Solutionnaire du chapitre 2

1. La distance est

$$v = \frac{2d}{t}$$

$$3\times 10^8 \tfrac{m}{s} = \frac{2d}{2,56s}$$

$$d = 3,84\times 10^8 m$$

2. La distance est

$$7,78\times 10^{11} m \cdot \frac{1UA}{1,496\times 10^{11} m} = 5,2UA$$

3. La distance est

$$D_{(a.l.)} = \frac{3,262al}{\theta_{(\text{sec})}} = \frac{3,262al}{0,0394} = 82,8al$$

$$D_{(pc)} = \frac{1pc}{\theta_{(\text{sec})}} = \frac{1pc}{0,0394} = 25,4pc$$

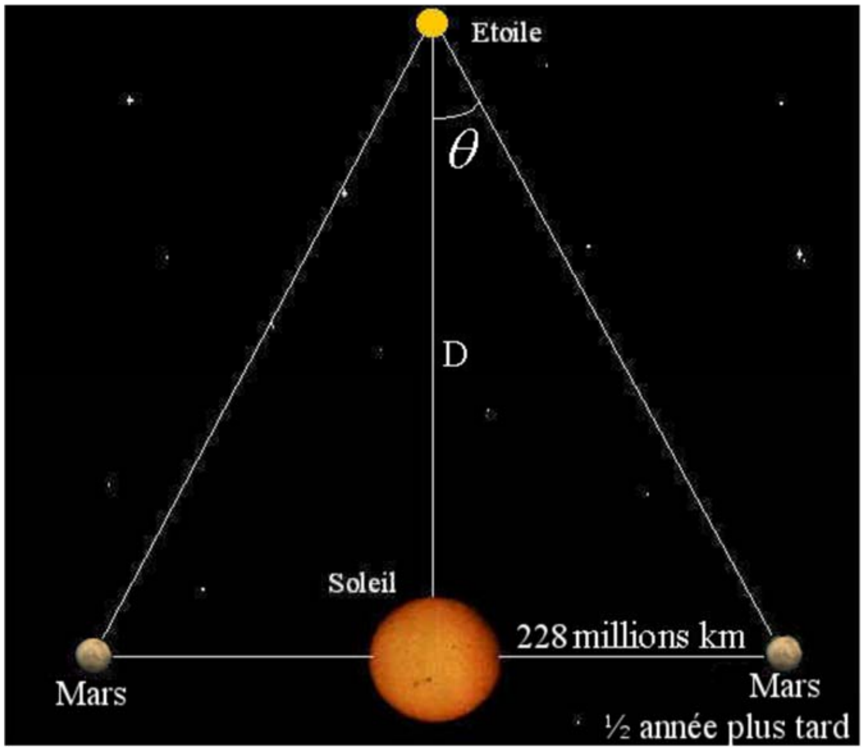
4. La parallaxe est

$$D_{(a.l.)} = \frac{3,262al}{\theta_{(\text{sec})}}$$

$$240al = \frac{3,262al}{\theta_{(\text{sec})}}$$

$$\theta_{(\text{sec})} = 0,0136''$$

5. La triangulation se ferait alors avec l'orbite de Mars. On aurait alors la situation suivante



www.astrosurf.com/voyager3/astro/unites.htm

On aurait alors

$$\tan\theta = \frac{2,28\times 10^{11} m}{D}$$

En général, l'angle est très petit (le plus grand dépasse à peine 0,0002°). On peut donc utiliser l'approximation des petits angles

$$\tan\theta \approx \theta$$

où l'angle est en radian. On a donc

$$\theta_{(rad)} = \frac{2,28\times 10^{11} m}{D}$$

$$D = \frac{2,28\times 10^{11} m}{\theta_{(rad)}}$$

Généralement, on mesure l'angle en seconde d'arc, qui vaut 1/3600 degré (chaque degré est divisé en 60 minutes d'arc et chaque minute d'arc est divisé en 60 secondes d'arc). Aussi, on veut obtenir une réponse en année-lumière. On va donc transformer cette équation pour qu'on puisse utiliser les angles en secondes pour obtenir une distance en année-lumière.

Le lien entre l'angle en seconde et l'angle en radian est

$$\theta_{(rad)} = \theta_{(\sec)} \times \frac{1}{3600} \tfrac{\deg}{\sec} \times \frac{\pi}{180} \tfrac{rad}{\deg}$$

On divise l'angle en seconde par 3600 pour obtenir les degrés, puis on transforme les degrés en radian avec la fraction de droite dans l'équation.

On a donc

$$\begin{aligned} D &= \frac{2,28 \times 10^{11} m}{\theta_{(rad)}} \\ &= \frac{2,28 \times 10^{11} m}{\theta_{(\sec)} \times \frac{1}{3600} \frac{\deg}{\sec} \times \frac{\pi}{180} \frac{rad}{\deg}} \\ &= \frac{1}{\theta_{(\sec)}} \times \frac{2,28 \times 10^{11} m}{\frac{1}{3600} \frac{\deg}{\sec} \times \frac{\pi}{180} \frac{rad}{\deg}} \end{aligned}$$

En calculant la valeur du terme de droite, on obtient

$$D = \frac{4,7028 \times 10^{16} m}{\theta_{(\sec)}}$$

Le parsec aurait donc une longueur de 4,7028 x 10^{16} m.

