

Solutionnaire du chapitre 4

1. La fréquence est

$$\begin{aligned}f &= \frac{c}{\lambda} \\ &= \frac{3 \times 10^8 \frac{m}{s}}{540 \times 10^{-9} m} \\ &= 5,556 \times 10^{14} Hz\end{aligned}$$

La période est donc

$$T = \frac{1}{f} = 1,8 \times 10^{-15} s$$

2. La longueur d'onde est

$$\begin{aligned}\lambda &= \frac{c}{f} \\ &= \frac{3 \times 10^8 \frac{m}{s}}{200 \times 10^9 Hz} \\ &= 1,5 mm\end{aligned}$$

Cette longueur d'onde correspond à une onde dans les micro-ondes.

3. La fréquence est

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{10^{-18} s} = 10^{18} Hz$$

La longueur d'onde est donc

$$\begin{aligned}
 \lambda &= \frac{c}{f} \\
 &= \frac{3 \times 10^8 \frac{m}{s}}{10^{18} Hz} \\
 &= 3 \times 10^{-10} m \\
 &= 0,3nm
 \end{aligned}$$

Avec une telle longueur d'onde, cette onde fait partie des rayons X

4. La vitesse est

$$\begin{aligned}
 \delta &= 1 + \frac{v_r}{c} \\
 0,999985 &= 1 + \frac{v_r}{3 \times 10^8 \frac{m}{s}} \\
 v_r &= -4500 \frac{m}{s}
 \end{aligned}$$

L'étoile s'approche donc de nous à 4500 m/s

5. Le changement de longueur d'onde est

$$\begin{aligned}
 \Delta\lambda &= \lambda' - \lambda \\
 &= 501,657nm - 501,567nm \\
 &= 0,09nm
 \end{aligned}$$

On a donc

$$\begin{aligned}
 z &= \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \\
 &= \frac{0,09nm}{501,567nm} \\
 &= 1,794 \times 10^{-4}
 \end{aligned}$$

La vitesse est donc

$$z = \frac{v_r}{c}$$

$$1,794 \times 10^{-4} = \frac{v_r}{3 \times 10^8 \frac{m}{s}}$$

$$v_r = 53\,831 \frac{m}{s} = 53,83 \frac{km}{s}$$

L'étoile s'éloigne donc de nous à 53,83 km/s

6. On a donc

$$\begin{aligned} z &= \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \\ &= \frac{0,040nm}{588,995nm} \\ &= 6,791 \times 10^{-5} \end{aligned}$$

La vitesse est donc

$$z = \frac{v_r}{c}$$

$$6,791 \times 10^{-5} = \frac{v_r}{3 \times 10^8 \frac{m}{s}}$$

$$v_r = 20\,374 \frac{m}{s} = 20,37 \frac{km}{s}$$

L'étoile s'éloigne donc de nous à 20,37 km/s

7. On a donc

$$\begin{aligned} z &= \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \\ &= \frac{-0,044nm}{616,956nm} \\ &= -7,132 \times 10^{-5} \end{aligned}$$

La vitesse est donc

$$z = \frac{v_r}{c}$$

$$-7,132 \times 10^{-5} = \frac{v_r}{3 \times 10^8 \frac{m}{s}}$$

$$v_r = -21\,395 \frac{m}{s} = 21,40 \frac{km}{s}$$

L'étoile s'approche donc de nous à 21,40 km/s.

8. a) Le changement de longueur d'onde est

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$$

$$= 656,044nm - 656,281nm$$

$$= -0,237nm$$

On a donc

$$z = \frac{\Delta\lambda}{\lambda}$$

$$= \frac{-0,237nm}{656,281nm}$$

$$= -3,611 \times 10^{-4}$$

La vitesse est donc

$$z = \frac{v_r}{c}$$

$$-3,611 \times 10^{-4} = \frac{v_r}{3 \times 10^8 \frac{m}{s}}$$

$$v_r = -108\,338 \frac{m}{s} = -108,34 \frac{km}{s}$$

b) La vitesse angulaire est

$$\omega = 10,369 \text{ ''/an}$$

En radian par seconde, cette vitesse est

$$\begin{aligned}\omega &= \left(\frac{10,369}{3600} \right)^\circ / \text{an} \cdot \frac{\pi \text{rad}}{180^\circ} \cdot \frac{1 \text{an}}{365,25 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60} \\ &= 1,593 \times 10^{-12} \frac{\text{rad}}{\text{s}}\end{aligned}$$

Pour trouver la vitesse, il nous faudra la distance de l'étoile, qu'on peut trouver avec la parallaxe.

