Solutionnaire du chapitre 16

1. La luminosité d'une étoile de type B0 est donnée par

$$M = 2,5\log\left(\frac{78,8L_\odot}{L}\right)$$
$$-7 = 2,5\log\left(\frac{78,8L_\odot}{L}\right)$$
$$L = 49720L_\odot$$

Comme il y a 0,1 % de 100 milliards d'étoiles qui sont de ce type, la luminosité totale est

$$\begin{aligned} L &= 49720L_\odot \cdot 0,001 \cdot 10\,000\,000\,000 \\ &= 4,972\times 10^{11} L_\odot \end{aligned}$$

La luminosité d'une étoile de type k0 est donnée par

$$M = 2,5\log\left(\frac{78,8L_\odot}{L}\right)$$
$$5,7 = 2,5\log\left(\frac{78,8L_\odot}{L}\right)$$
$$L = 0,414L_\odot$$

Comme il y a 99,9 % de 100 milliards d'étoiles qui sont de ce type, la luminosité totale est

$$\begin{aligned} L &= 0,414L_\odot \cdot 0,999 \cdot 10\,000\,000\,000 \\ &= 4,131\times 10^{9} L_\odot \end{aligned}$$

La luminosité des rares étoiles de type B0 est donc près de 100 fois plus grande que celles des étoiles de type K0!

2. La magnitude absolue est

$$\begin{aligned} M &= -2,43\log\left(P\right)-1,61 \\ &= -2,43\log\left(6,7\right)-1,61 \\ &= -3,62 \end{aligned}$$

Avec la magnitude, on trouve ensuite la distance

$$\begin{aligned} M &= m+5\log\left(\frac{32,62al}{D}\right) \\ -3,62 &= 27,7+5\log\left(\frac{32,62al}{D}\right) \\ D &= 59,84Mal \end{aligned}$$

3. Les supernovæ de type I ont une magnitude absolue de -19,6. Avec la magnitude, on trouve ensuite la distance

$$\begin{aligned} M &= m+5\log\left(\frac{32,62al}{D}\right) \\ -19,6 &= 18,5+5\log\left(\frac{32,62al}{D}\right) \\ D &= 1,36Gal \end{aligned}$$

4. Selon la relation de Tully-Fisher, la luminosité de la galaxie est

$$\begin{aligned} L &= 3,2\tfrac{L_\odot s^4}{km^4}\cdot v^4 \\ &= 3,2\tfrac{L_\odot s^4}{km^4}\cdot\left(150\tfrac{km}{s}\right)^4 \\ &= 1,62\times 10^9 L_\odot \end{aligned}$$

Cette luminosité correspond à la magnitude absolue suivante.

$$\begin{aligned} M &= 2,5\log\left(\frac{78,8L_\odot}{L}\right) \\ &= 2,5\log\left(\frac{78,8L_\odot}{1,62\times 10^9 L_\odot}\right) \\ &= -18,28 \end{aligned}$$

La distance est donc

$$M = m + 5\log\left(\frac{32,62al}{D}\right)$$
$$-18,3 = 9,4 + 5\log\left(\frac{32,62al}{D}\right)$$
$$D = 11,2Mal$$

5. a) La masse est

$$M_{\text{int}} = \frac{v^2 r}{G}$$
$$= \frac{\left(250\,000\,\tfrac{m}{s}\right)^2 \times \left(130\,000 \times 9,46 \times 10^{15}\, m\right)}{6,674 \times 10^{-11}\,\tfrac{Nm^2}{kg^2}}$$
$$= 1,152 \times 10^{42}\, kg$$
$$= 5,79 \times 10^{11}\, M_\odot$$

b) On trouve la luminosité avec la relation de Tully-Fisher

$$L = 3,2\,\tfrac{L_\odot s^4}{km^4} \cdot v^4$$
$$= 3,2\,\tfrac{L_\odot s^4}{km^4} \cdot \left(250\,\tfrac{km}{s}\right)^4$$
$$= 1,25 \times 10^{10}\, L_\odot$$

c) Le rapport M/L est

$$\frac{M}{L} = \frac{5,79 \times 10^{11}\, M_\odot}{1,25 \times 10^{10}\, L_\odot}$$
$$= 46,3\,\tfrac{M_\odot}{L_\odot}$$

d) Le rapport M/L des étoiles est aux alentours de 4 M⊙/L⊙. Cela signifie que la masse des étoiles est

$$4\,\tfrac{M_\odot}{L_\odot} = \frac{M_{étoiles}}{L}$$
$$4\,\tfrac{M_\odot}{L_\odot} = \frac{M_{étoiles}}{1,25\times10^{10}L_\odot}$$
$$M_{étoiles} = 5\times10^{10}M_\odot$$

La masse de la matière sombre est donc

$$\begin{aligned} M_{sombre} &= M - M_{étoile} \\ &= 5,79\times10^{11}M_\odot - 5\times10^{10}M_\odot \\ &= 5,29\times10^{11}M_\odot \end{aligned}$$

Le rapport des masses est donc

$$\begin{aligned} \frac{M_{sombre}}{M_{étoiles}} &= \frac{5,29\times10^{11}M_\odot}{5\times10^{10}M_\odot} \\ &= 10,6 \end{aligned}$$

6. On a

$$D < c\Delta t_{observé}$$
$$D < 3\times10^{8}\,\tfrac{m}{s}\cdot 3600s$$
$$D < 1,08\times10^{12}m$$
$$D < 7,22UA$$

La taille maximale est donc de 7,22 UA.

7. La masse est

$$\begin{aligned} M_{\text{int}} &= \frac{v^2 r}{G} \\ &= \frac{\left(650\,000\,\tfrac{m}{s}\right)^2\times\left(10\,000\,000\times9,46\times10^{15}m\right)}{6,674\times10^{-11}\,\tfrac{Nm^2}{kg^2}} \\ &= 5,989\times10^{44}kg \\ &= 3,01\times10^{14}M_\odot \end{aligned}$$