Solutionnaire du chapitre 14

1. On trouve le rayon maximal avec

$$
\begin{aligned}
d &= \sqrt[3]{\frac{M_c}{2M_{pert}}}\, r \\
&= \sqrt[3]{\frac{3,302\times 10^{23}\,kg}{2\cdot 1,9885\times 10^{30}\,kg}}\, 4,6\times 10^{10}\,m \\
&= 2\times 10^{6}\,m \\
&= 200\ 000\ km
\end{aligned}
$$

2. a) La température est

$$
\begin{aligned}
T &= \sqrt[4]{\frac{L_{étoile}\left(1-A\right)}{16\pi\sigma D^2}} \\
&= \sqrt[4]{\frac{3,828\times 10^{26}W\left(1-0,90\right)}{16\pi\cdot 5,67\times 10^{-8}\,\frac{W}{m^2K^4}\left(1,082\times 10^{11}m\right)^2}} \\
&= 184K \\
&= -89°C
\end{aligned}
$$

b) Puisque la température est de 462 °C et qu'elle devrait être de -89,1 °C, l'effet de serre fait augmenter la température de 551 °C

3. Le champ gravitationnel sur Mars est

$$
\begin{aligned}
g &= \frac{GM_{♂}}{R_{♂}^2} \\
&= \frac{6,674\times 10^{-11}\,\frac{Nm^2}{kg^2}\cdot 6,4185\times 10^{23}\,kg}{\left(3,386\times 10^{6}\,m\right)^2} \\
&= 3,736\,\frac{N}{kg}
\end{aligned}
$$

a) On trouve la durée de chute avec

$$\begin{aligned} y &= y_0 + v_{0y}t + \frac{1}{2}at^2 \\ 7000m &= \frac{1}{2}3,736\tfrac{N}{kg}t^2 \\ t &= 61,21s \end{aligned}$$

b) On peut trouver la vitesse avec

$$\begin{aligned} v_y &= v_{0y} + at \\ &= 3,736\tfrac{N}{kg}\cdot 61,21s \\ &= 228,7\tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

4. La puissance totale est

$$\begin{aligned} P &= 5,3\tfrac{W}{m^2}\cdot \text{Aire de Jupiter} \\ &= 5,3\tfrac{W}{m^2}\cdot 4\pi R_{♃}^2 \\ &= 5,3\tfrac{W}{m^2}\cdot 4\pi\left(69\,911\,000m\right)^2 \\ &= 3,26\times 10^{17}W \end{aligned}$$

5. La vitesse de libération est

$$v_{lib} = \sqrt{\frac{2GM}{R}} = \sqrt{\frac{2\times 6,674\times 10^{-11}\,\frac{Nm^2}{kg^2}\times 1,48\times 10^{23}kg}{2,634\times 10^6 m}} = 2739\tfrac{m}{s}$$

La vitesse des molécules est

$$v_{azote} = \sqrt{\frac{3\times 1,38\times 10^{-23}\,\frac{J}{K}\times 110K}{28\times 1,66\times 10^{-27}kg}} = 313\tfrac{m}{s}$$

On a donc

$$\frac{v_{lib}}{v_{molécules}} = \frac{2739\frac{m}{s}}{313\frac{m}{s}} = 8,75$$

Ganymède pourrait donc garder une atmosphère d’azote.

6. La force de marée faite par la Lune sur la Terre est

$$F_{☽} = \frac{2GM_{☽}mR_{\oplus}}{r_{\oplus ☽}^3}$$

Alors que la force de marée faite par Jupiter sur Io est

$$F_{♃} = \frac{2GM_{♃}mR_{io}}{r_{♃\text{-io}}^3}$$

Le rapport est donc

$$\begin{aligned}
\frac{F_{♃}}{F_{☽}} &= \frac{\left(\dfrac{2GM_{♃}mR_{io}}{r_{♃\text{-io}}^3}\right)}{\left(\dfrac{2GM_{☽}mR_{\oplus}}{r_{\oplus ☽}^3}\right)} \\
&= \frac{r_{\oplus ☽}^3 M_{♃} R_{io}}{r_{♃\text{-io}}^3 M_{☽} R_{\oplus}} \\
&= \frac{\left(3,844\times 10^8 m\right)^3 \cdot 1,8986\times 10^{27} kg \cdot 1,822\times 10^6 m}{\left(4,217\times 10^8 m\right)^3 \cdot 7,44\times 10^{22} kg \cdot 6,378\times 10^6 m} \\
&= 5\,522
\end{aligned}$$

7. Pour la partie la plus près de l'anneau, la période est

$$\begin{aligned}
T &= 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM_{\mathrm{h}}}} \\
&= 2\pi\sqrt{\frac{\left(6,69\times 10^7 m\right)^3}{6,674\times 10^{-11} \frac{Nm^2}{kg^2} \cdot 5,6846\times 10^{26} kg}} \\
&= 17\,651 s \\
&= 4,90 h
\end{aligned}$$

Pour la partie la plus éloignée de l'anneau, la période est

$$\begin{aligned}
T &= 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM_{\text{h}}}} \\
&= 2\pi\sqrt{\frac{\left(1,2\times10^{8}m\right)^3}{6,674\times10^{-11}\frac{Nm^2}{kg^2}\cdot5,6846\times10^{26}kg}} \\
&= 42\,404s \\
&= 11,78h
\end{aligned}$$

Comme la partie la plus près tourne plus rapidement autour de Saturne que la planète sur elle-même, on verrait les particules de celle partie de l'anneau se lever à l'ouest et se coucher à l'est. Comme la partie la plus éloignée tourne moins rapidement autour de Saturne que la planète sur elle-même, on verrait les particules de celle partie de l'anneau se lever à l'est et se coucher à l'ouest.

