

3 LA DISTANCE, LA LUMINOSITÉ ET LA MASSE DES ÉTOILES

Sirius A et B tournent toutes les deux autour de leur centre de masse avec une période de 49,9 ans. Vu de la Terre, l'angle entre Sirius A et le centre de masse est de 2,18'' et l'angle entre Sirius B et le centre de masse est de 5,32''. Ce système est à 8,60 al de la Terre. Quelle est la masse des deux étoiles ?



www.nok-benin.co.uk/prev-articles/dogon_1.htm

Découvrez comment résoudre ce problème dans ce chapitre.

3.1 LA DISTANCE DES ÉTOILES

La distance du Soleil

La distance entre la Terre et le Soleil est 149 597 870,7 km (du centre de la Terre au centre du Soleil). Cette distance porte le nom d'*unité astronomique*. Après bien des années de controverses sur la définition exacte (parce que la Terre s'éloigne très lentement du Soleil), on a défini l'unité astronomique, lors de la 28^e assemblée générale de l'union astronomique internationale en août 2012, comme valant exactement

L'unité astronomique (UA)

$$1UA = 1,495\,978\,707 \times 10^{11} m$$

$$1UA \approx 1,496 \times 10^{11} m$$

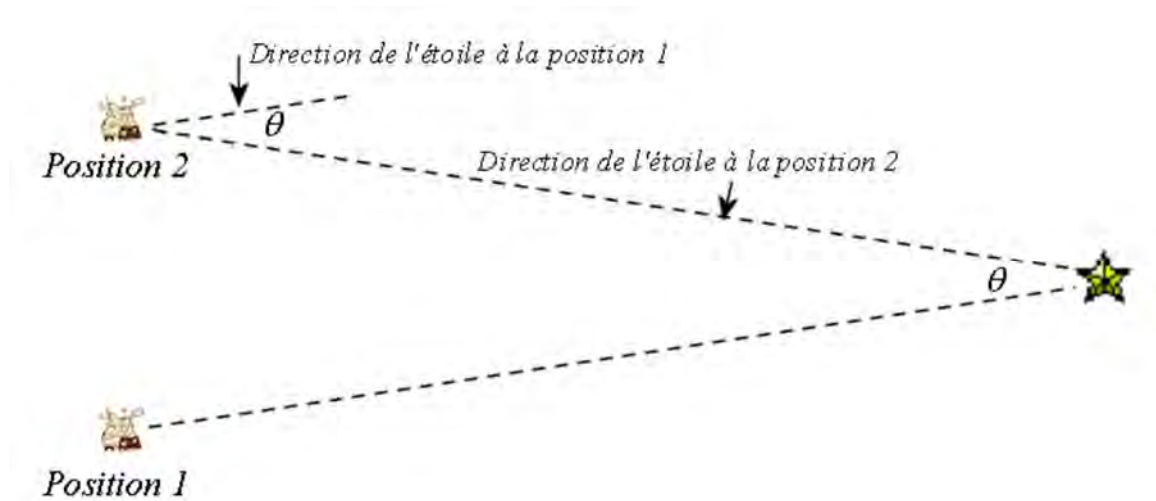
Aujourd'hui, on mesure cette distance à l'aide de radar. En mesurant le temps que prend l'onde pour aller et revenir au Soleil (environ 16 minutes), on peut facilement trouver, avec la vitesse de la lumière, la distance du Soleil.

On verra, au cours des chapitres suivants comment on tenta de déterminer cette distance du Soleil avant qu'on ne puisse utiliser les ondes radars.

On ne peut toutefois pas utiliser cette méthode pour déterminer la distance des autres étoiles parce qu'elles sont beaucoup trop loin. Il faudrait des dizaines d'années pour que le signal radar revienne sur Terre, et de toute façon, il serait beaucoup trop faible quand il reviendrait sur Terre pour qu'on puisse le détecter.

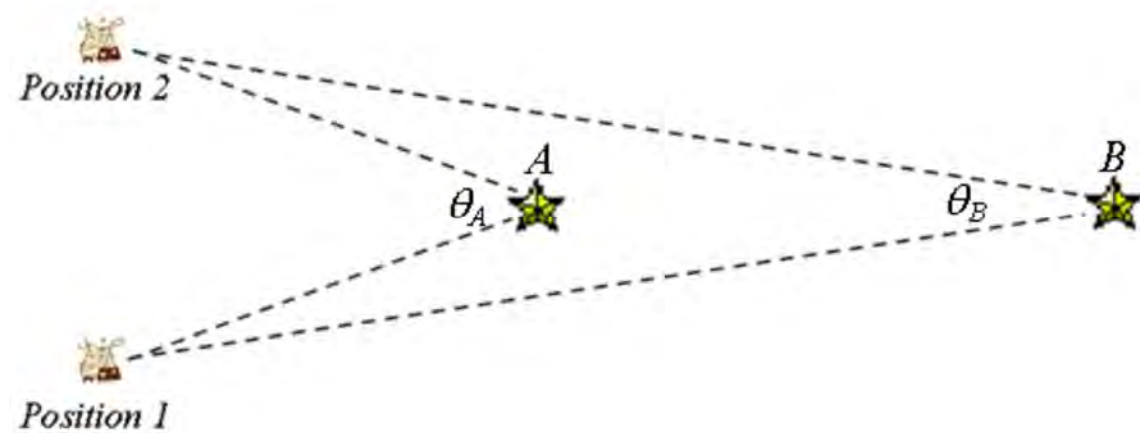
La parallaxe

Regardons comment change la position angulaire d'un objet, ici une étoile, quand on observe un objet à partir de différentes positions.

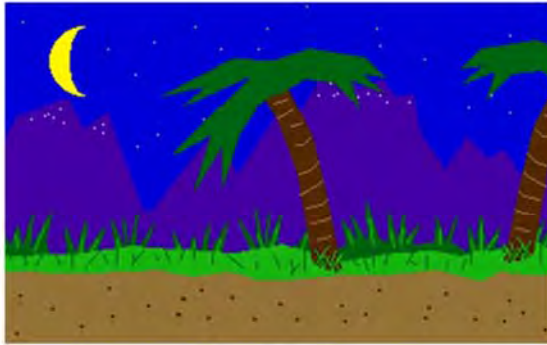
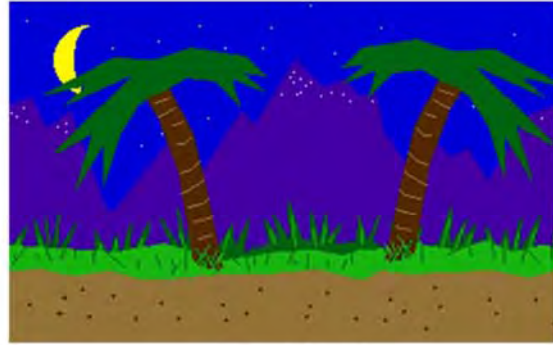


À la position 1, on observe l'objet dans une certaine direction. À la position 2, on observe l'objet dans une autre direction. La position angulaire de l'objet a donc changé. Remarquez l'égalité entre les deux angles θ indiqués sur la figure. Le changement de position angulaire est la *parallaxe*.

Si on observe deux objets à des distances différentes, le changement d'angle sera plus grand pour l'objet le plus proche.



Ainsi, quand on se déplace, le changement de direction est plus important si l'objet est plus près. Voici comment change ce paysage quand on se déplace un peu.

*Position 1**Position 2*

un peu à droite de la position 1

[/www.youtube.com/watch?v=bDm6unk1pqI](http://www.youtube.com/watch?v=bDm6unk1pqI)

On voit que le changement de direction des palmiers, relativement près, est important, alors que le changement de direction des montagnes, plus lointaines, est plus petit. Quant à la Lune, elle est si loin qu'elle n'a pas changé de direction.

Voici la même scène, mais animée. (L'observateur change constamment de position.) On voit le paysage le plus près défilé plus rapidement puisque sa position angulaire change rapidement, alors que les objets lointains défilent plus lentement.

<http://www.youtube.com/watch?v=bDm6unk1pqI>

La parallaxe est la clé de la mesure de la distance des étoiles.

Le calcul de la distance

Quand la Terre tourne autour du Soleil, on change de position et cela se traduit par un changement de direction de la position des étoiles. Plus les étoiles sont près, plus le changement de direction est important. Avec la Terre qui se déplace continuellement autour du Soleil, le changement de direction se fait de façon continue, ce qui fait que les étoiles changent continuellement de direction vue de la Terre en faisant un mouvement d'oscillation. Cette animation montre que l'amplitude d'oscillation de l'étoile diminue avec la distance.

<http://www.youtube.com/watch?v=LflQM8NOaB0>

La période de cette oscillation est de un an.

Voici ce qu'on obtient si on regarde plusieurs étoiles à différentes distances en même temps.

