Solutionnaire du chapitre 15

1. Voir les réponses à la fin du chapitre.

2. La luminosité d'une étoile de type B0 est donnée par

$$\begin{aligned} M &= 2,5\log\left(\frac{78,8L_\odot}{L}\right) \\ -7 &= 2,5\log\left(\frac{78,8L_\odot}{L}\right) \\ L &= 49720L_\odot \end{aligned}$$

Comme il y a 0,1 % de 100 milliards d'étoiles qui sont de ce type, la luminosité totale est

$$\begin{aligned} L &= 49720L_\odot \cdot 0,001 \cdot 10\,000\,000\,000 \\ &= 4,972\times10^{11}L_\odot \end{aligned}$$

La luminosité d'une étoile de type k0 est donnée par

$$\begin{aligned} M &= 2,5\log\left(\frac{78,8L_\odot}{L}\right) \\ 5,7 &= 2,5\log\left(\frac{78,8L_\odot}{L}\right) \\ L &= 0,414L_\odot \end{aligned}$$

Comme il y a 99,9 % de 100 milliards d'étoiles qui sont de ce type, la luminosité totale est

$$\begin{aligned} L &= 0,414L_\odot \cdot 0,999 \cdot 10\,000\,000\,000 \\ &= 4,131\times10^{9}L_\odot \end{aligned}$$

La luminosité des rares étoiles de type B0 est donc près de 100 fois plus grande que celles des étoiles de type K0!

3. La magnitude absolue est

$$\begin{aligned}\overline{M_V} &= -2,43\log\left(\frac{P}{10j}\right) - 4,05 \\ &= -2,43\log\left(\frac{6,7j}{10j}\right) - 4,05 \\ &= -3,63\end{aligned}$$

Avec la magnitude, on trouve ensuite la distance

$$\begin{aligned}M &= m + 5\log\left(\frac{32,62al}{D}\right) \\ -3,63 &= 27,71 + 5\log\left(\frac{32,62al}{D}\right) \\ D &= 60,39Mal\end{aligned}$$

4. Les supernovæ de type I ont une magnitude absolue de -19,6. Avec la magnitude, on trouve ensuite la distance

$$\begin{aligned}M &= m + 5\log\left(\frac{32,62al}{D}\right) \\ -19,6 &= 18,5 + 5\log\left(\frac{32,62al}{D}\right) \\ D &= 1,36Gal\end{aligned}$$

5. Selon la relation de Tully-Fisher, la luminosité de la galaxie est

$$\begin{aligned}L &= 3,2\tfrac{L_\odot s^4}{km^4} \cdot v^4 \\ &= 3,2\tfrac{L_\odot s^4}{km^4} \cdot \left(150\tfrac{km}{s}\right)^4 \\ &= 1,62 \times 10^9 L_\odot\end{aligned}$$

Cette luminosité correspond à la magnitude absolue suivante.

$$\begin{aligned} M &= 2,5\log\left(\frac{78,7L_\odot}{L}\right) \\ &= 2,5\log\left(\frac{78,7L_\odot}{1,62\times10^9 L_\odot}\right) \\ &= -18,28 \end{aligned}$$

La distance est donc

$$\begin{aligned} M &= m+5\log\left(\frac{32,62al}{D}\right) \\ -18,3 &= 9,4+5\log\left(\frac{32,62al}{D}\right) \\ D &= 11,2Mal \end{aligned}$$

6. a) La masse est

$$\begin{aligned} M_{\text{int}} &= \frac{v^2 r}{G} \\ &= \frac{\left(250\,000\,\frac{m}{s}\right)^2 \times \left(130\,000\times9,46\times10^{15}m\right)}{6,674\times10^{-11}\,\frac{Nm^2}{kg^2}} \\ &= 1,152\times10^{42}kg \\ &= 5,79\times10^{11}M_\odot \end{aligned}$$

b) On trouve la luminosité avec la relation de Tully-Fisher

$$\begin{aligned} L &= 3,2\,\tfrac{L_\odot s^4}{km^4}\cdot v^4 \\ &= 3,2\,\tfrac{L_\odot s^4}{km^4}\cdot\left(250\,\tfrac{km}{s}\right)^4 \\ &= 1,25\times10^{10}L_\odot \end{aligned}$$

c) Le rapport M/L est

$$\begin{aligned} \frac{M}{L} &= \frac{5,79\times10^{11}M_\odot}{1,25\times10^{10}L_\odot} \\ &= 46,3\,\tfrac{M_\odot}{L_\odot} \end{aligned}$$

d) Le rapport M/L des étoiles est aux alentours de 4 M⊙/L⊙. Cela signifie que la masse des étoiles est

$$4\tfrac{M_\odot}{L_\odot} = \frac{M_{étoiles}}{L}$$
$$4\tfrac{M_\odot}{L_\odot} = \frac{M_{étoiles}}{1,25\times10^{10} L_\odot}$$
$$M_{étoiles} = 5\times10^{10} M_\odot$$

