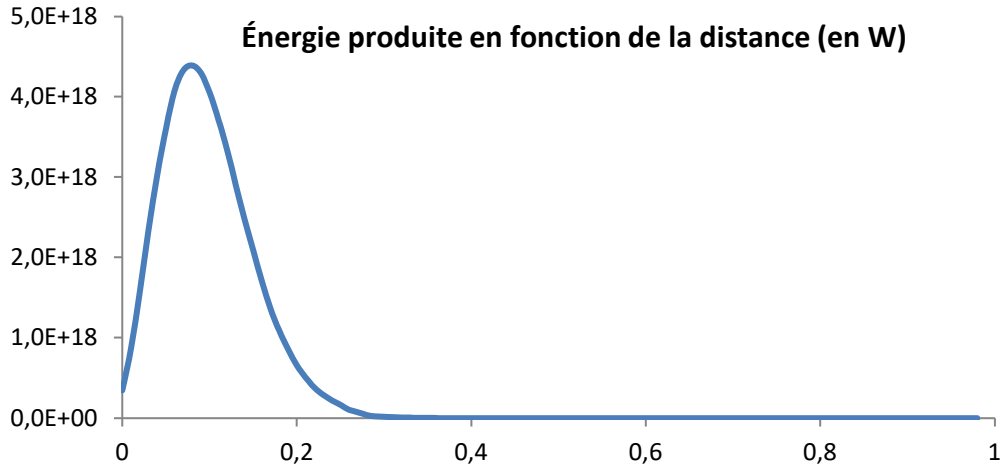
La fusion au centre de l'étoile

À partir des conditions de pression et de température, on peut calculer où se fait la fusion nucléaire dans le Soleil. Voici le graphique montrant la quantité d'énergie produite par unité de volume (en W/m³) dans le Soleil en fonction de la distance du centre du Soleil.



On peut voir que la production d'énergie se fait près du centre de l'étoile et qu'il n'y a pratiquement plus de fusion à partir de 0,25 $R_\odot$. (En fait, 98,8 % des fusions se font à moins de 0,25 $R_\odot$ du centre.) Cela confirme bien que la fusion se fait dans le cœur de l'étoile.

Attention : on peut lire dans certains manuels que la production d'énergie est plus intense sur une couche située environ à 0,1 $R_\odot$ et qu'il n'y a pratiquement plus de fusion nucléaire au centre du Soleil. On montre alors un graphique un peu comme le graphique suivant qui montre la puissance produite sur chaque couche de 1 m d'épaisseur dans le Soleil.



Il est complètement faux d'affirmer que la fusion est plus efficace à 0,1 $R_\odot$ qu'au centre. Il n'est pas étonnant que ce graphique montre que l'énergie produite par couche augmente lentement en partant du centre parce que les couches sphériques d'un mètre d'épaisseur ont un volume de plus en plus grand en s'éloignant du centre ! Ce volume plus grand compense amplement la baisse de production d'énergie par unité de volume, ce qui fait monter la courbe. Ensuite, la courbe diminue parce que la production d'énergie par unité de volume diminue très rapidement.

Notez que si l'énergie était uniquement transportée par radiation dans l'étoile, alors les conditions d'équilibre feraient en sorte que la luminosité de l'étoile devrait dépendre de la masse et de la masse molaire selon l'équation suivante.

$$L \propto \mu^4 M^3$$

Comme il y a presque toujours une convection dans l'étoile, cette équation ne peut pas être totalement exacte. Toutefois, on verra dans un autre chapitre que cette relation n'est pas très loin de la véritable relation entre la luminosité et la masse des étoiles.

5.9 L'ÉQUILIBRE DE LA FUSION NUCLÉAIRE

On peut se demander pourquoi le Soleil n'a pas explosé quand la fusion nucléaire a commencé. Comme la fusion nucléaire libère de l'énergie, il pourrait se produire un cercle vicieux qui mène à l'explosion. Avec la température du cœur qui augmente, le rythme de

la fusion devrait augmenter, ce qui ferait augmenter la température, ce qui ferait augmenter le rythme de fusion, et ainsi de suite. Heureusement, l'équilibre entre la gravitation et la pression prévient cette fusion explosive pour finalement arriver à un équilibre entre le rythme de la fusion nucléaire et la quantité d'énergie qui peut sortir de l'étoile.

