

Solutionnaire du chapitre 14

1. On trouve le rayon maximal avec

$$\begin{aligned}d &= \sqrt[3]{\frac{M_c}{2M_{pert}}} r \\&= \sqrt[3]{\frac{3,302 \times 10^{23} \text{ kg}}{2 \cdot 1,9885 \times 10^{30} \text{ kg}}} 4,6 \times 10^{10} \text{ m} \\&= 2 \times 10^6 \text{ m} \\&= 200\,000 \text{ km}\end{aligned}$$

2. a) La température est

$$\begin{aligned}T &= \sqrt[4]{\frac{L_{\text{étoile}}(1-A)}{16\pi\sigma D^2}} \\&= \sqrt[4]{\frac{3,828 \times 10^{26} \text{ W} (1-0,90)}{16\pi \cdot 5,67 \times 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}^4} (1,082 \times 10^{11} \text{ m})^2}} \\&= 184 \text{ K} \\&= -89^\circ \text{C}\end{aligned}$$

b) Puisque la température est de 462°C et qu'elle devrait être de $-89,1^\circ \text{C}$, l'effet de serre fait augmenter la température de 551°C

3. Le champ gravitationnel sur Mars est

$$\begin{aligned}g &= \frac{GM_\sigma}{R_\sigma^2} \\&= \frac{6,674 \times 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2} \cdot 6,4185 \times 10^{23} \text{ kg}}{(3,386 \times 10^6 \text{ m})^2} \\&= 3,736 \frac{\text{N}}{\text{kg}}\end{aligned}$$

a) On trouve la durée de chute avec

$$y = y_0 + v_{0,y}t + \frac{1}{2}at^2$$

$$7000m = \frac{1}{2}3,736 \frac{N}{kg} t^2$$

$$t = 61,21s$$

b) On peut trouver la vitesse avec

$$v_y = v_{0,y} + at$$

$$= 3,736 \frac{N}{kg} \cdot 61,21s$$

$$= 228,7 \frac{m}{s}$$

4. La puissance totale est

$$P = 5,3 \frac{W}{m^2} \cdot \text{Aire de Jupiter}$$

$$= 5,3 \frac{W}{m^2} \cdot 4\pi R_J^2$$

$$= 5,3 \frac{W}{m^2} \cdot 4\pi (69\,911\,000m)^2$$

$$= 3,26 \times 10^{17} W$$

5. La vitesse de libération est

$$v_{lib} = \sqrt{\frac{2GM}{R}} = \sqrt{\frac{2 \times 6,674 \times 10^{-11} \frac{Nm^2}{kg^2} \times 1,48 \times 10^{23} kg}{2,634 \times 10^6 m}} = 2739 \frac{m}{s}$$

La vitesse des molécules est

$$v_{azote} = \sqrt{\frac{3 \times 1,38 \times 10^{-23} \frac{J}{K} \times 110K}{28 \times 1,66 \times 10^{-27} kg}} = 313 \frac{m}{s}$$

On a donc

$$\frac{v_{lib}}{v_{molécules}} = \frac{2739 \frac{m}{s}}{313 \frac{m}{s}} = 8,75$$

Ganymède pourrait donc garder une atmosphère d'azote.

6. La force de marée faite par la Lune sur la Terre est

$$F_{\text{J}} = \frac{2GM_{\text{J}}mR_{\oplus}}{r_{\oplus\text{J}}^3}$$

Alors que la force de marée faite par Jupiter sur Io est

$$F_{\text{J}_2} = \frac{2GM_{\text{J}_2}mR_{\text{io}}}{r_{\text{J}_2\text{-io}}^3}$$

Le rapport est donc

$$\begin{aligned} \frac{F_{\text{J}_2}}{F_{\text{J}}} &= \frac{\left(\frac{2GM_{\text{J}_2}mR_{\text{io}}}{r_{\text{J}_2\text{-io}}^3}\right)}{\left(\frac{2GM_{\text{J}}mR_{\oplus}}{r_{\oplus\text{J}}^3}\right)} \\ &= \frac{r_{\oplus\text{J}}^3 M_{\text{J}_2} R_{\text{io}}}{r_{\text{J}_2\text{-io}}^3 M_{\text{J}} R_{\oplus}} \\ &= \frac{(3,844 \times 10^8 \text{ m})^3 \cdot 1,8986 \times 10^{27} \text{ kg} \cdot 1,822 \times 10^6 \text{ m}}{(4,217 \times 10^8 \text{ m})^3 \cdot 7,44 \times 10^{22} \text{ kg} \cdot 6,378 \times 10^6 \text{ m}} \\ &= 5\,522 \end{aligned}$$

7. Pour la partie la plus près de l'anneau, la période est

$$\begin{aligned} T &= 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{GM_{\text{h}}}} \\ &= 2\pi \sqrt{\frac{(6,69 \times 10^7 \text{ m})^3}{6,674 \times 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2} \cdot 5,6846 \times 10^{26} \text{ kg}}} \\ &= 17\,651 \text{ s} \\ &= 4,90 \text{ h} \end{aligned}$$

Pour la partie la plus éloignée de l'anneau, la période est

$$\begin{aligned}
 T &= 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{GM_h}} \\
 &= 2\pi \sqrt{\frac{(1,2 \times 10^8 \text{ m})^3}{6,674 \times 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2} \cdot 5,6846 \times 10^{26} \text{ kg}}} \\
 &= 42\,404 \text{ s} \\
 &= 11,78 \text{ h}
 \end{aligned}$$

Comme la partie la plus près tourne plus rapidement autour de Saturne que la planète sur elle-même, on verrait les particules de celle partie de l'anneau se lever à l'ouest et se coucher à l'est. Comme la partie la plus éloignée tourne moins rapidement autour de Saturne que la planète sur elle-même, on verrait les particules de celle partie de l'anneau se lever à l'est et se coucher à l'ouest.

