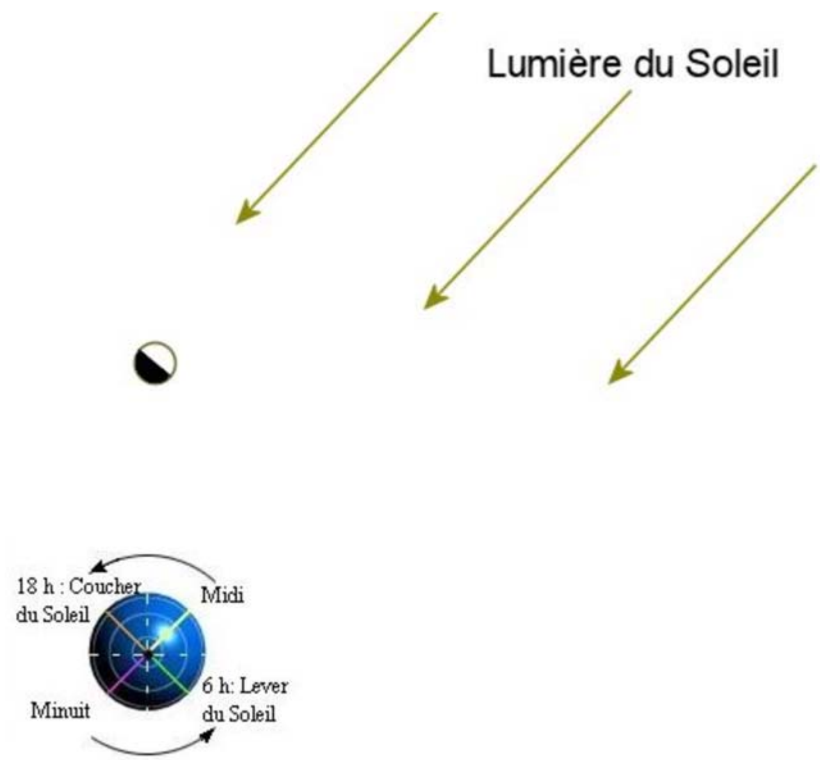
Solutionnaire du chapitre 12

1. On a la situation suivante



On commence à voir la Lune exactement entre 6 h et midi, donc à 9 h. On ne voit plus la Lune exactement entre 18 h et minuit, donc à 21 h. La Lune se lève donc à 9 h et se couche à 21 h.

2. La période sidérale est

$$\frac{1}{M_{sid}} = \frac{1}{14,56\,j} + \frac{1}{224,78\,j}$$

$$M_{sid} = 13,67\,j$$

3. La période synodique est

$$\frac{1}{5,877\,j}=\frac{1}{M_{syn}}-\frac{1}{60\,190\,j}$$
$$M_{syn}=5,87642\,j$$

4. a) La distance est

$$\begin{aligned} D &= \frac{R_p}{\sin\left(\frac{t_e}{M_{syn}}180°+d\right)} \\ &= \frac{8000\,km}{\sin\left(\frac{90\min}{14,56\cdot 24\cdot 60\min}180°+\frac{1,45°}{2}\right)} \\ &= 306\,089 km \end{aligned}$$

b) On trouve la masse de Naboo avec

$$T=2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM_{Naboo}}}$$

Toutefois, il nous faut la période sidérale dans cette formule. On peut la trouver à partir de la période synodique avec

$$\frac{1}{M_{sid}}=\frac{1}{14,56\,j}+\frac{1}{224,78\,j}$$
$$M_{sid}=13,67\,j$$