8. a) l'intensité est

$$\begin{aligned}
I &= \frac{L}{4\pi D^2} \\
&= \frac{3,828\times10^{26}W}{4\pi\left(18,28\cdot1,496\times10^{11}m\right)^2} \\
&= 4,073\tfrac{W}{m^2}
\end{aligned}$$

b) l'énergie captée est de

$$\begin{aligned}
E &= I\cdot A_{capteur} \\
&= I\pi R^2 \\
&= 3,696\tfrac{W}{m^2}\cdot\pi\cdot\left(2,5362\times10^{7}m\right)^2 \\
&= 8,231\times10^{15}W
\end{aligned}$$

c) La puissance émise est

$$\begin{aligned}
L &= 0,51\cdot8,231\times10^{15}W \\
&= 4,198\times10^{15}W
\end{aligned}$$

d) L'intensité reçue est

$$\begin{aligned} I &= \frac{L}{4\pi D^2} \\ &= \frac{4,198\times10^{15}W}{2\pi\left(17,26\cdot1,496\times10^{11}m\right)^2} \\ &= 1,002\times10^{-10}\ \tfrac{W}{m^2} \end{aligned}$$

e) On trouve la magnitude avec

$$\begin{gathered} I = 2,52\times10^{-8}\ \tfrac{W}{m^2}\cdot10^{-0,4m} \\ 1,002\times10^{-10}\ \tfrac{W}{m^2} = 2,52\times10^{-8}\ \tfrac{W}{m^2}\cdot10^{-0,4m} \\ 0,00325 = 10^{-0,4m} \\ m = 6,0 \end{gathered}$$

La véritable valeur est de 5,32, ce qui veut dire que notre intensité calculée est presque exactement 2 fois trop petite. Si quelqu'un a une idée pour expliquer que l'intensité est deux fois plus grande, dites-la-moi!

9. a) La température est

$$\begin{aligned} T &= \sqrt[4]{\frac{L_{étoile}\left(1-A\right)}{16\pi\sigma D^2}} \\ &= \sqrt[4]{\frac{3,828\times10^{26}W\left(1-0,29\right)}{16\pi\cdot5,67\times10^{-8}\ \tfrac{W}{m^2K^4}\left(30,07\cdot1,496\times10^{11}m\right)^2}} \\ &= 46,6K \end{aligned}$$

b) On a

$$\begin{gathered} P_{recue} = P_{émise} \\ 1,5\cdot\frac{L_{étoile}R_{planète}^2\left(1-A\right)}{4D^2} = \sigma4\pi R_{planète}^2T^4 \\ 1,5\cdot\frac{L_{étoile}\left(1-A\right)}{4D^2} = \sigma4\pi T^4 \\ T = \sqrt[4]{\frac{1,5\cdot L_{étoile}\left(1-A\right)}{16\pi\sigma D^2}} \end{gathered}$$

Avec les valeurs, on obtient

$$T = \sqrt[4]{\frac{1,5 \cdot L_{étoile}\left(1-A\right)}{16\pi\sigma D^2}}$$
$$= \sqrt[4]{\frac{1,5 \cdot 3,828\times10^{26}W\left(1-0,29\right)}{16\pi \cdot 5,67\times10^{-8}\,\frac{W}{m^2K^4}\left(30,07 \cdot 1,496\times10^{11}m\right)^2}}$$
$$= 51,6K$$

10. La distance est

1) On trouve la vitesse de l'étoile avec le décalage

$$z = \frac{v}{c}$$
$$1,865\times10^{-7} = \frac{v}{3\times10^{8}\,\frac{m}{s}}$$
$$v = 55,95\,\frac{m}{s}$$

2) On trouve le rayon de l'orbite de l'étoile autour du centre de masse ($a_{étoile}$) avec

$$v = \frac{2\pi a_{étoile}}{T}$$
$$55,95\,\frac{m}{s} = \frac{2\pi a_{étoile}}{4,23 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60s}$$
$$a_{étoile} = 3,254\times10^{6}m$$

3) On trouve le rapport des masses (μ) avec l'approximation

$$\mu^3 = \frac{GT^2 m_{étoile}}{4\pi^2 a_{étoile}^3}$$
$$\mu^3 = \frac{6,674\times10^{-11}\,\frac{Nm^2}{kg^2}\cdot\left(4,24 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60s\right)^2\cdot\left(1,11 \cdot 1,9885\times10^{30}kg\right)}{4\pi^2\left(3,254\times10^{6}m\right)^3}$$
$$\mu = 2436,24$$

La masse de la planète est donc

$$\begin{aligned} m &= \frac{m_{\acute{e}toile}}{2436,24} \\ &= \frac{1,11 \cdot 1,9885 \times 10^{30} kg}{2436,24} \\ &= 9,06 \times 10^{26} kg \end{aligned}$$

4) On trouve le rayon de l'orbite de la planète avec

$$\begin{aligned} a_{plan\grave{e}te} &= \mu \cdot a_{\acute{e}toile} \\ &= 2436,24 \cdot 3,254 \times 10^{6} m \\ &= 7,928 \times 10^{9} m = 0,053 UA \end{aligned}$$