Imaginons un instant que la fusion nucléaire devient trop rapide dans le cœur. Il y aura alors plus d'énergie produite dans le cœur. Toutefois, ce n'est pas certain que cette énergie supplémentaire signifie nécessairement que la température va augmenter. En effet, l'énergie du cœur de l'étoile est donnée par la formule suivante.

$$E = E_k + U_g$$

Si on ajoute de l'énergie, on aura

$$\Delta E = \Delta E_k + \Delta U_g$$

L'énergie supplémentaire peut donc se retrouver sous forme d'énergie cinétique des particules du cœur E_k ou sous forme d'énergie potentielle. Une augmentation de l'énergie cinétique signifie que la température augmente alors qu'une augmentation de l'énergie potentielle signifie que le cœur du Soleil se dilate. Sous quelle forme va-t-on retrouver l'énergie supplémentaire produite par la fusion ?

Pour obtenir la réponse, on doit se rappeler le théorème du viriel, qui nous dit que l'énergie interne (donc l'énergie cinétique des particules) doit être de

$$E_k = -\frac{1}{2} U_g$$

Puisque $U_g = -2E_k$, voyons ce qui se passe avec l'énergie cinétique. On a

$$\begin{aligned} \Delta E &= \Delta E_k + \Delta U_g \\ &= \Delta E_k + -2\Delta E_k \\ &= -\Delta E_k \end{aligned}$$

Le signe négatif est d'une importance capitale. Il signifie qu'une augmentation de l'énergie du cœur fait diminuer l'énergie cinétique des particules du cœur et, ainsi, sa température. Le cœur des étoiles a donc une capacité thermique négative puisqu'il se refroidit quand on ajoute de l'énergie ! Où va donc cette énergie supplémentaire alors ? On trouve la réponse si on examine ce qui se passe avec l'énergie potentielle. On a alors

$$\begin{aligned} \Delta E &= \Delta E_k + \Delta U_g \\ &= -\frac{1}{2}\Delta U_g + \Delta U_g \\ &= \frac{1}{2}\Delta U_g \end{aligned}$$

Une augmentation de l'énergie du cœur signifie que l'énergie gravitationnelle augmente et, donc, que le cœur de l'étoile se dilate. L'énergie supplémentaire produite par la fusion

sert donc à dilater le cœur, ce qui le refroidit tellement que la température baisse même s'il y a davantage d'énergie dans le cœur.

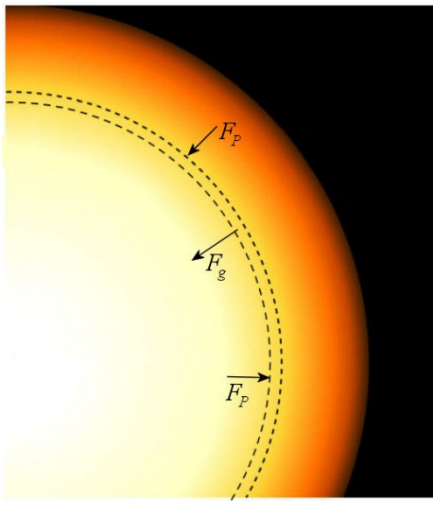
Ainsi, si la fusion s'emballe pour une raison quelconque, l'énergie supplémentaire produite dilate et refroidit le cœur, ce qui va ralentir la fusion nucléaire. De la même manière, on peut montrer que si la réaction nucléaire ralentit pour une raison quelconque, la baisse d'énergie du cœur fera contracter le cœur et provoquera une augmentation de température. Ces changements permettront alors à la réaction nucléaire de reprendre son rythme d'équilibre.

On peut parfois lire que le Soleil n'explose pas parce que la première étape de la fusion proton-proton a peu de probabilité de se produire. On mentionne alors que si la réaction était plus beaucoup plus probable, le Soleil exploserait. Montrons que cela est faux en supposant justement que, soudainement, cette réaction devienne 100 fois plus probable. La réaction de fusion deviendrait alors beaucoup plus efficace et il y aurait plus d'énergie dans le cœur. Sauf qu'au lieu de provoquer une explosion du Soleil, cet ajout d'énergie ferait prendre de l'expansion au cœur, ce qui diminuerait la température et la densité du cœur, ce qui ferait alors diminuer le rythme de la fusion nucléaire. Cette expansion se poursuivrait jusqu'à ce que le rythme de la fusion redevienne à peu près ce qu'il est en ce moment. La structure du Soleil serait donc simplement différente (le cœur serait plus froid et moins dense) si la première étape de la réaction était plus probable et il n'y aurait pas d'explosion.