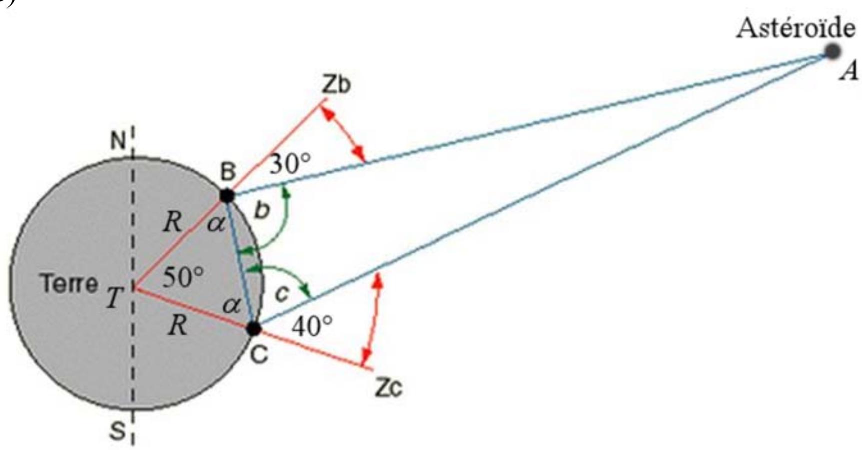
On a donc

$$T=2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM_{Naboo}}}$$
$$13,67\cdot 24\cdot 60\cdot 60s=2\pi\sqrt{\frac{\left(3,06089\times 10^8\,m\right)^3}{6,674\times 10^{-11}\,\frac{Nm^2}{kg^2}M_{Naboo}}}$$
$$M_{Naboo}=1,215\times 10^{25}\,kg$$

c) Le champ à la surface de Naboo est

$$\begin{aligned} g &= \frac{GM_{Naboo}}{R_{Naboo}^2} \\ &= \frac{6,674\times10^{-11}\,\frac{Nm^2}{kg^2}\cdot 1,215\times10^{25}\,kg}{\left(8\times10^6\,m\right)^2} \\ &= 12,67\,\frac{N}{kg} \end{aligned}$$

5. On va commencer par résoudre le triangle TBC (celui qui a un sommet au centre de la Terre)



C'est un triangle isocèle, ce qui signifie que les angles α sont égaux. On a donc

$$50° + \alpha + \alpha = 180°$$
$$\alpha = 65°$$

La distance entre les points B et C est

$$BC^2 = \left(6380km\right)^2 + \left(6380km\right)^2 - 2\cdot 6380km\cdot 6380km\cdot\cos 50°$$
$$BC = 5393km$$

La somme des trois angles au point B est de 180°. On a donc

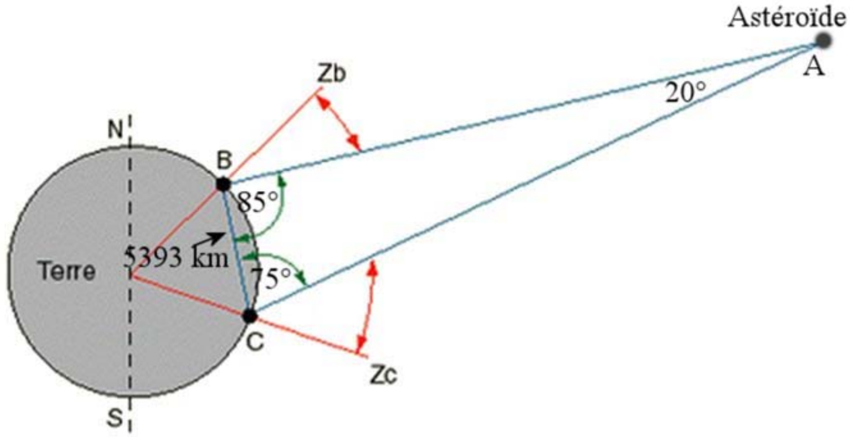
$$65° + b + 30° = 180°$$
$$b = 85°$$

La somme des angles au point C est aussi de 180°. On a donc

$$65° + c + 40° = 180°$$

$$c = 75°$$

On a maintenant la situation suivante.

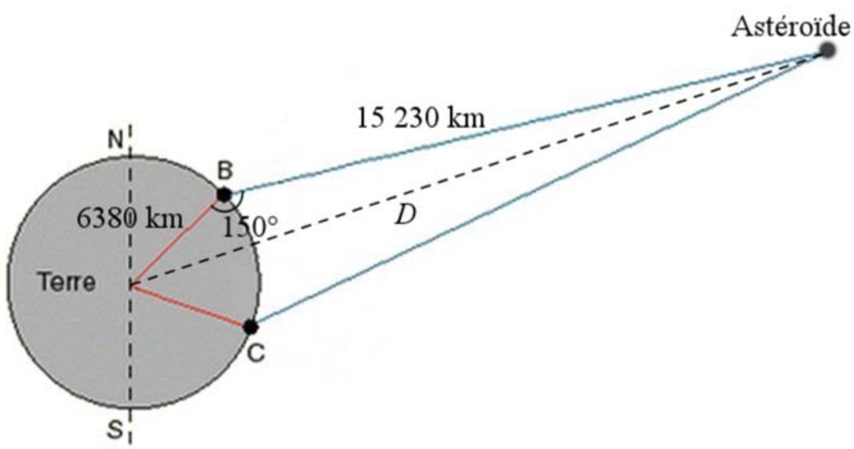


(On a trouvé l'angle de 20° en utilisant le fait que la somme du triangle ABC doit être de 180°)

On peut maintenant trouver la distance entre le point B et l'astéroïde. (On aurait pu aussi trouver celle entre C et A). On la trouve avec la loi des sinus

$$\frac{5393km}{\sin(20°)} = \frac{x}{\sin(75°)}$$
$$x = 15\,230km$$

On a maintenant la situation suivante



(L'angle de 150° est la somme des angles de 85° et 65°.)