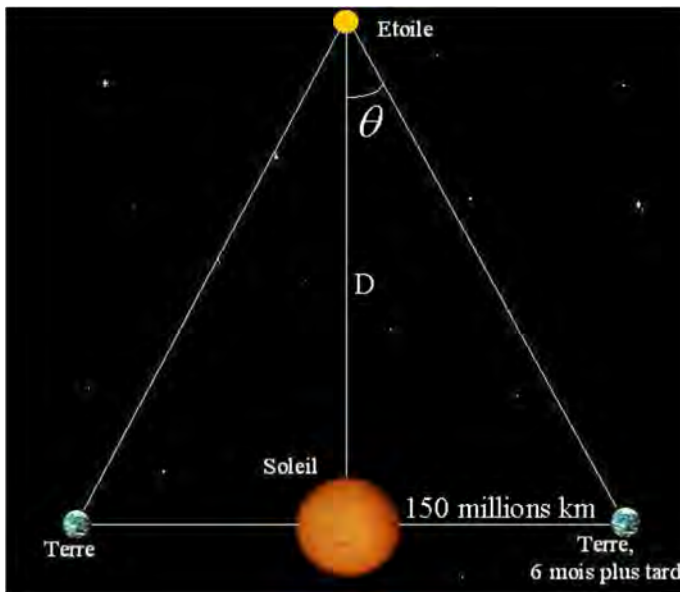
<http://www.youtube.com/watch?v=HjjE4nzcKdk>

Les étoiles les plus près font un mouvement d'oscillation important alors que les étoiles plus loin font un mouvement d'oscillation plus petit. Les étoiles très loin restent toujours dans la même direction et ne semblent pas osciller du tout. Dans cette animation,

l'amplitude d'oscillation est fortement exagérée et la période du mouvement est grandement diminuée puisqu'il faut un an pour que l'étoile fasse une oscillation.

La trajectoire peut être un mouvement d'oscillation de gauche à droite (étoiles à 90° de l'étoile Polaire), un ovale ou un cercle (pour les étoiles près de l'étoile Polaire par exemple). On peut voir dans l'animation précédente que les étoiles au milieu de l'image font une oscillation de gauche à droite alors qu'elles font un petit ovale dans le haut de l'image.

Avec la grandeur de l'angle donnant le changement de direction de l'étoile, on peut trouver la distance de l'étoile. En fait, la parallaxe d'une étoile correspond à la moitié du changement de direction. On a donc



www.astrosurf.com/voyager3/astro/unites.htm

$$\tan \theta = \frac{1,496 \times 10^{11} m}{D}$$

(La distance entre le Soleil et la Terre est de 149,6 millions km.)

En général, l'angle est très petit (le plus grand dépasse à peine 0,0002°). On peut donc utiliser l'approximation des petits angles

$$\tan \theta \approx \theta$$

où l'angle est en radian. On a donc

$$\theta_{(rad)} = \frac{1,496 \times 10^{11} m}{D}$$

$$D = \frac{1,496 \times 10^{11} m}{\theta_{(rad)}}$$

Généralement, on mesure l'angle en seconde d'arc, qui vaut 1/3600 degré (chaque degré est divisé en 60 minutes d'arc et chaque minute d'arc est divisé en 60 secondes d'arc). Aussi, on veut obtenir une réponse en année-lumière. On va donc transformer cette équation pour qu'on puisse utiliser les angles en secondes pour obtenir une distance en année-lumière.

Le lien entre l'angle en seconde et l'angle en radian est

$$\theta_{(rad)} = \theta_{(sec)} \times \frac{1}{3600} \frac{\text{deg}}{\text{sec}} \times \frac{\pi}{180} \frac{\text{rad}}{\text{deg}}$$

On divise l'angle en seconde par 3600 pour obtenir les degrés, puis on transforme les degrés en radian avec la fraction de droite dans l'équation.

Le lien entre la distance en mètres et la distance en années-lumière est

$$D_{(m)} = D_{(al)} \times 9,46 \times 10^{15} \frac{m}{al}$$

On a donc

$$D_{(m)} = \frac{1,496 \times 10^{11} m}{\theta_{(rad)}}$$

$$D_{(al)} \times 9,46 \times 10^{15} \frac{m}{al} = \frac{1,496 \times 10^{11} m}{\theta_{(sec)} \times \frac{1}{3600} \frac{deg}{sec} \times \frac{\pi}{180} \frac{rad}{deg}}$$

$$D_{(al)} = \frac{1}{\theta_{(sec)}} \times \frac{1,496 \times 10^{11} m}{9,46 \times 10^{15} \frac{m}{al} \times \frac{1}{3600} \frac{deg}{sec} \times \frac{\pi}{180} \frac{rad}{deg}}$$

En calculant la valeur du terme de droite, on obtient

$$D_{(al)} = \frac{3,262 al}{\theta_{(sec)}}$$

Cette valeur de 3,262 al est en fait une autre unité de distance appelée le parsec (qui vient de *par seconde*).

Le parsec (pc)

$$1 pc = 3,262 al = 3,086 \times 10^{16} m$$

Cette unité a tendance à prendre lentement la place de l'année-lumière en astronomie.

La formule de la distance des étoiles à partir de la parallaxe est donc

Distance des étoiles (en al ou en pc) à partir de la parallaxe (en seconde)

$$D_{(al)} = \frac{3,262 al}{\theta_{(sec)}}$$

$$D_{(pc)} = \frac{1 pc}{\theta_{(sec)}}$$

Exemple 3.1.1

L'étoile alpha du Centaure a une parallaxe de $0,773''$ ($''$ est le symbole de la seconde d'arc). Quelle est la distance de cette étoile ?

Selon notre équation, on a

$$\begin{aligned} D_{(al)} &= \frac{3,262al}{\theta_{(sec)}} \\ &= \frac{3,262al}{0,773''} \\ &= 4,22al = 1,29pc \end{aligned}$$

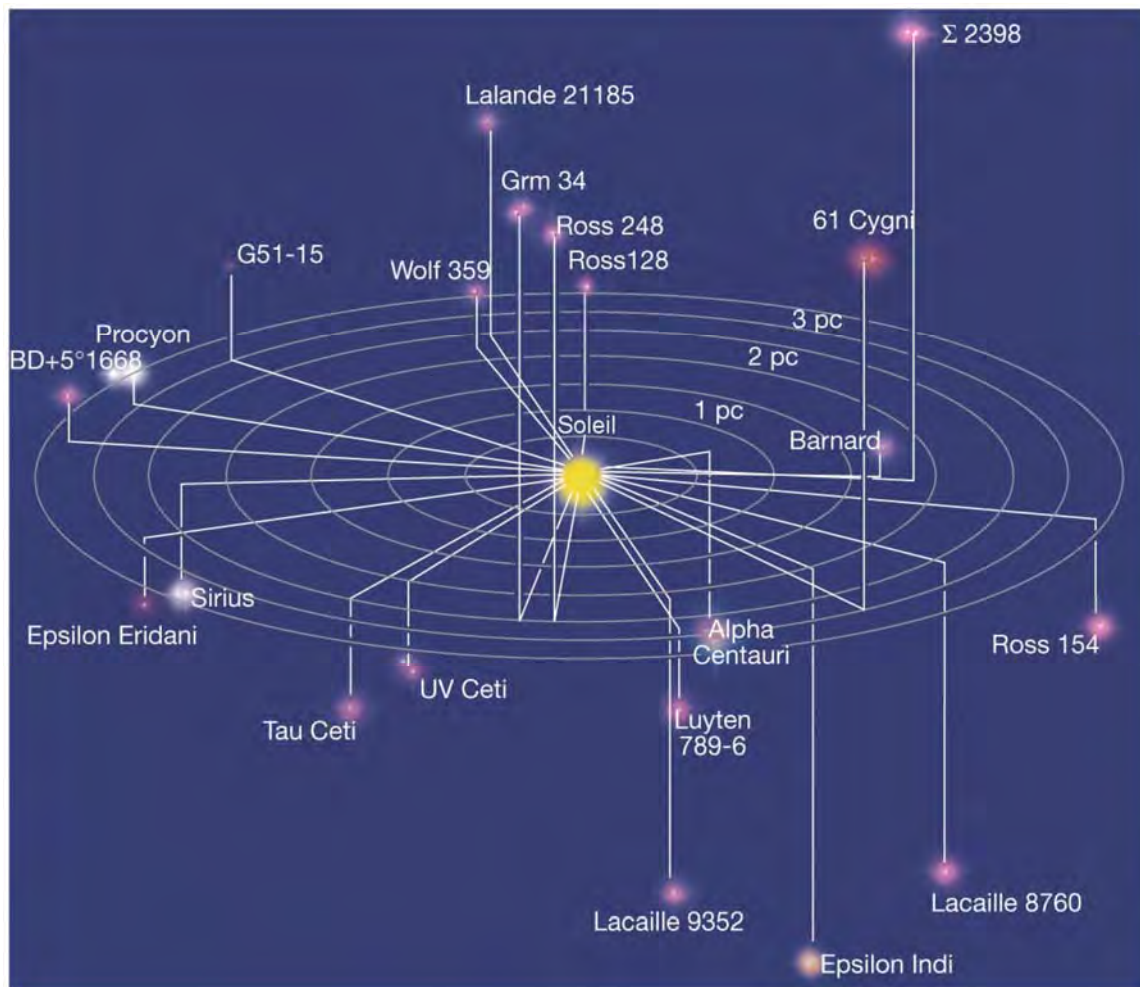
Cette dernière étoile est la deuxième étoile la plus proche du Soleil après Proxima du Centaure. C'est donc une des étoiles qui a la plus grande parallaxe et elle n'atteint même pas de 1 seconde d'arc. Pour vous donner une idée de la petitesse d'un angle d'une seconde, dites-vous qu'il correspond à l'angle entre deux objets séparés de 5 mm situé à 1 km d'un observateur. Les angles des parallaxes sont tellement petits qu'on ne parvint à mesurer la première qu'en 1838 (Friedrich Wilhelm Bessel mesura alors la parallaxe de l'étoile 61 du cygne, suivit de peu par Friedrich Struve qui mesura celle de Véga), alors qu'on tentait de les mesurer depuis 1543 (on verra pourquoi au chapitre 13).