La distance faite par la lumière pendant une année sur Mars est

$$\begin{aligned} D &= ct \\ &= 3 \times 10^{8} \tfrac{m}{s} \cdot \left(686,971 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 s\right) \\ &= 1,7806 \times 10^{16} m \end{aligned}$$

Le nombre de parsecs par année-lumière est

$$\frac{4,7028 \times 10^{16} m}{1,7806 \times 10^{16} m} = 2,641$$

On aurait donc

1 pc = 2,641 al

au lieu de 1 pc = 3,262 al

6. On trouve la luminosité avec la formule suivante

$$I = \frac{L}{4\pi D^2}$$

$$1,29\times 10^{-8}\ \tfrac{W}{m^2} = \frac{L}{4\pi\left(16,7\times 9,46\times 10^{15}\,m\right)^2}$$

$$L = 4,046\times 10^{27}W$$

En luminosité solaire, cette luminosité est

$$4,046\times 10^{27}W\cdot\frac{1L_\odot}{3,828\times 10^{26}W} = 10,6L_\odot$$

7. On trouve premièrement que l'intensité lumineuse est de

$$\begin{aligned} I &= 2,52\times 10^{-8}\ \tfrac{W}{m^2}\,10^{-0,4m} \\ &= 2,52\times 10^{-8}\ \tfrac{W}{m^2}\,10^{-0,4\cdot -0,90} \\ &= 5,77\times 10^{-8}\ \tfrac{W}{m^2} \end{aligned}$$

On trouve la luminosité avec la formule suivante

$$I = \frac{L}{4\pi D^2}$$

$$5,77\times 10^{-8}\ \tfrac{W}{m^2} = \frac{L}{4\pi\left(863\times 9,46\times 10^{15}\,m\right)^2}$$

$$L = 4,835\times 10^{31}W$$

En luminosité solaire, cette luminosité est

$$4,835\times 10^{31}W\cdot\frac{1L_\odot}{3,828\times 10^{26}W} = 126\ 311L_\odot$$

8. On trouve premièrement que l'intensité lumineuse est de

$$\begin{aligned} I &= 2,52\times10^{-8}\,\tfrac{W}{m^2}\,10^{-0,4m} \\ &= 2,52\times10^{-8}\,\tfrac{W}{m^2}\,10^{-0,4\cdot -0,58} \\ &= 4,20\times10^{-8}\,\tfrac{W}{m^2} \end{aligned}$$

On trouve ensuite la distance de l'étoile

$$\begin{aligned} D_{(a.l.)} &= \frac{3,262al}{\theta_{(\sec)}} \\ &= \frac{3,262al}{0,089} \\ &= 36,65al \end{aligned}$$

On trouve ensuite la luminosité avec la formule suivante

$$\begin{aligned} I &= \frac{L}{4\pi D^2} \\ 4,20\times10^{-8}\,\tfrac{W}{m^2} &= \frac{L}{4\pi\left(36,65\times9,46\times10^{15}m\right)^2} \\ L &= 6,495\times10^{28}W \end{aligned}$$

En luminosité solaire, cette luminosité est

$$6,495\times10^{28}W\cdot\frac{1L_\odot}{3,828\times10^{26}W}=170L_\odot$$

9. L'intensité minimale est

$$\begin{aligned} I &= 2,52\times10^{-8}\,\tfrac{W}{m^2}\,10^{-0,4m} \\ &= 2,52\times10^{-8}\,\tfrac{W}{m^2}\,10^{-0,4\cdot6} \\ &= 1,00\times10^{-10}\,\tfrac{W}{m^2} \end{aligned}$$

On a donc

$$I = \frac{L}{4\pi D^2}$$
$$1,00\times10^{-10}\,\tfrac{W}{m^2} = \frac{10^{11}\times3,828\times10^{26}W}{4\pi d^2}$$
$$d = 1,742\times10^{23}m$$

En année-lumière, cette distance est 18,42 millions d'années-lumière

10. La magnitude absolue est

$$\begin{aligned} M &= 2,5\log\left(\frac{78,8L_\odot}{L}\right) \\ &= 2,5\log\left(\frac{78,8L_\odot}{6,93L_\odot}\right) \\ &= 2,64 \end{aligned}$$

11. On a

$$M = 2,5\log\left(\frac{78,8L_\odot}{L}\right)$$
$$-2,04 = 2,5\log\left(\frac{78,8L_\odot}{L}\right)$$
$$L = 516L_\odot$$

12. On a

$$M = m + 5\log\left(\frac{32,62al}{D}\right)$$
$$4,7 = m + 5\log\left(\frac{32,62al}{326,2al}\right)$$
$$m = 9,7$$

13. a) On a

$$\begin{aligned} M &= m + 5\log\left(\frac{32,62al}{D}\right) \\ &= -0,851 + 5\log\left(\frac{32,62al}{139al}\right) \\ &= -4,0 \end{aligned}$$

b) On a

$$\begin{aligned} M &= 2,5\log\left(\frac{78,8L_\odot}{L}\right) \\ -4,0 &= 2,5\log\left(\frac{78,8L_\odot}{L}\right) \\ L &= 3133L_\odot \end{aligned}$$

14. On a

$$\begin{aligned} M_v &= -2,54\log(P) - 1,67 \\ &= -2,54\log(48) - 1,67 \\ &= -5,94 \end{aligned}$$

15. La magnitude absolue est

$$\begin{aligned} M_v &= -2,54\log(P) - 1,67 \\ &= -2,54\log(8) - 1,67 \\ &= -3,96 \end{aligned}$$

Avec la magnitude, on trouve ensuite la distance

$$\begin{aligned} M &= m + 5\log\left(\frac{32,62al}{D}\right) \\ -3,96 &= 2,72 + 5\log\left(\frac{32,62al}{D}\right) \\ D &= 707al \end{aligned}$$