$$\begin{aligned}D_{(a.l.)} &= \frac{3,262 \text{al}}{\theta_{(\text{sec})}} \\ &= \frac{3,262 \text{al}}{0,5454} \\ &= 5,98 \text{al}\end{aligned}$$

La vitesse tangentielle est donc de

$$\begin{aligned}v_t &= \omega D \\ &= 1,593 \times 10^{-12} \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot (5,98 \cdot 9,46 \times 10^{15} \text{m}) \\ &= 90,18 \frac{\text{km}}{\text{s}}\end{aligned}$$

c) La vitesse est

$$\begin{aligned}v &= \sqrt{v_r^2 + v_t^2} \\ &= \sqrt{\left(108,34 \frac{\text{km}}{\text{s}}\right)^2 + \left(90,18 \frac{\text{km}}{\text{s}}\right)^2} \\ &= 140,96 \frac{\text{km}}{\text{s}}\end{aligned}$$

9. La température est

$$\begin{aligned}\lambda_{pic} &= \frac{2,898 \times 10^{-3} \text{mK}}{T} \\ 443,8 \times 10^{-9} \text{m} &= \frac{2,898 \times 10^{-3} \text{mK}}{T} \\ T &= 6530 \text{K}\end{aligned}$$

10. La longueur d'onde est

$$\begin{aligned}\lambda_{pic} &= \frac{2,898 \times 10^{-3} mK}{T} \\ &= \frac{2,898 \times 10^{-3} mK}{5773 K} \\ &= 502 nm\end{aligned}$$

11. On a $B - V = 0,31 - 0,48 = -0,17$. Puisque l'indice est négatif, on a

$$\begin{aligned}\log T &= 3,9791 - 0,6545 \cdot IC + 1,7407 \cdot IC^2 - 4,6088 \cdot IC^3 \\ &\quad + 6,7926 \cdot IC^4 - 5,3969 \cdot IC^5 + 2,1930 \cdot IC^6 - 0,3595 \cdot IC^7 \\ &= 3,9791 - 0,6545 \cdot (-0,17) + 1,7407 \cdot (-0,17)^2 - 4,6088 \cdot (-0,17)^3 \\ &\quad + 6,7926 \cdot (-0,17)^4 - 5,3969 \cdot (-0,17)^5 \\ &\quad + 2,1930 \cdot (-0,17)^6 - 0,3595 \cdot (-0,17)^7 \\ &= 4,1698\end{aligned}$$

La température est donc

$$\begin{aligned}\log T &= 4,1698 \\ T &= 14785 K\end{aligned}$$

12. Le rapport des intensités est

$$\begin{aligned}\frac{I_A}{I_B} &= \frac{\sigma 4\pi R_A^2 T_A^4}{\sigma 4\pi R_B^2 T_B^4} \\ &= \frac{R_A^2 T_A^4}{R_B^2 T_B^4} \\ &= \frac{(1,73 R_\odot)^2 (9940 K)^4}{(0,0084 R_\odot)^2 (25\,200 K)^4} \\ &= \frac{(1,73)^2 (9940)^4}{(0,0084)^2 (25\,200)^4} \\ &= 1026,78\end{aligned}$$

On peut ensuite trouver la différence de magnitude avec la formule suivante

$$\frac{I_A}{I_B} = 10^{0,4(m_B - m_A)}$$

On a donc

$$1026,78 = 10^{0,4(m_B - m_A)}$$

$$m_B - m_A = 7,53$$

13. Le rayon de l'étoile se trouve avec la formule suivante

$$L = \sigma 4\pi R^2 T^4$$

$$78,5 \cdot 3,828 \times 10^{26} \text{ W} = 5,67 \times 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}^4} 4\pi R^2 \cdot (4940 \text{ K})^4$$

$$R = 8,415 \times 10^9 \text{ m} = 12,1 R_{\odot}$$

14. Avec un pic d'émission à 415 nm, la température de surface de l'étoile est

$$\lambda_{pic} = \frac{2,898 \times 10^{-3} \text{ mK}}{T}$$

$$415 \times 10^{-9} \text{ m} = \frac{2,898 \times 10^{-3} \text{ mK}}{T}$$

$$T = 6983 \text{ K}$$

Avec une magnitude absolue de 2,21, la luminosité de l'étoile est

$$M = 2,5 \log \left(\frac{3,015 \times 10^{28} \text{ W}}{L} \right)$$

$$2,21 = 2,5 \log \left(\frac{3,015 \times 10^{28} \text{ W}}{L} \right)$$

$$L = 3,938 \times 10^{27} \text{ W}$$

À partir de là, on peut trouver le rayon avec la formule suivante

$$L = \sigma 4\pi R^2 T^4$$

$$3,938 \times 10^{27} \text{ W} = 5,67 \times 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}^4} 4\pi R^2 \cdot (6983 \text{ K})^4$$