La masse de la matière sombre est donc

$$\begin{aligned} M_{sombre} &= M - M_{étoile} \\ &= 5,79\times10^{11} M_\odot - 5\times10^{10} M_\odot \\ &= 5,29\times10^{11} M_\odot \end{aligned}$$

Le rapport des masses est donc

$$\begin{aligned} \frac{M_{sombre}}{M_{étoiles}} &= \frac{5,29\times10^{11} M_\odot}{5\times10^{10} M_\odot} \\ &= 10,6 \end{aligned}$$

7. On a

$$D < c\Delta t_{observé}$$
$$D < 3\times10^{8} \tfrac{m}{s} \cdot 3600s$$
$$D < 1,08\times10^{12} m$$
$$D < 7,22UA$$

La taille maximale est donc de 7,22 UA.

8. L'étoile survit si le rayon de Schwarzschild est plus grand que la limite de Roche. On a donc

$$R_s > r$$

$$2{,}953km\left(\frac{M_{TN}}{1M_\odot}\right) > 2{,}4\cdot\sqrt[3]{\frac{M_{TN}}{1M_\odot}}\cdot 1R_\odot$$

$$2{,}953km\left(\frac{M_{TN}}{1M_\odot}\right) > 2{,}4\cdot\sqrt[3]{\frac{M_{TN}}{1M_\odot}}6{,}957\times 10^5 km$$

$$\left(\frac{M_{TN}}{1M_\odot}\right) > \sqrt[3]{\frac{M_{TN}}{1M_\odot}}\cdot 5{,}65\times 10^5$$

$$\left(\frac{M_{TN}}{1M_\odot}\right)^{\frac{2}{3}} > 5{,}65\times 10^5$$

$$M_{TN} > 4{,}25\times 10^8 M_\odot$$

L’étoile survit jusqu’à l’horizon si la masse du trou noir est supérieur à 425 millions de masses solaires.

9. a) Le rythme est

$$\begin{aligned}\dot{m} &= \frac{M}{t} \\ &= \frac{4{,}2\times 10^6 M_\odot}{10^8 an} \\ &= 0{,}042\tfrac{M_\odot}{an}\end{aligned}$$

b) On trouve la luminosité avec

$$\dot{m} = \frac{10L_{TN}}{c^2}$$

Toutefois, il nous le rythme d’accumulation en kg par seconde. Ce rythme est

$$\begin{aligned}\dot{m} &= 0{,}042\tfrac{M_\odot}{an}\cdot\left(\frac{1an}{365{,}25\cdot 24\cdot 60\cdot 60s}\right)\cdot\left(\frac{1{,}9885\times 10^{30}kg}{1M_\odot}\right) \\ &= 2{,}646\times 10^{21}\tfrac{kg}{s}\end{aligned}$$

La luminosité est donc

$$\dot{m} = \frac{10L_{TN}}{c^2}$$

$$2,626\times10^{21}\,\tfrac{kg}{s} = \frac{10L_{TN}}{\left(3\times10^{8}\,\tfrac{m}{s}\right)^2}$$

$$L_{TN} = 2,38\times10^{37}\,W$$

C'est près de la luminosité des galaxies de Seyfert, mais pas tout à fait. Probablement que la Voie lactée ne fut jamais une galaxie très active.

10. La masse est

$$\begin{aligned} M_{\text{int}} &= \frac{v^2 r}{G} \\ &= \frac{\left(650\,000\,\tfrac{m}{s}\right)^2 \times \left(10\,000\,000 \times 9,46\times10^{15}\,m\right)}{6,674\times10^{-11}\,\tfrac{Nm^2}{kg^2}} \\ &= 5,989\times10^{44}\,kg \\ &= 3,01\times10^{14}\,M_\odot \end{aligned}$$