5.10 L'ÉQUILIBRE DU SOLEIL EST-IL STABLE ?

Bien qu'il y ait équilibre entre la force de gravitation, qui cherche à contracter le Soleil, et la force de pression, qui cherche à dilater le Soleil, on peut se demander si cet équilibre est stable. Pour vérifier si l'équilibre est stable, imaginons qu'une petite perturbation provoque une petite contraction ou une petite dilatation du Soleil. On doit alors examiner comment vont changer les forces sur une couche du Soleil pour voir si les forces cherchent à rétablir l'équilibre ou non.

À l'équilibre



On se rappelle qu'on a les forces suivantes sur une couche de matière dans le Soleil.

1) La force de gravitation F_g.
2) La force de pression F_{P1} sur le dessous de la couche.
3) La force de pression F_{P2} sur le dessus de la couche.

Comme il y a équilibre, on doit avoir

$$-F_g + F_{P1} - F_{P2} = 0$$

Voyons maintenant comment changent ces forces si la taille du Soleil change. On va dire que les distances changent de telle sorte que

$$r' = Cr$$

Par exemple, si C = 1,01, cela voudrait dire que toutes les distances dans le Soleil sont maintenant 1 % plus grandes (et que le Soleil serait 1 % plus grand).

Variation de la force de gravitation

Voici comment change la force de gravitation si $r' = Cr$.

$$\begin{aligned} F_g' &= G\frac{M_r m}{r'^2} \\ &= G\frac{M_r m}{C^2 r^2} \\ &= \frac{1}{C^2} G\frac{M_r m}{r^2} \\ &= \frac{1}{C^2} F_g \end{aligned}$$

Cela signifie, par exemple, que si $C = 0{,}99$, on a $F_g' = 1{,}0203 F_g$. Une contraction du Soleil de 1 % ferait donc augmenter la force de gravitation d'environ 2 % sur la couche.

Variation de la force de pression

Voyons maintenant comment change la force de pression si les dimensions de l'étoile changent. Pour le trouver, il faut savoir comment change la pression quand on contracte le gaz. Généralement, on a la relation suivante entre la pression et le volume d'un gaz.

$$PV^\gamma = \text{constante}$$

La valeur de γ (appelé l'*indice adiabatique*) dépend du gaz. Pour un gaz parfait monoatomique non relativiste (c'est ce qu'on a généralement dans une étoile), on a $\gamma = 5/3$.

On a donc

$$\begin{aligned} P &= \frac{\text{constante}}{V^\gamma} \\ &= \frac{\text{constante}}{L^{3\gamma}} \end{aligned}$$

(On prend un volume en forme de petit cube d'arête L.) Quand on change les dimensions pour avoir $L' = CL$, on obtient

$$\begin{aligned} P' &= \frac{\text{constante}}{L'^{3\gamma}} \\ &= \frac{\text{constante}}{C^{3\gamma}L^{3\gamma}} \\ &= \frac{1}{C^{3\gamma}}\frac{\text{constante}}{L^{3\gamma}} \\ &= \frac{1}{C^{3\gamma}}P \end{aligned}$$

Les forces de pression deviennent donc

$$\begin{aligned} F'_p &= P'A' \\ &= P'4\pi r'^2 \\ &= \frac{1}{C^{3\gamma}}P4\pi C^2 r^2 \\ &= \frac{C^2}{C^{3\gamma}}P4\pi r^2 \\ &= \frac{C^2}{C^{3\gamma}}F_p \end{aligned}$$

Cela signifie, par exemple, que si $C = 0{,}99$, on a $F'_p = 1{,}0306F_p$ (si $\gamma = 5/3$). Une contraction du Soleil de 1 % ferait donc augmenter la force de pression d'environ 3 % sur la couche.