Pour trouver la distance de l'étoile, il faut être capable de mesurer l'angle de la parallaxe. Pour les étoiles assez près, on peut le faire, mais c'est plus difficile pour les étoiles éloignées, car l'angle est trop petit. Avant 1989, on mesurait la parallaxe à partir du sol avec une précision qui ne dépassait pas $0,05''$. On pouvait donc seulement connaître la distance des étoiles se situant à moins de 65 al du Soleil. Cela veut dire qu'on connaissait la distance de seulement quelques douzaines d'étoiles avec une incertitude inférieure à 1 % et d'environ une centaine d'étoiles avec une incertitude inférieure à 5 %. En 1989, on lança le satellite Hipparcos qui pouvait mesurer les angles de parallaxe avec une précision de $0,001''$. On a pu ainsi mesurer la parallaxe, et donc la distance, d'un peu plus de 2,5 millions d'étoiles se situant à moins de 3000 al de la Terre. Cela représente 99 % de toutes les étoiles ayant une magnitude de 11 ou moins. On connaît maintenant la distance de 400 étoiles avec une incertitude inférieure 1 % et de 7000 étoiles avec une incertitude inférieure 5 %. On peut dire que la mesure des distances est précise pour toutes les étoiles se situant à moins de 500 al du Soleil. Les distances mesurées entre 500 al et 3000 al sont un peu plus incertaines. On lancera bientôt le satellite GAIA qui pourra mesurer la parallaxe avec encore plus de précision ($0,0001''$). On pourra ainsi mesurer la distance de 50 millions d'étoiles.

Voici ce qu'on obtient pour la distance de quelques étoiles.

Étoile	Parallaxe (")	Distance (al)
Sirius (étoile la plus brillante)	$0,3792 \pm 0,0016$	$8,60 \pm 0,03$
Véga (5 ^e étoile la plus brillante)	$0,12893 \pm 0,00055$	$25,3 \pm 0,1$
Bételgeuse (9 ^e étoile la plus brillante)	$0,0051 \pm 0,0011$	640 ± 130
Fomalhaut (18 ^e étoile la plus brillante)	$0,13058 \pm 0,00065$	$25,0 \pm 0,1$
Polaire (48 ^e étoile la plus brillante)	$0,00754 \pm 0,00011$	433 ± 6
Étoile de Barnard (5 ^e étoile la plus près)	$0,5454 \pm 0,0003$	$5,980 \pm 0,003$

Voici aussi une image montrant les étoiles à moins de 4 pc (environ 13 al) du Soleil.



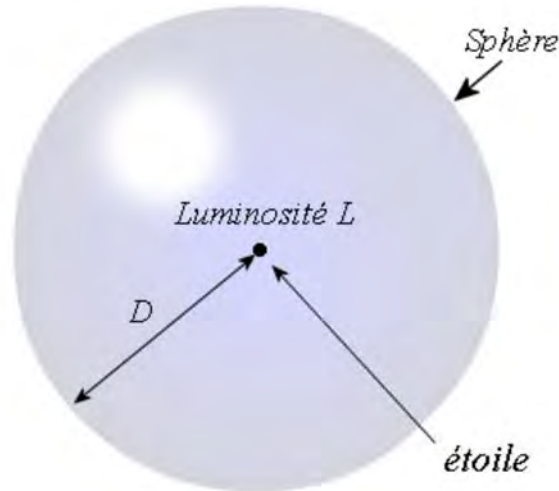
www.uh.edu/~jclarage/astr3131/lectures/9/9.html

3.2 LA LUMINOSITÉ DES ÉTOILES

Luminosité selon la distance et l'intensité

Sachant maintenant la distance des étoiles, on peut trouver la puissance de l'étoile à partir de l'intensité de la lumière reçue. Cette puissance est l'énergie rayonnée par l'étoile par seconde et elle est donc en watts. Cette puissance est la luminosité de l'étoile.

Calculons l'intensité de la lumière à une distance D de l'étoile. Pour y arriver, on va imaginer une sphère entourant l'étoile se situant à une distance D de l'étoile. La lumière de l'étoile est émise dans toutes les directions et elle se répartit uniformément sur toute la surface de la sphère. La puissance reçue par unité de surface (qui est l'intensité de la lumière) sur cette sphère est



www.animations.physics.unsw.edu.au/jw/waves_power.htm

$$I = \frac{L}{A}$$

La situation est similaire dans le cas des étoiles. La lumière est émise dans toutes les directions (on dit alors qu'elle est isotrope) et la puissance de l'étoile est répartie sur une sphère entourant l'étoile (comme dans la figure). Comme l'aire d'une sphère est $4\pi D^2$, on a

Intensité de la lumière d'une étoile (I)

$$I = \frac{L}{4\pi D^2}$$

Cette équation nous indique que l'intensité de la lumière reçue dépend de la luminosité de l'étoile et de sa distance. Si deux étoiles sont à la même distance, celle qui a le plus de luminosité sera la plus brillante. Si deux étoiles ont la même luminosité, la plus près des deux sera la plus brillante. Tout cela semble bien logique.

Une étoile brillante dans le ciel pourrait donc être peu lumineuse, mais assez près de la Terre, ou elle pourrait aussi être très éloignée de la Terre et extrêmement lumineuse.

La luminosité du Soleil

Avec cette équation, nous pouvons trouver la luminosité du Soleil. Puisque l'intensité de la lumière reçue est de 1361 W/m^2 , la luminosité est

$$I = \frac{L}{4\pi D^2}$$

$$1361 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} = \frac{L}{4\pi (1,496 \times 10^{11} \text{ m})^2}$$

$$L = 3,828 \times 10^{26} \text{ W}$$

C'est une puissance quand même assez grande. Le Soleil rayonne $3,828 \times 10^{26}$ Joules chaque seconde. Si on pouvait capter et emmagasiner toute cette énergie émise en 1 seconde, on aurait de l'énergie pour fournir de l'énergie à tous les habitants de la Terre pendant le prochain million d'années en maintenant notre consommation au niveau actuel. La quantité d'énergie produite par les étoiles est donc prodigieuse.

On mesure souvent la luminosité des étoiles en la comparant avec la luminosité du Soleil.

Autre unité de luminosité : la luminosité solaire (L_{\odot})

$$1L_{\odot} = 3,828 \times 10^{26} \text{ W}$$

Remarquez le symbole utilisé en astronomie pour représenter le Soleil : \odot

La luminosité des autres étoiles

Exemple 3.2.1

L'intensité de la lumière reçue de Sirius est $1,207 \times 10^{-7} \text{ W/m}^2$. Sachant que la parallaxe de cette étoile est de $0,3792''$, quelle est la luminosité de cette étoile ?

Trouvons premièrement la distance de Sirius à partir de la parallaxe. La distance est

$$D_{(al)} = \frac{3,262 \text{ al}}{\theta_{(\text{sec})}}$$

$$D_{(al)} = \frac{3,262 \text{ al}}{0,3792''}$$

$$D_{(al)} = 8,60 \text{ al}$$

$$D = 8,14 \times 10^{16} \text{ m}$$

On peut alors trouver la luminosité avec notre formule de l'intensité.

$$I = \frac{L}{4\pi D^2}$$

$$1,207 \times 10^{-7} \frac{W}{m^2} = \frac{L}{4\pi (8,14 \times 10^{16} m)^2}$$

$$L = 1,005 \times 10^{28} W$$

La luminosité de Sirius est de

$$L = 1,005 \times 10^{28} W \times \frac{1L_{\odot}}{3,828 \times 10^{26} W} = 26,2L_{\odot}$$

Les luminosités des étoiles sont très variables, allant de 0,0005 L_{\odot} à 8 700 000 L_{\odot} . Voici les luminosités de quelques étoiles.

Étoile	Luminosité visuelle	Luminosité bolométrique
Sirius (étoile la plus brillante)	21,2 L_{\odot}	26,2 L_{\odot}
Véga (5 ^e étoile la plus brillante)	46,1 L_{\odot}	60,7 L_{\odot}
Bételgeuse (9 ^e étoile la plus brillante)	19 100 L_{\odot}	84 900 L_{\odot}
Fomalhaut (18 ^e étoile la plus brillante)	15,9 L_{\odot}	18,6 L_{\odot}
Polaire (48 ^e étoile la plus brillante)	2170 L_{\odot}	2360 L_{\odot}
Étoile de Barnard (5 ^e étoile la plus près)	0,000404 L_{\odot}	0,0034 L_{\odot}

Magnitude absolue des étoiles

On mesure aussi la luminosité des étoiles avec la magnitude absolue, qui est la magnitude qu'aurait l'étoile si elle était à une distance de 10 pc (32,62 al).

La brillance, donc l'intensité de la lumière reçue de l'étoile, dépend de la luminosité et de la distance selon la formule

$$I = \frac{L}{4\pi D^2}$$

Si on imagine que toutes les étoiles sont à la même distance de 10 pc, on voit que l'intensité de la lumière reçue me dépendrait plus que de la luminosité de l'étoile. L'intensité de la lumière reçue serait donc une mesure de la luminosité de l'étoile. Cette intensité peut également se mesurer en magnitude.

