

Solutionnaire du chapitre 16

1. La luminosité d'une étoile de type B0 est donnée par

$$M = 2,5 \log \left(\frac{78,8 L_{\odot}}{L} \right)$$

$$-7 = 2,5 \log \left(\frac{78,8 L_{\odot}}{L} \right)$$

$$L = 49720 L_{\odot}$$

Comme il y a 0,1 % de 100 milliards d'étoiles qui sont de ce type, la luminosité totale est

$$\begin{aligned} L &= 49720 L_{\odot} \cdot 0,001 \cdot 10\,000\,000\,000 \\ &= 4,972 \times 10^{11} L_{\odot} \end{aligned}$$

La luminosité d'une étoile de type K0 est donnée par

$$M = 2,5 \log \left(\frac{78,8 L_{\odot}}{L} \right)$$

$$5,7 = 2,5 \log \left(\frac{78,8 L_{\odot}}{L} \right)$$

$$L = 0,414 L_{\odot}$$

Comme il y a 99,9 % de 100 milliards d'étoiles qui sont de ce type, la luminosité totale est

$$\begin{aligned} L &= 0,414 L_{\odot} \cdot 0,999 \cdot 10\,000\,000\,000 \\ &= 4,131 \times 10^9 L_{\odot} \end{aligned}$$

La luminosité des rares étoiles de type B0 est donc près de 100 fois plus grande que celles des étoiles de type K0!

2. La magnitude absolue est

$$\begin{aligned}
 M &= -2,43 \log(P) - 1,61 \\
 &= -2,43 \log(6,7) - 1,61 \\
 &= -3,62
 \end{aligned}$$

Avec la magnitude, on trouve ensuite la distance

$$\begin{aligned}
 M &= m + 5 \log\left(\frac{32,62 \text{ al}}{D}\right) \\
 -3,62 &= 27,7 + 5 \log\left(\frac{32,62 \text{ al}}{D}\right) \\
 D &= 59,84 \text{ Mal}
 \end{aligned}$$

3. Les supernovæ de type I ont une magnitude absolue de -19,6. Avec la magnitude, on trouve ensuite la distance

$$\begin{aligned}
 M &= m + 5 \log\left(\frac{32,62 \text{ al}}{D}\right) \\
 -19,6 &= 18,5 + 5 \log\left(\frac{32,62 \text{ al}}{D}\right) \\
 D &= 1,36 \text{ Gal}
 \end{aligned}$$

4. Selon la relation de Tully-Fisher, la luminosité de la galaxie est

$$\begin{aligned}
 L &= 3,2 \frac{L_{\odot}^3}{\text{km}^4} \cdot v^4 \\
 &= 3,2 \frac{L_{\odot}^3}{\text{km}^4} \cdot \left(150 \frac{\text{km}}{\text{s}}\right)^4 \\
 &= 1,62 \times 10^9 L_{\odot}
 \end{aligned}$$

Cette luminosité correspond à la magnitude absolue suivante.

$$\begin{aligned}
 M &= 2,5 \log\left(\frac{78,8 L_{\odot}}{L}\right) \\
 &= 2,5 \log\left(\frac{78,8 L_{\odot}}{1,62 \times 10^9 L_{\odot}}\right) \\
 &= -18,28
 \end{aligned}$$

La distance est donc

$$M = m + 5 \log \left(\frac{32,62 \text{ al}}{D} \right)$$

$$-18,3 = 9,4 + 5 \log \left(\frac{32,62 \text{ al}}{D} \right)$$

$$D = 11,2 \text{ Mal}$$

5. a) La masse est

$$M_{\text{int}} = \frac{v^2 r}{G}$$

$$= \frac{(250\,000 \frac{\text{m}}{\text{s}})^2 \times (130\,000 \times 9,46 \times 10^{15} \text{ m})}{6,674 \times 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2}}$$

$$= 1,152 \times 10^{42} \text{ kg}$$

$$= 5,79 \times 10^{11} M_{\odot}$$

b) On trouve la luminosité avec la relation de Tully-Fisher

$$L = 3,2 \frac{L_{\odot} s^4}{\text{km}^4} \cdot v^4$$

$$= 3,2 \frac{L_{\odot} s^4}{\text{km}^4} \cdot (250 \frac{\text{km}}{\text{s}})^4$$

$$= 1,25 \times 10^{10} L_{\odot}$$

c) Le rapport M/L est

$$\frac{M}{L} = \frac{5,79 \times 10^{11} M_{\odot}}{1,25 \times 10^{10} L_{\odot}}$$

$$= 46,3 \frac{M_{\odot}}{L_{\odot}}$$

d) Le rapport M/L des étoiles est aux alentours de $4 M_{\odot}/L_{\odot}$. Cela signifie que la masse des étoiles est

$$4 \frac{M_{\odot}}{L_{\odot}} = \frac{M_{\text{étoiles}}}{L}$$

$$4 \frac{M_{\odot}}{L_{\odot}} = \frac{M_{\text{étoiles}}}{1,25 \times 10^{10} L_{\odot}}$$

$$M_{\text{étoiles}} = 5 \times 10^{10} M_{\odot}$$

La masse de la matière sombre est donc

$$M_{\text{sombre}} = M - M_{\text{étoile}}$$

$$= 5,79 \times 10^{11} M_{\odot} - 5 \times 10^{10} M_{\odot}$$

$$= 5,29 \times 10^{11} M_{\odot}$$

Le rapport des masses est donc

$$\frac{M_{\text{sombre}}}{M_{\text{étoiles}}} = \frac{5,29 \times 10^{11} M_{\odot}}{5 \times 10^{10} M_{\odot}}$$

$$= 10,6$$

6. On a

$$D < c \Delta t_{\text{observé}}$$

$$D < 3 \times 10^8 \frac{m}{s} \cdot 3600 s$$

$$D < 1,08 \times 10^{12} m$$

$$D < 7,22 UA$$

La taille maximale est donc de 7,22 UA.

7. La masse est

$$M_{\text{int}} = \frac{v^2 r}{G}$$

$$= \frac{(650\,000 \frac{m}{s})^2 \times (10\,000\,000 \times 9,46 \times 10^{15} m)}{6,674 \times 10^{-11} \frac{Nm^2}{kg^2}}$$

$$= 5,989 \times 10^{44} kg$$

$$= 3,01 \times 10^{14} M_{\odot}$$