Variation de la force totale

Avec le changement de taille, la force totale est maintenant

$$\begin{aligned} \sum F' &= -F'_g + F'_{P1} - F'_{P2} \\ &= -\frac{1}{C^2}F_g + \frac{C^2}{C^{3\gamma}}F_{P1} - \frac{C^2}{C^{3\gamma}}F_{P2} \\ &= -\frac{1}{C^2}F_g + \frac{C^2}{C^{3\gamma}}\left(F_{P1} - F_{P2}\right) \end{aligned}$$

À partir de l'équation des forces à l'équilibre

$$-F_g + F_{P1} - F_{P2} = 0$$

on peut voir que

$$F_{P1} - F_{P2} = F_g$$

On a donc

$$\begin{aligned}\sum F' &= -\frac{1}{C^2}F_g + \frac{C^2}{C^{3\gamma}}\left(F_{P1} - F_{P2}\right) \\ &= -\frac{1}{C^2}F_g + \frac{C^2}{C^{3\gamma}}F_g \\ &= \left(-\frac{1}{C^2} + \frac{C^2}{C^{3\gamma}}\right)F_g\end{aligned}$$

Si le Soleil se contracte de 1 % ($C = 0{,}99$), on obtient $\sum F' = 0{,}0103F_g$ (si $\gamma = 5/3$). Comme la valeur est positive, la force nette est dirigée vers l'extérieur. La force totale cherche donc à annuler la contraction. La force totale est vers l'extérieur parce que la force de pression (vers l'extérieur) augmente de 3 % alors que la force de gravitation (vers l'intérieur) augmente de 2 %. Quand la pression augmente plus vite que la gravitation avec une contraction, il y a équilibre.

Si le Soleil se dilate de 1 % ($C = 1{,}01$), on obtient $\sum F' = -0.0097F_g$ (si $\gamma = 5/3$). Comme la valeur est négative, la force nette est dirigée vers le centre du Soleil. La force totale cherche donc à annuler la dilatation. La force totale est vers l'intérieur parce que la force de pression (vers l'extérieur) diminue de 3 % alors que la force de gravitation (vers l'intérieur) diminue de 2 %. Quand la pression qui diminue plus vite que la gravitation avec une dilatation, il y a équilibre.

Condition d'équilibre

Pour qu'il y ait équilibre, il faut que la force nette soit négative quand C est positif. Un C positif signifie que l'étoile est plus grosse et qu'elle se dilate. Si la force est négative, cela veut dire que la force sur la couche est vers le centre de l'étoile. La force cherche donc à ramener la couche vers le centre de l'étoile pour annuler la dilatation de l'étoile.

Pour que la force soit négative, le terme entre parenthèses dans l'équation de la force nette doit être négatif. La condition d'équilibre est donc

$$\begin{aligned}-\frac{1}{C^2} + \frac{C^2}{C^{3\gamma}} &< 0 \\ \frac{C^2}{C^{3\gamma}} &< \frac{1}{C^2} \\ \frac{C^4}{C^{3\gamma}} &< 1 \\ C^{4-3\gamma} &< 1 \\ C^{4-3\gamma} &< C^0 \\ 4 - 3\gamma &< 0 \\ \gamma &> \frac{4}{3}\end{aligned}$$

Le gaz dans le Soleil a $\gamma = 5/3$ (gaz parfait monoatomique). Comme cette valeur est plus grande que 4/3, le Soleil est stable.

Étoiles instables

On remarque que l'étoile n'est pas stable si $\gamma < 4/3$. Dans ces conditions, la force de gravitation augmenterait plus rapidement que les forces de pression quand l'étoile se contractait. Si la force de gravitation devient plus grande que la force de pression lors d'une contraction, la gravitation, qui domine maintenant, provoque une contraction supplémentaire, ce qui fait que la force de gravitation augmente encore plus par rapport à la force de pression, ce qui accélère encore plus la contraction… et c'est la catastrophe. Plus l'étoile se contracte, plus la force de gravitation augmente par rapport aux forces de pression et plus la contraction est rapide. C'est ce qu'on appelle *l'effondrement gravitationnel*. L'étoile peut alors s'effondrer en une fraction de seconde jusqu'à ce qu'une autre force parvienne à arrêter cette contraction (s'il y en a une). Si l'étoile se dilatait, alors la force de pression augmenterait plus rapidement que la force de pression et cela forcerait l'étoile à continuer sa dilatation ce qui amènerait les forces de pression à dominer encore plus. L'étoile pourrait alors se disperser dans l'espace.