Quand on mesure la magnitude de l'étoile comme si elle était à 10 pc, on parle de *magnitude absolue* M . Si l'étoile est à 10 pc, l'intensité de la lumière est

$$I = \frac{L}{4\pi(32,62al)^2}$$

La magnitude serait alors donnée par

$$I = 2,52 \times 10^{-8} \frac{W}{m^2} \cdot 10^{-0,4M}$$

$$\frac{L}{4\pi(32,62al)^2} = 2,52 \times 10^{-8} \frac{W}{m^2} \cdot 10^{-0,4M}$$

Cette formule montre bien qu'il y a un lien direct entre la luminosité et la magnitude absolue puisque ce sont les deux seules variables dans cette équation. Si on isole la magnitude M , on obtient

$$\frac{L}{4\pi(32,62al)^2} = 2,52 \times 10^{-8} \frac{W}{m^2} \cdot 10^{-0,4M}$$

$$\frac{L}{4\pi(32,62al)^2 \cdot 2,52 \times 10^{-8} \frac{W}{m^2}} = 10^{-0,4M}$$

Au dénominateur, on a

$$4\pi(32,62al)^2 \cdot 2,52 \times 10^{-8} \frac{W}{m^2} = 4\pi(32,62 \times 9,46 \times 10^{15} m)^2 \cdot 2,52 \times 10^{-8} \frac{W}{m^2}$$

$$= 3,015 \times 10^{28} W$$

$$= 78,8L_{\odot}$$

On a donc

$$\log\left(\frac{L}{78,8L_{\odot}}\right) = -0,4M$$

$$M = -2,5 \log\left(\frac{L}{78,8L_{\odot}}\right)$$

$$M = 2,5 \log\left(\frac{L}{78,8L_{\odot}}\right)^{-1}$$

On arrive donc à la formule suivante

Magnitude absolue à partir de la luminosité de l'étoile

$$M = 2,5 \log \left(\frac{78,8 L_{\odot}}{L} \right)$$

$$M = 2,5 \log \left(\frac{3,015 \times 10^{28} \text{ W}}{L} \right)$$

Exemple 3.2.2

Sirius a une luminosité de $26,2 L_{\odot}$. Quelle est sa magnitude absolue ?

La magnitude absolue est

$$M = 2,5 \log \left(\frac{78,8 L_{\odot}}{26,2 L_{\odot}} \right)$$

$$= 1,20$$

On voit que la magnitude de Sirius passe de $-1,70$ à $1,20$ quand on la place à 10 pc de la Terre, ce qui signifie qu'elle serait moins brillante vu de la Terre si elle était à 10 pc. C'est normal, car il faut éloigner Sirius (qui est à $8,60$ al) pour la placer à $32,62$ al, ce qui la rend moins brillante.

On peut aussi trouver la magnitude absolue M à partir de la distance de l'étoile D et de sa magnitude m . Reprenons la formule du rapport des intensités à partir des magnitudes

$$\frac{I_1}{I_2} = 10^{0,4(m_2 - m_1)}$$

Ici, I_1 sera l'intensité de la lumière de l'étoile quand elle est à sa vraie distance et m_1 est donc la magnitude m de l'étoile. I_2 sera l'intensité de la lumière de l'étoile si elle est à 10 pc, ce qui signifie que m_2 est la magnitude absolue M de l'étoile. On a donc

$$\begin{aligned}\frac{I_1}{I_2} &= 10^{0,4(M-m)} \\ I_1 &= I_2 \cdot 10^{0,4(M-m)} \\ \frac{L}{4\pi D^2} &= \frac{L}{4\pi (32,62al)^2} 10^{0,4(M-m)} \\ \frac{1}{D^2} &= \frac{1}{(32,62al)^2} 10^{0,4(M-m)} \\ \frac{(32,62al)^2}{D^2} &= 10^{0,4(M-m)} \\ \log \frac{(32,62al)^2}{D^2} &= 0,4(M-m) \\ M-m &= 2,5 \log \left(\frac{(32,62al)^2}{D} \right)^2\end{aligned}$$

(En passant $M - m$ porte le nom de *module de distance* en astrophysique, mais nous n'emploierons pas ce terme ici.)

En isolant M , on arrive finalement à la formule suivante.

Magnitude absolue à partir de la distance et de la magnitude

$$M = m + 5 \log \left(\frac{32,62al}{D} \right)$$

Exemple 3.2.3

Sirius a une magnitude de -1,70 et elle est à 8,60 al de la Terre. Quelle est sa magnitude absolue ?

La magnitude absolue est

$$\begin{aligned}M &= m + 5 \log \left(\frac{32,62al}{D} \right) \\ &= -1,70 + 5 \log \left(\frac{32,62al}{8,60al} \right) \\ &= 1,20\end{aligned}$$

Voici la magnitude absolue (visuelle et bolométrique) de quelques étoiles

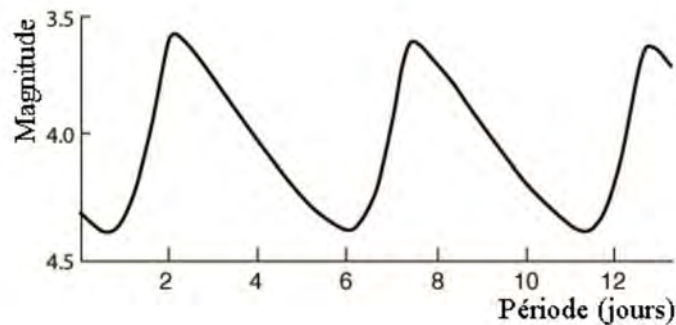
Étoile	M_{visuelle}	$M_{\text{bolométrique}}$
Soleil	4,82	4,74
Sirius (étoile la plus brillante)	1,4	1,2
Véga (5 ^e étoile la plus brillante)	0,6	0,3
Bételgeuse (9 ^e étoile la plus brillante)	-6,0	-7,6
Fomalhaut (18 ^e étoile la plus brillante)	1,7	1,6
Polaire (48 ^e étoile la plus brillante)	-3,6	-3,7
Étoile de Barnard (5 ^e étoile la plus près)	9,5	7,2

Ainsi, si toutes les étoiles étaient à 10 pc, Bételgeuse serait, de loin, la plus brillante de ces étoiles.

L'étoile la plus brillante connue (R136a1) a une luminosité de $8\,700\,000 L_{\odot}$, ce qui lui donne une magnitude absolue de $M = -12,6$. Cette magnitude absolue est exactement celle de la pleine Lune, ce qui signifie que cette étoile, si elle était à 10 pc de la Terre, brillerait autant que la pleine Lune...

Les étoiles variables

Les étoiles variables sont des étoiles dont la luminosité change de façon périodique. (Nous verrons dans un autre chapitre pourquoi certaines étoiles changent ainsi de luminosité.) Par exemple, voici le graphique de la magnitude de l'étoile δ de Céphée.

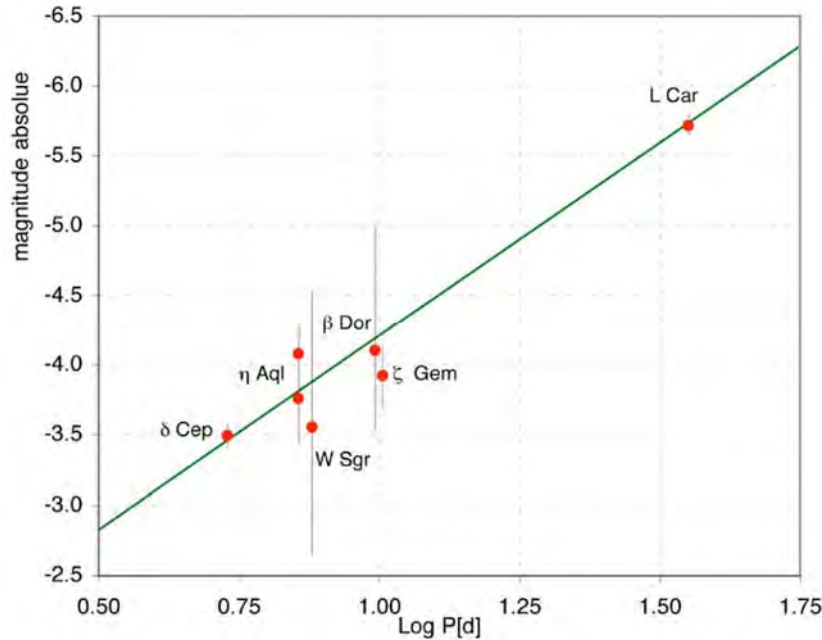


hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/astro/cephheid.html

On peut voir que la luminosité de l'étoile varie avec une période de 5,4 jours.

Il existe plusieurs types d'étoiles variables. Les étoiles variables très brillantes qui ont des caractéristiques identiques à δ de Céphée font partie de groupe des **céphéides**.

En classant différentes Céphéides dans un groupe d'étoiles appelé le nuage de Magellan, Henrietta Lewitt découvre en 1912 qu'il existe un lien entre la période de la variation et la luminosité moyenne de l'étoile. Le graphique suivant montre à qui ressemble cette relation.



www.planetastronomy.com/astronews/astronews-net-17nov04.htm

Il semble donc y avoir une droite et l'équation de cette droite va nous donner la relation entre la période et la magnitude visuelle absolue moyenne des céphéides.

$$M = -2,43(\log(P) - 1) - 4,04$$

Qu'on peut écrire sous la forme

Relation entre la magnitude visuelle absolue moyenne et la période des céphéides

$$M = -2,43 \log(P) - 1,61$$

où P est en jours

(Quand on observe bien, cette équation n'est pas exactement celle représentée sur le graphique. C'est que l'équation est la dernière version des études sur les céphéides alors que le graphique est celui d'une version un peu plus ancienne.)

Notez que les points ne sont pas tous exactement sur la droite, ce qui signifie qu'il y a une incertitude d'environ 0,5 sur la magnitude obtenue avec la période des céphéides.