8. a) l'intensité est

$$\begin{aligned}
 I &= \frac{L}{4\pi D^2} \\
 &= \frac{3,828 \times 10^{26} \text{ W}}{4\pi (18,28 \cdot 1,496 \times 10^{11} \text{ m})^2} \\
 &= 4,073 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}
 \end{aligned}$$

b) l'énergie captée est de

$$\begin{aligned}
 E &= I \cdot A_{\text{capteur}} \\
 &= I\pi R^2 \\
 &= 3,696 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \cdot \pi \cdot (2,5362 \times 10^7 \text{ m})^2 \\
 &= 8,231 \times 10^{15} \text{ W}
 \end{aligned}$$

c) La puissance émise est

$$\begin{aligned}
 L &= 0,51 \cdot 8,231 \times 10^{15} \text{ W} \\
 &= 4,198 \times 10^{15} \text{ W}
 \end{aligned}$$

d) L'intensité reçue est

$$\begin{aligned}
 I &= \frac{L}{4\pi D^2} \\
 &= \frac{4,198 \times 10^{15} \text{ W}}{2\pi (17,26 \cdot 1,496 \times 10^{11} \text{ m})^2} \\
 &= 1,002 \times 10^{-10} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}
 \end{aligned}$$

e) On trouve la magnitude avec

$$\begin{aligned}
 I &= 2,52 \times 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \cdot 10^{-0,4m} \\
 1,002 \times 10^{-10} \frac{\text{W}}{\text{m}^2} &= 2,52 \times 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \cdot 10^{-0,4m} \\
 0,00325 &= 10^{-0,4m} \\
 m &= 6,0
 \end{aligned}$$

La véritable valeur est de 5,32, ce qui veut dire que notre intensité calculée est presque exactement 2 fois trop petite. Si quelqu'un a une idée pour expliquer que l'intensité est deux fois plus grande, dites-la-moi!

9. a) La température est

$$\begin{aligned}
 T &= \sqrt[4]{\frac{L_{\text{étoile}}(1-A)}{16\pi\sigma D^2}} \\
 &= \sqrt[4]{\frac{3,828 \times 10^{26} \text{ W}(1-0,29)}{16\pi \cdot 5,67 \times 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}^4} (30,07 \cdot 1,496 \times 10^{11} \text{ m})^2}} \\
 &= 46,6 \text{ K}
 \end{aligned}$$

b) On a

$$\begin{aligned}
 P_{\text{recue}} &= P_{\text{émise}} \\
 1,5 \cdot \frac{L_{\text{étoile}} R_{\text{planète}}^2 (1-A)}{4D^2} &= \sigma 4\pi R_{\text{planète}}^2 T^4 \\
 1,5 \cdot \frac{L_{\text{étoile}} (1-A)}{4D^2} &= \sigma 4\pi T^4 \\
 T &= \sqrt[4]{\frac{1,5 \cdot L_{\text{étoile}} (1-A)}{16\pi\sigma D^2}}
 \end{aligned}$$

Avec les valeurs, on obtient

$$\begin{aligned}
 T &= \sqrt[4]{\frac{1,5 \cdot L_{\text{étoile}} (1-A)}{16\pi\sigma D^2}} \\
 &= \sqrt[4]{\frac{1,5 \cdot 3,828 \times 10^{26} \text{ W} (1-0,29)}{16\pi \cdot 5,67 \times 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}^4} (30,07 \cdot 1,496 \times 10^{11} \text{ m})^2}} \\
 &= 51,6 \text{ K}
 \end{aligned}$$

10. La distance est

1) On trouve la vitesse de l'étoile avec le décalage

$$\begin{aligned}
 z &= \frac{v}{c} \\
 1,865 \times 10^{-7} &= \frac{v}{3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \\
 v &= 55,95 \frac{\text{m}}{\text{s}}
 \end{aligned}$$

2) On trouve le rayon de l'orbite de l'étoile autour du centre de masse ($a_{\text{étoile}}$) avec

$$\begin{aligned}
 v &= \frac{2\pi a_{\text{étoile}}}{T} \\
 55,95 \frac{\text{m}}{\text{s}} &= \frac{2\pi a_{\text{étoile}}}{4,23 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 \text{ s}} \\
 a_{\text{étoile}} &= 3,254 \times 10^6 \text{ m}
 \end{aligned}$$

3) On trouve le rapport des masses (μ) avec l'approximation

$$\begin{aligned}
 \mu^3 &= \frac{GT^2 m_{\text{étoile}}}{4\pi^2 a_{\text{étoile}}^3} \\
 \mu^3 &= \frac{6,674 \times 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2} \cdot (4,23 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 \text{ s})^2 \cdot (1,11 \cdot 1,9885 \times 10^{30} \text{ kg})}{4\pi^2 (3,254 \times 10^6 \text{ m})^3} \\
 \mu &= 2436,24
 \end{aligned}$$

La masse de la planète est donc

$$\begin{aligned}m &= \frac{m_{\text{étoile}}}{2436,24} \\ &= \frac{1,11 \cdot 1,9885 \times 10^{30} \text{ kg}}{2436,24} \\ &= 9,06 \times 10^{26} \text{ kg}\end{aligned}$$

4) On trouve le rayon de l'orbite de la planète avec

$$\begin{aligned}a_{\text{planète}} &= \mu \cdot a_{\text{étoile}} \\ &= 2436,24 \cdot 3,254 \times 10^6 \text{ m} \\ &= 7,928 \times 10^9 \text{ m} = 0,053 \text{ UA}\end{aligned}$$