Comme toutes les étoiles sont composées d'un gaz monoatomique ayant $\gamma = 5/3$, on pourrait penser que cela n'arrivera jamais. Toutefois, plusieurs facteurs peuvent modifier le lien entre la pression et la densité et ainsi changer la valeur de γ. Voici quelques exemples de choses qui peuvent modifier la valeur de γ:

1) Dans les étoiles très chaudes, une partie importante de la pression est faite par les photons. Or, un gaz de photons a $\gamma = 4/3$. La valeur de γ baisse donc à mesure que les photons font une proportion de plus en plus importante de la pression.

2) Quand la température est très grande, la vitesse des particules du gaz s'approche de la vitesse de la lumière. On dit alors que le gaz devient un *gaz relativiste*. Dans un tel gaz, le lien entre la pression et la densité est différent et g s'approche de 4/3. La valeur de γ va donc baisser à mesure qu'on s'approche des conditions pour que le gaz devienne relativiste

3) Dans certaines étoiles au cœur très chaud, l'énergie peut être perdue en création de paires de neutrinos et d'antineutrinos ou en réactions nucléaires qui demandent de l'énergie. Si l'étoile se contracte, la pression n'augmente pas autant que prévu parce que l'énergie ne va pas toute en énergie cinétique des atomes du gaz. Cela fait baisser la valeur de γ.

4) La contraction libère de l'énergie gravitationnelle et peut faire augmenter le rythme de la réaction nucléaire. Cette énergie supplémentaire fait augmenter la température et, conséquemment, la pression du gaz. La pression augmente donc plus vite que ce qu'on a normalement, ce qui veut dire que γ augmente.

5) Une contraction amène une augmentation de température du gaz et cela amène souvent une baisse de l'opacité du gaz. Comme le gaz est plus transparent, l'énergie peut alors sortir plus facilement de l'étoile. Ainsi, la température, et conséquemment la pression, n'augmente pas aussi vite que si l'opacité était restée la même. Cette baisse d'opacité fait donc baisser γ.

Il se peut donc que l'étoile devienne instable. Ce sont des étoiles très massives au cœur très chaud. Dans le cœur, une bonne partie de la pression est faite par les photons et le gaz est relativiste, ce qui veut dire que γest tout près de 4/3, qui est la limite d'instabilité. Si quelque chose d'autre fait baisser γun peu plus, le cœur de l'étoile peut devenir instable.

Nous verrons dans un autre chapitre quand cela peut se produire et quelles sont les conséquences d'une telle instabilité.

RÉSUMÉ DES ÉQUATIONS

Durée de vie d'une étoile

$$t_{vie} = \frac{E}{L}$$

Énergie gravitationnelle d'une étoile

$$U_g \approx -\frac{8}{5}\frac{GM^2}{R}$$

Théorème du viriel

Quand un gaz est en équilibre gravitationnel, l'énergie interne du gaz est égale à

$$E = -\frac{1}{2}U_g$$

Unité de masse atomique

$$1\ u = 1{,}660\,559 \times 10^{-27}\ kg$$

Définition de l'électronvolt

$$1eV = 1{,}602\times10^{-19}\ J$$

Énergie libérée lors d'une réaction nucléaire

$$Q = \left(m_{avant} - m_{après}\right)\cdot 931{,}5\ \frac{MeV}{u}$$

Loi des gaz parfaits

$$P = \frac{\rho \cdot 8{,}31\frac{J}{molK}\cdot T}{\mu}$$

Masse molaire moyenne du Soleil

$$\mu = \frac{1\frac{g}{mol}}{2X + 0,75Y}$$

(Pour un gaz complètement ionisé composé d'hydrogène et d'hélium.)

Densité au centre du Soleil

$$\rho_{centre} \approx 25\frac{M}{R^3} \approx 153\frac{tonnes}{m^3} \cdot \frac{M}{M_\odot} \cdot \left(\frac{R_\odot}{R}\right)^3$$

Pression au centre du Soleil

$$P_{centre} \approx 21\frac{GM^2}{R^4} \approx 2,36\times10^{16}\,Pa \cdot \frac{M^2}{M_\odot^2} \cdot \left(\frac{R_\odot}{R}\right)^4$$

Température au centre du Soleil

$$T_{centre} \approx 0,8 \cdot \frac{\mu}{8,31\frac{J}{molK}} \cdot \frac{GM}{R} \approx 15,7MK \cdot \frac{\mu}{\mu_\odot} \cdot \frac{M}{M_\odot} \cdot \frac{R_\odot}{R}$$

Rythme de la réaction PP

$$\text{Rythme de fusion} \propto \rho T^4$$

Rythme du cycle CNO

$$\text{Rythme de fusion} \propto \rho T^{19,9}$$

EXERCICES

Utilisez les données suivantes pour ces exercices.