On peut aussi faire le lien entre la période et la luminosité.

$$2,5 \log\left(\frac{78,8L_{\odot}}{L}\right) = -2,43 \log(P) - 1,61$$

Si on isole L dans cette équation, on obtient

Relation entre la luminosité moyenne et la période des céphéides

$$L = 347L_{\odot}P^{0,972}$$

où P est en jours

Ainsi, en mesurant la période de variation, on peut facilement obtenir la luminosité de l'étoile. On peut ensuite trouver leur distance facilement à partir de l'intensité de la lumière reçue.

Les céphéides ont une importance particulière parce qu'elles sont très brillantes. Avec une luminosité pouvant atteindre 40 000 L_{\odot} , on peut les voir même si elles sont très éloignées. Cela permet de déterminer la distance de ces étoiles quand il est impossible de la faire avec la parallaxe.

Exemple 3.2.4

La magnitude visuelle moyenne d'une céphéide est de 16,3 et elle varie avec une période de 3,1 jours. Quelle est la distance de la céphéide ?

La luminosité de cette étoile est donc

$$\begin{aligned} L &= 347L_{\odot}P^{0,972} \\ &= 347L_{\odot}(3,1)^{0,972} \\ &= 1042L_{\odot} \end{aligned}$$

L'intensité de la lumière reçue est

$$\begin{aligned} I &= 2,52 \times 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \cdot 10^{-0,4m} \\ &= 2,52 \times 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \cdot 10^{-0,4 \times 16,3} \\ &= 7,61 \times 10^{-15} \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \end{aligned}$$

On trouve finalement la distance avec la formule

$$\begin{aligned} I &= \frac{L}{4\pi D^2} \\ 7,61 \times 10^{-15} \frac{\text{W}}{\text{m}^2} &= \frac{1042L_{\odot} \times 3,828 \times 10^{26} \frac{\text{W}}{L_{\odot}}}{4\pi D^2} \\ D &= 2,04 \times 10^{21} \text{ m} \\ D &= 216\,000 \text{ al} \end{aligned}$$

Une distance qui est impossible à mesurer à partir de la parallaxe.

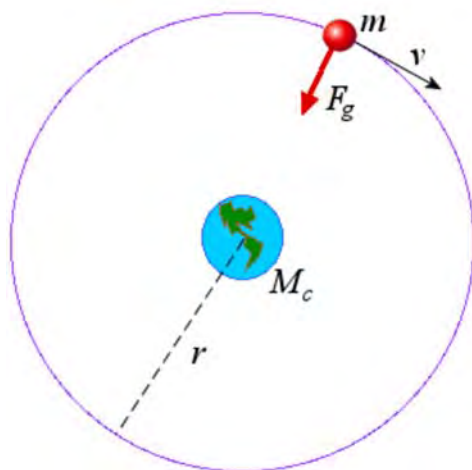
Quand on observe un objet formé de plusieurs étoiles, on cherche donc une céphéide parmi les étoiles formant l'objet, ce qui permettra de trouver la distance de cet objet.

La relation entre la période et la luminosité des céphéides n'est qu'une moyenne. La véritable luminosité d'une céphéide peut être un peu différente de celle donnée par la formule, comme on peut le voir sur le graphique. Cela fait que les distances obtenues ont une certaine incertitude de l'ordre de 10 %.

Les mesures de distances avec les céphéides furent à l'origine de bien des problèmes en astrophysique durant la première moitié du 20^e siècle. En effet, il y a plusieurs types d'étoiles variables et il faut s'assurer que l'étoile est bien une céphéide avant de faire le calcul de la distance. Il existe une autre classe d'étoiles (les céphéides de type II) ayant des caractéristiques assez semblables aux céphéides dont il est question dans cette section (qui sont les céphéides de type I), mais dont la relation entre la luminosité et la période est différente. Nous verrons plus tard que la confusion entre ces céphéides fut à l'origine de quelques erreurs en astrophysique, notamment concernant l'âge de l'univers.

Il existe aussi un autre type d'étoiles variables appelé *RR Lyrae*. Dans ce cas, il est encore plus facile de trouver la luminosité de l'étoile puisque toutes les RR Lyrae ont toutes une luminosité se situant entre 40 L_{\odot} et 50 L_{\odot} . Étant moins lumineuses que les Céphéides, elles sont plus difficiles à voir. Par contre, elles sont tellement plus nombreuses que les céphéides qu'elles sont souvent plus utiles que les céphéides pour mesurer les distances.

3.3 LA MASSE DES ÉTOILES



www.ux1.eiu.edu/~addavis/3050/Ch09Gravity/Sat.html

La masse du Soleil

Les objets en orbite circulaire autour d'une étoile (ou d'une planète) font un mouvement circulaire et il faut donc une force centripète. Comme il n'y a que la force de gravitation qui agit sur le corps, c'est cette force qui joue le rôle de force centripète. On a donc

$$\frac{GM_c m}{r^2} = m \frac{4\pi^2 r}{T^2}$$

La masse au centre s'appelle M_c , pour masse centrale.

On voit alors qu'on peut déduire la masse de l'objet central à partir de cette équation. En isolant M_c , on obtient la troisième loi de Kepler.

3^e loi de Kepler

$$M_c = \frac{4\pi^2 r^3}{G T^2}$$

Si on peut observer quelque chose en orbite autour de l'étoile, on peut alors déduire la masse de l'étoile. Dans le cas du Soleil, on peut le faire à partir du mouvement de la Terre, ou de n'importe quelle autre planète, autour du Soleil. Puisque la Terre fait le tour du Soleil en 31 558 149,8 s (365,256 j) et que le rayon de l'orbite est de 149 597 870,7 km, la masse du Soleil est de

$$\begin{aligned} M_{\odot} &= \frac{4\pi^2 (1,495978707 \times 10^{11} \text{ m})^3}{G (31\,558\,149,8 \text{ s})^2} \\ &= 1,9885 \times 10^{30} \text{ kg} \end{aligned}$$

La troisième loi de Kepler fut découverte en 1619 par Johannes Kepler. À cette époque, la loi disait simplement que le rapport r^3/T^2 est une constante pour tous les objets tournant autour du Soleil. Il en est ainsi parce que

$$\frac{r^3}{T^2} = \frac{GM_{\odot}}{4\pi^2}$$

Pour tous les objets tournant autour du Soleil, le terme de droite est une constante. Newton trouva la forme complète de la loi en 1689. Il ne pouvait cependant pas connaître la masse du Soleil, car la valeur de G ne fut trouvée qu'en 1798 par Henry Cavendish. (Notez qu'on pouvait quand faire des calculs avec la loi de la gravitation, car on connaissait la valeur de GM_{\odot} . C'est donc uniquement à partir de 1798 qu'on put connaître la masse du Soleil.)

On mesure presque toujours les masses des étoiles en prenant la masse du Soleil comme unité.

Autre unité de masse : la masse solaire (M_{\odot})

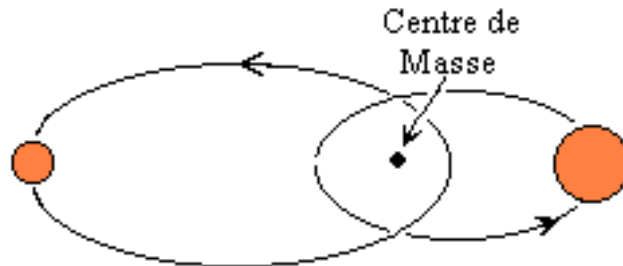
$$1M_{\odot} = 1,9885 \times 10^{30} \text{ kg}$$

Les étoiles doubles

Pour des étoiles lointaines, la méthode précédente pourrait être appliquée si on pouvait voir directement les planètes tournant autour des étoiles. Comme il est vraiment très rare qu'on puisse voir directement les planètes en orbite autour d'une étoile, il faut donc utiliser une

autre méthode pour trouver la masse des étoiles. Une variante de la méthode précédente permet de trouver la masse des étoiles doubles.

Une étoile double est formée de deux étoiles en rotation autour du centre de masse du système.



C'est un peu ce qu'on aurait obtenu avec le système solaire si Jupiter avait eu une masse 100 fois plus grande. Jupiter serait alors une étoile et nous serions dans un système avec deux étoiles. L'animation suivante vous montre le comportement d'un système d'étoile double.

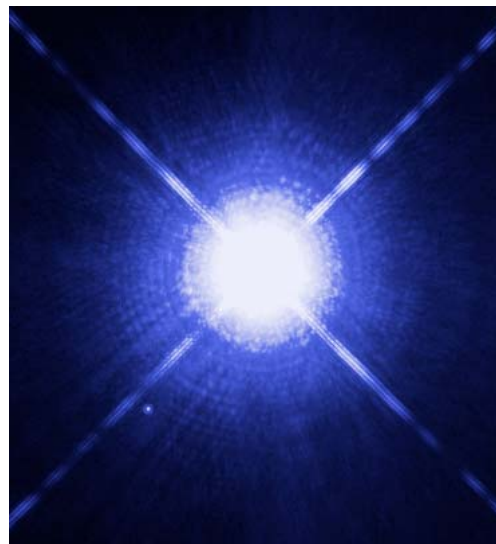
http://www.youtube.com/watch?v=TdHfR_0VWhE

De tels systèmes d'étoiles doubles ne sont pas rares puisqu'on estime que plus de la moitié des étoiles font partie d'un système d'étoile double, triple ou quadruple. Avec les données actuelles, la proportion est la suivante :

- 45 % des étoiles sont seules
- 46 % font partie d'un système double
- 8 % font partie d'un système triple
- 1 % font partie d'un système quadruple.