On peut donc trouver la distance D avec la loi des cosinus.

$$D^2 = (6380km)^2 + (15\,230km)^2 - 2 \cdot 6380km \cdot 15\,230km \cdot \cos 150°$$
$$D = 20\,999km$$

6. On aurait alors

$$d_{\oplus\odot} = \frac{d_{\oplus☽}}{\cos\theta}$$
$$2d_{\oplus☽} = \frac{d_{\oplus☽}}{\cos\theta}$$
$$2 = \frac{1}{\cos\theta}$$
$$\cos\theta = \frac{1}{2}$$
$$\theta = 60°$$

7. La force de marée faite par la Lune est

$$F_{☽} = \frac{2GM_{☽}mR_{\oplus}}{r_{\oplus☽}^3}$$

Alors que la force de marée faite par le Soleil est

$$F_{\odot} = \frac{2GM_{\odot}mR_{\oplus}}{r_{\oplus\odot}^3}$$

Le rapport est donc

$$\frac{F_☽}{F_\odot} = \frac{\left(\frac{2GM_☽ mR_\oplus}{r_{\oplus☽}^3}\right)}{\left(\frac{2GM_\odot mR_\oplus}{r_{\oplus\odot}^3}\right)}$$
$$= \frac{r_{\oplus\odot}^3 M_☽}{r_{\oplus☽}^3 M_\odot}$$
$$= \frac{\left(1,496\times 10^{11} m\right)^3 \cdot 7,44\times 10^{22} kg}{\left(3,844\times 10^{8} m\right)^3 \cdot 1,9885\times 10^{30} kg}$$
$$= 2,205$$

8. On aurait alors

$$F_{marées} = 0,01mg$$
$$\frac{2GM_☽ mR_\oplus}{r_{\oplus☽}^3} = 0,01mg$$
$$\frac{2\cdot 6,674\times 10^{-11} \frac{Nm^2}{kg^2} \cdot 7,44\times 10^{22} kg \cdot \cancel{m} \cdot 6,378\times 10^6 \mathrm{m}}{r_{\oplus☽}^3} = 0,01\cancel{m}\cdot 9,8\frac{N}{kg}$$
$$\frac{2\cdot 6,674\times 10^{-11} \frac{Nm^2}{kg^2} \cdot 7,44\times 10^{22} kg \cdot 6,378\times 10^6 m}{r_{\oplus☽}^3} = 0,01\cdot 9,8\frac{N}{kg}$$
$$r_{\oplus☽} = 8646 km$$

9. Les forces de marées de chaque côté de l'objet sont, selon l'exemple 12.9.2,

$$F_{marées} = \frac{GMmL}{4r^3}$$

On doit donc avoir

$$F_{marées} = \frac{GMmL}{4r^3}$$
$$100\,000 N = \frac{6,674\times 10^{-11} \frac{Nm^2}{kg^2} \cdot \left(5\times 1,9885\times 10^{30} kg\right)\cdot 1kg \cdot 0,3m}{4r^3}$$
$$r = 79\,247 m$$
$$= 79,247 km$$

Comme le rayon de Schwarzschild est de

$$\begin{aligned} R_S &= 2,953\,\tfrac{km}{M_\odot} \times 5M_\odot \\ &= 14,765km \end{aligned}$$

La distance de 79,247 km est donc de 5,37 fois le rayon de Schwarzschild

10. La distance est

$$\begin{aligned} r &= 2,42285\sqrt[3]{\frac{\rho_p}{\rho_s}}R_p \\ &= 2,42285\sqrt[3]{\frac{1408\,\frac{kg}{m^3}}{5427\,\frac{kg}{m^3}}}\cdot R_\odot \\ &= 1,545R_\odot \\ &= 1,545\cdot 695\,500km \\ &= 1,075 \text{ million de km} \end{aligned}$$

11. On a

$$d = \sqrt[3]{\frac{M_c}{2M_{pert}}}\,r$$

$$1,496\times10^{11}m = \sqrt[3]{\frac{1,9885\times10^{30}kg}{2\cdot M_{pert}}}\,7,8\times10^{11}m$$

$$M_{pert} = 1,41\times10^{32}kg \approx 74\,000M_{jupiter}$$