Masse du Soleil = 1,9885 x 10^{30} kg
Luminosité du Soleil = 3,828 x 10^{26} W
Rayon du Soleil = 6,957 x 10^{8} m

5.1 Une réaction chimique ?

1. Pendant combien de temps le Soleil pourrait-il briller s'il était fait de poudre à canon, sachant que 5 kg de poudre donnent une énergie de 15 x 10^6 J ?

5.2 L'énergie gravitationnelle

2. Avant que l'énergie d'une étoile ne soit fournie par l'énergie nucléaire, la contraction gravitationnelle est vraiment la source d'énergie d'une étoile. Si une étoile ayant 2 fois la masse du Soleil passe d'un rayon de 30 UA à un rayon de 0,1 UA en 100 000 ans, quelle est sa luminosité moyenne (par rapport à la luminosité du Soleil) ?

3. À quel rythme le Soleil devrait-il se contracter en ce moment (en km par siècle) si les $3{,}828 \times 10^{26}$ W émis par le Soleil provenaient de la contraction gravitationnelle ? (Indice : La puissance est le taux de changement de l'énergie. La luminosité est donc liée à la dérivée de l'énergie gravitationnelle par rapport au temps. Ce qu'on cherche est la valeur de *dR/dt.*)

5.3 La fusion nucléaire de l'hydrogène

4. Quelle est l'énergie libérée par chacune des 3 étapes de la réaction PPI ?

$$1.\ {}^{1}H + {}^{1}H \rightarrow {}^{2}H$$
$$2.\ {}^{1}H + {}^{2}H \rightarrow {}^{3}He$$
$$3.\ {}^{3}He + {}^{3}He \rightarrow {}^{4}He + {}^{1}H + {}^{1}H$$

Utilisez les masses suivantes :

Hydrogène 1 : 1,007 825 032u	Hydrogène 2 : 2,014 101 778u
Hélium 3 : 3,016 029 319u	Hélium 4 : 4,002 603 254u

(Vous remarquez peut-être qu'il n'y a pas d'antiélectron et de neutrino dans la première étape. Il n'y a pas d'antiélectron parce qu'il va s'annihiler avec un électron. En ne le comptant pas, ça fait comme s'il s'était annihilé avec un des électrons des orbitales de l'hydrogène et notre valeur de l'énergie inclut donc l'énergie d'annihilation de ces particules. On ne compte pas le neutrino parce que sa masse est négligeable.)

5. La réaction suivante ${}^{4}He + {}^{4}He + {}^{4}He \rightarrow {}^{12}C$ est aussi une réaction nucléaire qui libère de l'énergie.

   a) Quelle est l'énergie libérée par cette réaction ?
   b) Quel est le rendement de cette réaction (nombre de J par kg de combustible) ?
   c) Quelle énergie peut-on obtenir à partir de tout l'hélium du Soleil ?
   d) Pendant combien de temps le Soleil pourrait-il briller avec sa luminosité actuelle s'il tirait toute son énergie de la fusion de l'hélium (en tenant compte du fait que l'hélium ne représente qu'un certain pourcentage de la masse du Soleil) ?

   Utilisez les masses suivantes :

   Hélium : 4,002 603 254u Carbone : 12,000 000 000u

5.4 L'équilibre hydrostatique

6. Quelle serait la masse molaire moyenne du Soleil si la composition du gaz était de 50 % d'hydrogène, 50 % d'hélium ?

7. Quelle serait la masse molaire moyenne du Soleil si la composition du gaz était de 50 % d'hydrogène, 40 % d'hélium et 10 % de carbone ?