(La proportion d'étoiles faisant partie d'un système multiple pourrait même atteindre 80 % des étoiles selon certaines estimations.)

Par exemple, Sirius fait partie d'un système d'étoile double, formé des étoiles Sirius A et Sirius B. Sur cette image du télescope spatial Hubble, on peut voir Sirius A, qui est l'étoile la plus brillante, et Sirius B, qui la petite étoile très peu lumineuse en bas à gauche de Sirius A.

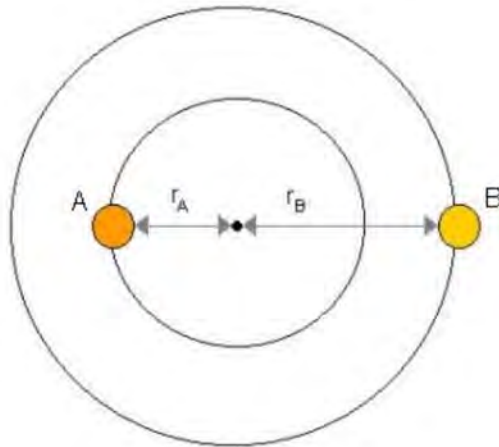


en.wikipedia.org/wiki/Sirius

Calcul de la masse

Pour mesurer la masse des étoiles, on doit premièrement connaître le temps de révolution du système (T), c'est-à-dire le temps que prennent les étoiles pour faire le tour de leurs orbites. Ce temps est le même pour les deux étoiles, car elles doivent toujours être de chaque côté du centre de masse du système. On doit aussi connaître la distance entre les deux étoiles (r) et les distances entre les étoiles et le centre de masse (r_A et r_B). On peut facilement mesurer ces distances avec un télescope si on peut voir les deux étoiles du système, comme c'est le cas avec Sirius.

On a alors la situation suivante. (On fait ici le cas où les orbites sont circulaires.)

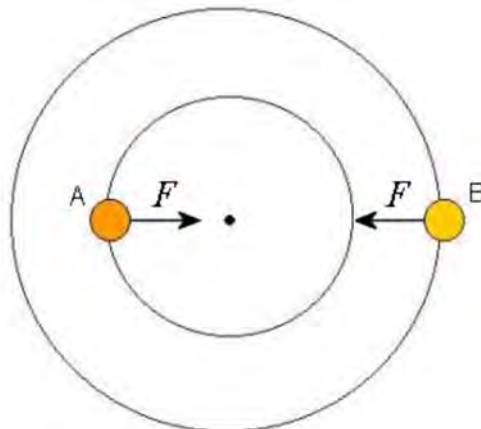


www.eso.org/public/outreach/eduoff/cas/cas2002/cas-projects/uk_castor_1/mech.html

Évidemment, la distance entre les étoiles est

$$r = r_A + r_B$$

Puisque les étoiles font un mouvement circulaire, il doit y avoir une force centripète sur chacune des étoiles. Cette force est faite par la force de gravitation entre les étoiles.



www.eso.org/public/outreach/eduoff/cas/cas2002/cas-projects/uk_castor_1/mech.html

On a donc

$$F_{\text{centripète}} = F_g$$

$$F_{\text{centripète}} = \frac{GM_A M_B}{r^2}$$

En appliquant cette équation à chaque étoile, on a

étoile A	étoile B
$\frac{4\pi^2 M_A r_A}{T^2} = \frac{GM_A M_B}{r^2}$	$\frac{4\pi^2 M_B r_B}{T^2} = \frac{GM_A M_B}{r^2}$
$\frac{4\pi^2 r_A}{T^2} = \frac{GM_B}{r^2}$	$\frac{4\pi^2 r_B}{T^2} = \frac{GM_A}{r^2}$

Additionnons maintenant ces deux équations (la somme des côtés gauches des équations est égale à la somme des côtés droits des équations). On a alors

$$\frac{4\pi^2 r_A}{T^2} + \frac{4\pi^2 r_B}{T^2} = \frac{GM_B}{r^2} + \frac{GM_A}{r^2}$$

$$\frac{4\pi^2 (r_A + r_B)}{T^2} = \frac{G(M_A + M_B)}{r^2}$$

Puisque $r_A + r_B$ est égale à la distance entre les étoiles r , et que $M_A + M_B$ est la masse totale du système (M_{tot}), on a

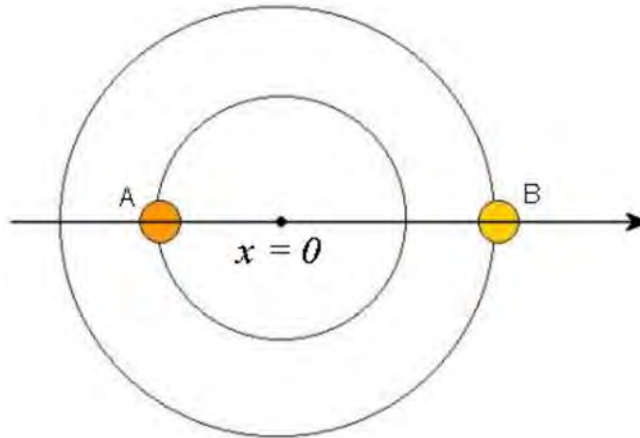
$$\frac{4\pi^2 r}{T^2} = \frac{GM_{\text{tot}}}{r^2}$$

On a donc

Masse totale d'un système d'étoile double

$$M_{\text{tot}} = \frac{4\pi^2 r^3}{GT^2}$$

Pour trouver la masse de chaque étoile, on utilise l'équation de la position du centre de masse. On utilise un axe passant par les deux étoiles et par le centre de masse. On place notre $x = 0$ au centre de masse.



www.eso.org/public/outreach/eduoff/cas/cas2002/cas-projects/uk_castor_1/mech.html

On a alors

$$x_{c.m.} = \frac{M_A x_A + M_B x_B}{M_A + M_B}$$

$$0 = \frac{M_A (-r_A) + M_B (r_B)}{M_A + M_B}$$

Ce qui nous donne

Relation entre les masses dans un système d'étoile double

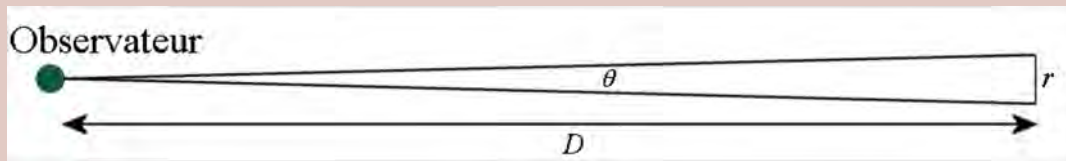
$$M_A r_A = M_B r_B$$

Avec ces deux équations, on peut trouver la masse de chacune des étoiles du système d'étoiles doubles.

Exemple 3.3.1

Sirius A et B tournent toutes les deux autour de leur centre de masse avec une période de 49,9 ans. Vu de la Terre, l'angle entre Sirius A et le centre de masse est de $2,18''$ et l'angle entre Sirius B et le centre de masse est de $5,32''$. Ce système est à 8,60 al de la Terre. Quelle est la masse des deux étoiles ?

Commençons par trouver les distances entre les étoiles et le centre de masse. On trouve ces distances à partir des angles en partant de la figure suivante.



Comme l'angle est souvent petit, on peut faire comme si r était un arc de cercle. On a alors

$$\theta_{(rad)} = \frac{r}{D}$$

La distance est donc

$$r = \theta_{(rad)} D$$

Ainsi, les distances entre les étoiles et le centre de masse sont

$$r_A = \left(\left(\frac{2,18}{3600} \right)^\circ \times \frac{\pi rad}{180^\circ} \right) \times (8,60 \times 9,46 \times 10^{15} m) = 8,598 \times 10^{11} m$$

$$r_B = \left(\left(\frac{5,32}{3600} \right)^\circ \times \frac{\pi rad}{180^\circ} \right) \times (8,60 \times 9,46 \times 10^{15} m) = 2,098 \times 10^{12} m$$

La distance entre les étoiles est donc de

$$r_A + r_B = 2,958 \times 10^{12} m$$

Ainsi, la masse totale du système est

$$M_{tot} = \frac{4\pi^2 r^3}{GT^2}$$

$$M_{tot} = \frac{4\pi^2 (2,958 \times 10^{12})^3}{6,674 \times 10^{-11} \frac{Nm^2}{kg^2} (49,9 \times 365,25 \times 24 \times 60 \times 60s)^2} = 6,174 \times 10^{30} kg$$

La relation entre les masses est

$$M_A r_A = M_B r_B$$

$$M_A (8,598 \times 10^{11} m) = M_B (2,098 \times 10^{12} m)$$

$$M_A = 2,44 M_B$$

Cela signifie donc que

$$M_{tot} = M_A + M_B$$

$$M_{tot} = 2,44M_B + M_B$$

$$M_{tot} = 3,44M_B$$

La masse de l'étoile B est donc

$$6,174 \times 10^{30} \text{ kg} = 3,44M_B$$

$$M_B = 1,795 \times 10^{30} \text{ kg}$$

et la masse de l'étoile A est

$$M_A = M_{tot} - M_B$$

$$= 6,175 \times 10^{30} \text{ kg} - 1,795 \times 10^{30} \text{ kg}$$

$$= 4,38 \times 10^{30} \text{ kg}$$

En masses solaires, ces masses sont

$$M_A = 4,38 \times 10^{30} \text{ kg} \times \frac{1M_{\odot}}{1,9985 \times 10^{30} \text{ kg}} = 2,19M_{\odot}$$

$$M_B = 1,795 \times 10^{30} \text{ kg} \times \frac{1M_{\odot}}{1,9985 \times 10^{30} \text{ kg}} = 0,898M_{\odot}$$

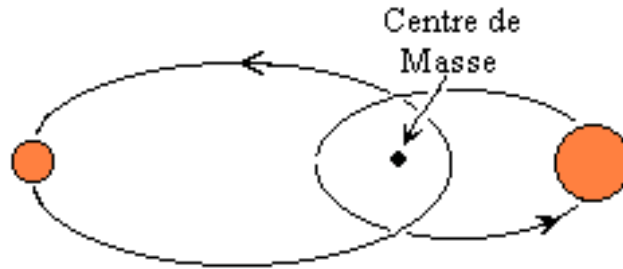
En procédant de cette façon, on a pu mesurer la masse de nombreuses étoiles. Les étoiles les moins massives ont une masse d'environ $0,085 M_{\odot}$ et les étoiles les plus massives ont des masses de l'ordre de $250 M_{\odot}$. On verra cependant qu'il est possible que des étoiles de quelques milliers de masses solaires aient existé quand l'univers était très jeune.