$$R = 1,524 \times 10^9 \text{ m} = 2,19 R_{\odot}$$

15. Puisque

$$L = \sigma 4\pi R^2 T^4$$

le rayon d'une étoile est

$$R = \sqrt{\frac{L}{\sigma 4\pi T^4}}$$

Le rapport des rayons est donc

$$\frac{R_{\text{Bételgeuse}}}{R_{\text{Proxima}}} = \frac{\sqrt{\frac{L_{\text{Bételgeuse}}}{\sigma 4\pi T^4}}}{\sqrt{\frac{L_{\text{Proxima}}}{\sigma 4\pi T^4}}}$$

Puisque les pics d'émission sont identiques, les températures sont identiques et il ne reste que

$$\begin{aligned} \frac{R_{\text{Bételgeuse}}}{R_{\text{Proxima}}} &= \sqrt{\frac{L_{\text{Bételgeuse}}}{L_{\text{Proxima}}}} \\ &= \sqrt{\frac{84900 L_{\odot}}{0,0017 L_{\odot}}} \\ &= 7067 \end{aligned}$$

16. La masse totale est

$$\begin{aligned} M_{\text{tot}} &= \frac{(v_A + v_B)^3 T}{2\pi G} \\ &= \frac{(60\,000 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 20\,000 \frac{\text{m}}{\text{s}})^3 (280 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 \text{ s})}{2\pi \cdot 6,674 \times 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2}} \\ &= 2,954 \times 10^{30} \text{ kg} \\ &= 14,85 M_{\odot} \end{aligned}$$

De plus, on a

$$M_A \cdot 60 \frac{\text{km}}{\text{s}} = M_B \cdot 20 \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

$$3M_A = M_B$$

On a donc

$$M_a + M_b = 14,85M_\odot$$

$$M_a + 3M_a = 14,85M_\odot$$

$$4M_a = 14,85M_\odot$$

$$M_a = 3,71M_\odot$$

Et

$$M_a + M_b = 14,85M_\odot$$

$$3,71M_\odot + M_b = 14,85M_\odot$$

$$M_b = 11,14M_\odot$$

17. a) Trouvons premièrement la vitesse de chaque étoile. Le décalage de l'étoile A est

$$z_A = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{656,343\text{nm} - 656,279\text{nm}}{656,279\text{nm}} = 9,752 \times 10^{-9}$$

Ce qui donne une vitesse de

$$z_A = \frac{v_A}{c}$$

$$9,752 \times 10^{-9} = \frac{v}{3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

$$v_A = 29\,256 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Pour l'étoile B, le décalage est

$$z_B = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{656,302\text{nm} - 656,279\text{nm}}{656,279\text{nm}} = 3,505 \times 10^{-9}$$

ce qui donne une vitesse de

$$z_B = \frac{v_B}{c}$$

$$3,505 \times 10^{-9} = \frac{v_B}{3 \times 10^8 \frac{m}{s}}$$

$$v_B = 10\,514 \frac{m}{s}$$

b) La masse totale est

$$M_{tot} = \frac{(v_A + v_B)^3 T}{2\pi G}$$

$$= \frac{(29\,256 \frac{m}{s} + 10\,514 \frac{m}{s})^3 (380 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 s)}{2\pi \cdot 6,674 \times 10^{-11} \frac{Nm^2}{kg^2}}$$

$$= 4,925 \times 10^{30} kg$$

$$= 2,4767 M_\odot$$

De plus, on a

$$M_A \cdot 29\,256 \frac{m}{s} = M_B \cdot 10\,514 \frac{m}{s}$$

$$2,783 M_A = M_B$$

On a donc

$$M_a + M_b = 2,4767 M_\odot$$

$$M_a + 2,783 M_a = 2,4767 M_\odot$$

$$3,783 M_a = 2,4767 M_\odot$$

$$M_a = 0,6548 M_\odot$$

et

$$M_a + M_b = 2,4767 M_\odot$$

$$0,6548 M_\odot + M_b = 2,4767 M_\odot$$

$$M_b = 1,8219 M_\odot$$

c) On trouve la distance avec

$$M_{tot} = \frac{4\pi^2 r^3}{GT^2}$$
$$4,925 \times 10^{30} \text{ kg} = \frac{4\pi^2 r^3}{6,674 \times 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2} (380 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 \text{ s})^2}$$
$$r = 2,0781 \times 10^{11} \text{ m} = 1,39 \text{ UA}$$