5.5 La structure du Soleil

8. Le modèle du Soleil indique une densité de 152 900 kg/m² et une température de 15 670 000 K au centre du Soleil.
   a) Selon ces données, quelle devrait être la pression au centre du Soleil (calculée en supposant qu'il est composé de 70 % d'hydrogène et de 30 % d'hélium) ?
   b) Est-ce que cette valeur correspond à celle donnée par le modèle (qui est de $2{,}36 \times 10^{16}$ Pa) ?
   c) Quelle doit être la proportion d'hydrogène et d'hélium pour obtenir la bonne pression (en supposant qu'il n'y a que ces deux gaz) ?

9. Supposons que le Soleil ait une masse de 1,5 masse solaire et un rayon de 1,35 rayon solaire et qui a la même structure et la même composition que le Soleil actuel.
   a) Quelle serait la densité au centre du Soleil (calculée avec la formule de la densité selon la masse et le rayon) ?
   b) Cette densité est combien de fois celle du Soleil réel, dont la densité est de 153 tonnes/m³ ?
   c) Quelle serait la pression au centre du Soleil ?
   d) Cette pression est combien de fois celle du Soleil réel, dont la pression est de $2{,}36 \times 10^{16}$ Pa ?
   e) Quelle serait la température au centre du Soleil ?
   f) Cette température est combien de fois celle du Soleil réel, dont la température est de 15,7 MK ?

5.8 La fusion nucléaire dans le Soleil

10. On sait qu'à 18,5 millions de kelvins, le rythme de fusion de la réaction PP et du cycle CNO est le même (si la masse volumique est la même).
    a) À quelle température la production d'énergie par cycle CNO serait-elle 2 fois plus grande que celle de la réaction PP (si la masse volumique est la même) ?
    b) Calculer la proportion d'énergie produite par chaque réaction à 15 670 000 K.

11. Supposons que le Soleil ait seulement 90 % de sa masse actuelle et que son rayon soit 92,4 % du rayon du Soleil actuel. Quel serait le rythme de fusion de la réaction CNO au centre du Soleil par rapport au Soleil d'une masse solaire (si on suppose que la composition est la même) ?

12. Dans un gaz d'hydrogène chaud, la formule suivante donne la distribution des énergies des protons.

$$(1,084keV)^{3/2} N_{tot} \frac{\sqrt{E}}{(kT)^{3/2}} e^{-\frac{E}{kT}}$$

où N_{tot} est le nombre total de particules et k = 1,380 65 x 10^{-23} J/K. De plus, l'énergie des particules est en keV.

Pour trouver le nombre de protons ayant une énergie entre E_1 et E_2, on doit faire le calcul suivant.

$$N = (1,085keV)^{3/2} N_{tot} \int_{E_1}^{E_2} \frac{\sqrt{E}}{(kT)^{3/2}} e^{-\frac{E}{kT}} dE$$

On sait que pour un gaz à 15 millions de kelvins, ce sont surtout les protons ayant des énergies se situant en 3 keV et 12 keV qui pourront fusionner.

Déterminer la proportion des protons ayant une énergie entre ces valeurs dans un tel gaz.

Vous ne pourrez pas faire l'intégrale. Vous pourrez cependant la faire avec le site suivant.
https://www.wolframalpha.com/input/?i=integrate+(x%5E0.5*exp(-x%2F2))+from +1+to +2

RÉPONSES

5.1 Une réaction chimique ?

1. 494 ans

5.2 L'énergie gravitationnelle

2. 46,6 fois la luminosité du Soleil
3. 2,77 km par siècle

5.3 La fusion nucléaire de l'hydrogène

4. 1re étape : 1,442 MeV 2e étape : 5,494 MeV 3e étape : 12,860 MeV

5. a) 7,275 MeV b) 5,845 x 10^{13} J/kg c) 3,15 x 10^{43} J
   d) 2,61 milliards d'années

5.4 L'équilibre hydrostatique

6. 0,7273 g/mol
7. 0,7362 g/mol

5.5 La structure du Soleil

8. a) 3,24 x 10^{16} Pa b) C'est 1,36 fois plus grand que ce que donne la loi des gaz
   c) 34,8 % d'hydrogène et 65,2 % d'hélium
9. a) 4,8 x 10^{15} Pa b) 20 % c) 23 550 000 K d) 1,5 e) 15 200 kg/m³ f) 9,55 %

5.8 La fusion nucléaire dans le Soleil

10. a) 19,32 millions de kelvins b) 93,3 % pour PP, 6,7 % pour le CNO
11. 0,679
12. 20,0 %