Voici la masse de quelques étoiles.

Étoile	Masse
Soleil	$1 M_{\odot}$
Sirius (étoile la plus brillante)	$2,19 M_{\odot}$
Véga (5 ^e étoile la plus brillante)	$2,14 M_{\odot}$
Bételgeuse (9 ^e étoile la plus brillante)	$14 \pm 6 M_{\odot}$
Fomalhaut (18 ^e étoile la plus brillante)	$1,92 M_{\odot}$
Polaire (48 ^e étoile la plus brillante)	$4,5 M_{\odot}$
Étoile de Barnard (5 ^e étoile la plus près)	$0,144 M_{\odot}$

Étoiles doubles avec des orbites elliptiques

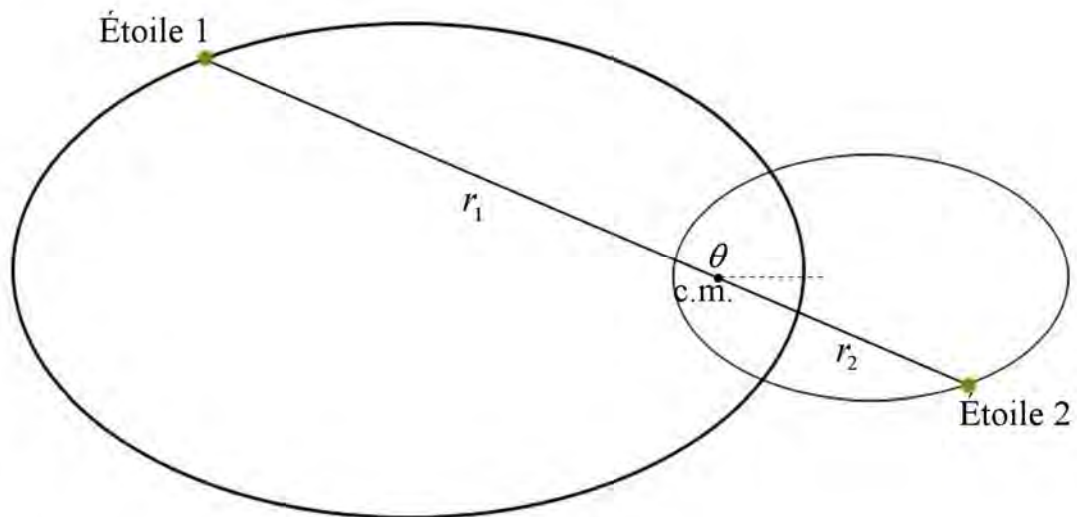
Examinons maintenant plus en détail un système plus réaliste. Il s'agit d'un système d'étoiles double avec des orbites elliptiques.



Dans un tel système, le centre de masse est toujours à la même place (dans le repère où la quantité de mouvement est nulle). Cela implique que la relation

$$M_1 r_1 = M_2 r_2$$

(où r est la distance entre le centre de masse et l'étoile) doit toujours être vraie.



Or les distances r sont

$$r_1 = a_1 \frac{1 - e_1^2}{1 + e_1 \cos \theta}$$

$$r_2 = a_2 \frac{1 - e_2^2}{1 + e_2 \cos \theta}$$

La condition devient donc alors

$$M_1 r_1 = M_2 r_2$$

$$M_1 a_1 \frac{1 - e_1^2}{1 + e_1 \cos \theta} = M_2 a_2 \frac{1 - e_2^2}{1 + e_2 \cos \theta}$$

Pour que cette équation soit vraie pour toutes les valeurs de θ , on doit avoir

Excentricités dans un système d'étoile double avec orbite elliptique

$$e_1 = e_2$$

et il nous reste alors

Relation entre les masses dans un système d'étoile double avec orbite elliptique

$$M_1 a_1 = M_2 a_2$$

Pour les orbites elliptiques, les formules restent identiques à celles développées auparavant, à condition de suivre les règles suivantes :

- Les distances entre les astres et le centre de masse sont toujours données par les mêmes formules pour r_p et r_a .

Pour calculer la vitesse, on utilise les mêmes formules, sauf que la M_c est maintenant la somme des masses des deux astres et a est la somme des a de chaque étoile. La formule nous donne alors une vitesse. La vitesse de chaque étoile se calcule alors avec le rapport des masses (si on prend la vitesse à la périapside comme exemple).

$$v_{p1} = \frac{m_2}{M_{tot}} v_p \quad v_{a1} = \frac{m_2}{M_{tot}} v_a$$

$$v_{p2} = \frac{m_1}{M_{tot}} v_p \quad v_{a2} = \frac{m_1}{M_{tot}} v_a$$

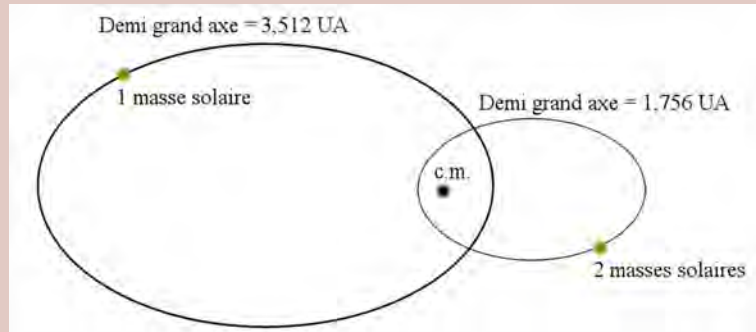
- Pour calculer la période, qui est la même pour les deux astres, on utilise la même formule, saufs que la M_c est la somme des masses des deux astres et a est la somme des a de chaque étoile.

- Pour calculer l'énergie du système, on utilise la même formule, saufs que la M_c est la somme des masses des deux astres et a est la somme des a de chaque étoile. Quant à m , il doit être remplacé par une autre masse appelée *la masse réduite*, qui est

$$\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$$

Exemple 3.3.2

Voici deux étoiles en orbite autour de leur centre de masse le long d'orbite ayant une excentricité de 0,8.



- a) Quelle est la vitesse de chaque étoile quand elle au plus près du centre de masse ?

On prend la formule de la vitesse à la périapside, mais en prenant la masse totale du système comme masse centrale. La somme des masses est 3 masses solaires, qui vaut

$$M_c = 3 \cdot 2 \times 10^{30} \text{ kg} = 6 \times 10^{30} \text{ kg}$$

On doit aussi prendre la somme des a de chaque étoile pour le a . ce a vaut donc

$$a = 3,512 \text{ UA} + 1,756 \text{ UA} = 5,268 \text{ UA}$$

On a alors

$$\begin{aligned} v_p &= \sqrt{\frac{GM_c}{a} \frac{1+e}{1-e}} \\ &= \sqrt{\frac{6,674 \times 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2} \cdot 6 \times 10^{30} \text{ kg} \cdot 1+0,8}{(5,268 \cdot 1,5 \times 10^{11} \text{ m}) \cdot 1-0,8}} \\ &= 67,53 \frac{\text{km}}{\text{s}} \end{aligned}$$

La vitesse de l'étoile la plus massive est donc

$$\begin{aligned}
 v_{p1} &= \frac{m_2}{M_{tot}} v_p \\
 &= \frac{1M_{\text{masse solaire}}}{3M_{\text{masse solaire}}} 67,53 \frac{\text{km}}{\text{s}} \\
 &= 22,51 \frac{\text{km}}{\text{s}}
 \end{aligned}$$

et la vitesse de l'étoile la moins massive est

$$\begin{aligned}
 v_{p2} &= \frac{m_1}{M_{tot}} v_p \\
 &= \frac{2M_{\text{masse solaire}}}{3M_{\text{masse solaire}}} 67,53 \frac{\text{km}}{\text{s}} \\
 &= 45,02 \frac{\text{km}}{\text{s}}
 \end{aligned}$$

b) Quelle est la période de ces étoiles ?

La période est

$$\begin{aligned}
 T &= 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{GM_c}} \\
 &= 2\pi \sqrt{\frac{(5,268 \cdot 1,5 \times 10^{11} \text{ m})^3}{6,674 \times 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2} \cdot 6 \times 10^{30} \text{ kg}}} \\
 &= 2,206 \times 10^8 \text{ s} \\
 &= 6,99 \text{ ans}
 \end{aligned}$$

c) Quelle est l'énergie mécanique de ce système ?

La masse réduite est

$$\begin{aligned}
 \mu &= \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \\
 &= \frac{1M_{\text{solaire}} \cdot 2M_{\text{solaire}}}{1M_{\text{solaire}} + 2M_{\text{solaire}}} \\
 &= 0,667M_{\text{solaire}}
 \end{aligned}$$

L'énergie mécanique est donc

$$\begin{aligned}
 E &= -\frac{GM_c\mu}{2a} \\
 &= -\frac{6,674 \times 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2} \cdot 6 \times 10^{30} \text{ kg} \cdot (0,667 \cdot 2 \times 10^{30} \text{ kg})}{2 \cdot (5,268 \cdot 1,5 \times 10^{11} \text{ m})} \\
 &= -3,378 \times 10^{38} \text{ J}
 \end{aligned}$$

RÉSUMÉ DES ÉQUATIONS

L'unité astronomique (UA)

$$1UA = 1,495\,978\,707 \times 10^{11} \text{ m}$$

$$1UA \approx 1,496 \times 10^{11} \text{ m}$$

Le parsec (pc)

$$1pc = 3,262 \text{ al} = 3,086 \times 10^{16} \text{ m}$$

Distance des étoiles (en al ou en pc) à partir de la parallaxe (en seconde)

$$D_{(\text{al})} = \frac{3,262 \text{ al}}{\theta_{(\text{sec})}}$$

$$D_{(\text{pc})} = \frac{1 \text{ pc}}{\theta_{(\text{sec})}}$$

Intensité de la lumière d'une étoile (I)

$$I = \frac{L}{4\pi D^2}$$

Autre unité de luminosité : la luminosité solaire (L_{\odot})

$$1L_{\odot} = 3,828 \times 10^{26} \text{ W}$$

Magnitude absolue à partir de la luminosité de l'étoile

$$M = 2,5 \log \left(\frac{78,8 L_{\odot}}{L} \right)$$

$$M = 2,5 \log \left(\frac{3,015 \times 10^{28} \text{ W}}{L} \right)$$

Magnitude absolue à partir de la distance et de la magnitude

$$M = m + 5 \log \left(\frac{32,62al}{D} \right)$$

Relation entre la magnitude visuelle absolue moyenne et la période des céphéides

$$M = -2,43 \log(P) - 1,61$$

où P est en jours**Relation entre la luminosité moyenne et la période des céphéides**

$$L = 347L_{\odot}P^{0,972}$$

où P est en jours**3^e loi de Kepler**

$$M_c = \frac{4\pi^2 r^3}{G T^2}$$

Autre unité de masse : la masse solaire (M_{\odot})

$$1M_{\odot} = 1,9885 \times 10^{30} \text{ kg}$$

Masse totale d'un système d'étoile double

$$M_{tot} = \frac{4\pi^2 r^3}{GT^2}$$

Relation entre les masses dans un système d'étoile double

$$M_A r_A = M_B r_B$$

Excentricités dans un système d'étoile double avec orbite elliptique

$$e_1 = e_2$$

Relation entre les masses dans un système d'étoile double avec orbite elliptique

$$M_1 a_1 = M_2 a_2$$

Étoiles doubles avec des orbites elliptiques

Les formules restent identiques à celles développées auparavant, à condition de suivre les règles suivantes :

- Les distances entre les astres et le centre de masse sont toujours données par les mêmes formules pour r_p et r_a .
- Pour calculer la vitesse, on utilise les mêmes formules, sauf que la M_c est maintenant la somme des masses des deux astres et a est la somme des a de chaque étoile. La formule nous donne alors une vitesse. La vitesse de chaque étoile se calcule alors avec le rapport des masses (si on prend la vitesse à la périapside comme exemple.)

$$v_{p1} = \frac{m_2}{M_{tot}} v_p \quad v_{a1} = \frac{m_2}{M_{tot}} v_a$$

$$v_{p2} = \frac{m_1}{M_{tot}} v_p \quad v_{a2} = \frac{m_1}{M_{tot}} v_a$$

- Pour calculer la période, qui est la même pour les deux astres, on utilise la même formule, saufs que la M_c est la somme des masses des deux astres et a est la somme des a de chaque étoile.
- Pour calculer l'énergie du système, on utilise la même formule, saufs que la M_c est la somme des masses des deux astres et a est la somme des a de chaque étoile. Quant à m , il doit être remplacé par une autre masse appelée *la masse réduite*, qui est

$$\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$$

EXERCICES

3.1 La distance des étoiles

1. Un signal radar envoyé sur la Lune revient 2,56 s plus tard. Quelle est la distance entre la Terre et la Lune ?
2. Jupiter est à une distance de 778 000 000 km du Soleil. Donnez cette distance en unité astronomique.

3. Quelle est la distance de l'étoile Mizar (dans la Grande Ourse) si sa parallaxe est de $0,0394''$?
4. L'étoile Bellatrix (dans Orion) est à une distance de 240 al de la Terre. Quelle est sa parallaxe ?
5. Combien y aurait-il d'années-lumière par parsec si on vivait sur Mars, dont l'orbite autour du Soleil a un rayon de 228 millions de km ?

Rappel : Le parsec est la distance d'une étoile qui a une parallaxe de $1''$ et l'année-lumière est la distance faite par la lumière en 1 an. Comme on serait sur Mars, l'année aurait une durée de 686,971 jours terrestres, ce qui change la longueur de l'année-lumière.

3.2 La luminosité des étoiles

6. L'étoile Altaïr est située à une distance de 16,7 al. Quelle est la luminosité de l'étoile (en luminosité solaire) si l'intensité de la lumière reçue est de $1,29 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2$?
7. L'étoile Rigel est située à une distance de 863 al. Quelle est la luminosité de l'étoile si cette étoile a une magnitude bolométrique de $-0,90$?
8. L'étoile Arcturus est située à une parallaxe de $0,089''$. Quelle est la luminosité de l'étoile si cette étoile a une magnitude de $-0,58$?
9. Quelle est la magnitude absolue de l'étoile Procyon si elle a une luminosité de $6,93 L_{\odot}$?
10. Quelle est la luminosité de l'étoile Aldébaran si elle a une magnitude absolue de $-2,04$?
11. Quelle est la magnitude d'une étoile située à 100 pc de la Terre et ayant une magnitude absolue de $4,7$?

12. L'étoile Achernar a une magnitude bolométrique de $-0,851$ et est située à une distance de 139 années-lumière.
- Quelle est la magnitude absolue ?
 - Quelle est sa luminosité ?
13. Une supernova est une explosion d'étoile libérant beaucoup d'énergie. La luminosité maximale de ces explosions peut atteindre $10^{11} L_{\odot}$. Jusqu'à quelle distance peut-on voir ces explosions d'étoiles à l'œil nu ? (Rappelez-vous qu'à l'œil nu, on ne voit pas les étoiles dont la magnitude est supérieure à 6)
14. Une céphéide a une période de 48 jours.
- Quelle est sa luminosité ?
 - Quelle est sa magnitude absolue ?
15. Une céphéide ayant une période de 8 jours et une magnitude moyenne de 2,7. Quelle est sa distance ?

3.3 La masse des étoiles

16. Une planète tourne autour une étoile avec une période de 200 jours. Quelle est la masse de l'étoile si le rayon de l'orbite de la planète est de 1,8 UA ?
17. Deux étoiles distantes de 15 UA tournent autour du centre de masse du système avec une période de 32 ans. Quelle est la masse totale du système d'étoile ?
18. Les deux étoiles d'un système double situé à 5 pc de la Terre sont séparées d'un angle de $12''$. Quelle est la distance entre les étoiles ?
19. Alpha de Centaure est une étoile double dont la période de rotation est de 79,9 ans. La séparation angulaire entre les étoiles est de $17,6''$. La séparation angulaire entre l'étoile A et le centre de masse est de $7,9''$ et la séparation angulaire entre l'étoile B et le centre de masse est de $9,7''$. Quelle est la masse de chaque étoile si ce système est à 4,36 al de la Terre ?

20. Le système Sirius A et B est composé de deux étoiles qui tournent autour de leur centre de masse avec une période de 50,09 ans. Les orbites sont elliptiques avec une excentricité de 0,5923. Les demi-grands axes des étoiles sont 13,268 UA et 6,433 UA. Sirius A est la plus massive et Sirius B est la moins massive.

- Quelle est la plus petite distance entre les étoiles ?
- Quelle est la plus grande distance entre les étoiles ?
- Quelle est la masse de chaque étoile ?
- Quelle est la vitesse à l'apoapside de chaque étoile ?
- Quelle est l'énergie mécanique de ce système ?

RÉPONSES

3.1 La distance des étoiles

- 384 000 km
- 5,2 UA
- 25,4 pc = 82,8 al
- 0,0136''
- 2,641 al

3.2 La luminosité des étoiles

- 10,6 L_{\odot}
- 126 000 L_{\odot}
- 170 L_{\odot}
- 2,64
- 516 L_{\odot}
- 9.7
- a) -4,0 b) 3130 L_{\odot}
- 18,4 millions d'années-lumière
- a) 14 950 L_{\odot} b) -5,70
- 652 al

3.3 La masse des étoiles

- 19,45 M_{\odot}
- 3,30 M_{\odot}
- 60 UA
- 1,12 M_{\odot} et 0,92 M_{\odot}
- a) 8,032 UA b) 31, 370 UA c) 0,995 M_{\odot} et 2,053 M_{\odot}
d) 1935 m/s et 3993 m/s e) $-9,148 \times 10^{37}$ J