

Solutionnaire du chapitre 11

1. a) On a

$$\begin{aligned}r &= \frac{a(1-e^2)}{1+e \cos \theta} \\1,5 \times 10^{11} m &= \frac{1,496 \times 10^{11} m (1-(0,01671)^2)}{1+0,01671 \cdot \cos \theta} \\1,5 \times 10^{11} m &= \frac{1,49558 \times 10^{11} m}{1+0,01671 \cdot \cos \theta} \\1,00295 &= \frac{1}{1+0,01671 \cdot \cos \theta} \\1+0,01671 \cdot \cos \theta &= 0,997054 \\0,01671 \cdot \cos \theta &= -0,002945 \\\cos \theta &= -0,1762 \\\theta &= 100,1^\circ\end{aligned}$$

b) Pour l'aire entre $\theta = 0^\circ$ et $\theta = 100,1^\circ$, on a

$$\begin{aligned}E &= 2 \arctan \left(\sqrt{\frac{1-e}{1+e}} \tan \frac{\theta}{2} \right) \\&= 2 \arctan \left(\sqrt{\frac{1-0,01671}{1+0,01671}} \tan \frac{100,1^\circ}{2} \right) \\&= 1,7306 \text{ rad}\end{aligned}$$

L'aire est donc

$$\begin{aligned}A &= \frac{1}{2} a^2 \sqrt{1-e^2} (E - e \sin E) \\&= \frac{1}{2} (1,496 \times 10^{11} m)^2 \sqrt{1-(0,01671)^2} (1,7306 - 0,01671 \cdot \sin 1,7306) \\&= 1,918 \times 10^{22} m^2\end{aligned}$$

Le temps est donc

$$\Delta A = \frac{\sqrt{GM_c r_p (1+e)}}{2} \Delta t$$

$$1,918 \times 10^{22} m^2 = \frac{\sqrt{6,674 \times 10^{-11} \frac{Nm^2}{kg^2} \cdot 1,9885 \times 10^{30} m \cdot 1,496 \times 10^{11} m (1+0,01671)}}{2} \Delta t$$

$$1,918 \times 10^{22} m^2 = 2,246 \times 10^{15} \frac{m^2}{s} \Delta t$$

$$\Delta t = 8,537 \times 10^6 s$$

$$\Delta t = 98,8 j$$

2. a) Au périhélie, la distance est 147 100 000 km et la vitesse est de 32 km/s. L'excentricité est donc

$$e = \frac{v_p^2 r_p}{GM_c} - 1$$

$$= \frac{(32\,000 \frac{km}{s})^2 \cdot (1,471 \times 10^{11} m)}{6,674 \times 10^{-11} \frac{Nm^2}{kg^2} \cdot 1,9885 \times 10^{30} kg} - 1$$

$$= 0,1350$$

et le demi grand axe est

$$r_p = a(1-e)$$

$$1,471 \times 10^{11} m = a(1-0,1350)$$

$$a = 1,701 \times 10^{11} m$$

- b) À l'aphélie, la distance est maintenant de

$$r_a = a(1+e)$$

$$= 1,701 \times 10^{11} m \cdot (1+0,1350)$$

$$= 1,930 \times 10^{11} m$$

Elle a donc augmenté de 40,9 millions de km.

- c) La période est maintenant

$$\begin{aligned}
 T &= 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{GM_c}} \\
 &= 2\pi \sqrt{\frac{(1,701 \times 10^{11} \text{ m})^3}{6,674 \times 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2} \cdot 1,9885 \times 10^{30} \text{ kg}}} \\
 &= 3,826 \times 10^7 \text{ s} \\
 &= 442,86 \text{ jours}
 \end{aligned}$$

- 3.** En ce moment, le temps entre le début de l'hiver et le périhélie est 14 jours (nombre de jour entre le 21 décembre et le 4 janvier). L'angle entre la position de la Terre sur l'orbite au début de l'hiver et le périhélie est (si on suppose que la vitesse angulaire est constante)

$$\begin{aligned}
 \frac{\theta}{360^\circ} &= \frac{14 \text{ j}}{365,2565654 \text{ j}} \\
 \theta &= 13,80^\circ
 \end{aligned}$$

Dans 1000 ans, le périhélie sera $13,97^\circ$ plus tôt sur l'orbite. Quant au périhélie, il sera $3,26^\circ$ plus loin sur l'orbite. Ainsi, l'angle entre la position de la Terre sur l'orbite au début de l'hiver et le périhélie aura augmentée de $17,23^\circ$. L'angle sera donc de

$$\begin{aligned}
 \theta' &= 13,80^\circ + 17,23^\circ \\
 &= 31,03^\circ
 \end{aligned}$$

Le temps qu'il faut pour parcourir cet angle est (si on suppose que la vitesse angulaire est constante)

$$\begin{aligned}
 \frac{31,03^\circ}{360^\circ} &= \frac{t}{365,265654 \text{ j}} \\
 t &= 31,5 \text{ jours}
 \end{aligned}$$

Le périhélie sera donc 31 jours après le début de l'hiver. Il sera donc le 21 janvier.

- 4.** Le jour solaire est

$$\frac{1}{J_{sid}} = \frac{1}{J_{sol}} + \frac{1}{T_{planète}}$$

$$\frac{1}{24,6229h} = \frac{1}{J_{sol}} + \frac{1}{686,971 \times 24h}$$

$$J_{sol} = 24,6597h = 24h39 \text{ min } 35s$$

5. Le jour solaire est

$$\frac{1}{J_{sid}} = \frac{1}{J_{sol}} - \frac{1}{T_{planète}}$$

$$\frac{1}{24,6229h} = \frac{1}{J_{sol}} - \frac{1}{686,971 \times 24h}$$

$$J_{sol} = 24,5862h = 24h35 \text{ min } 10s$$

6. Si l'angle entre l'horizon et l'Étoile polaire est de $46,8^\circ$ et que cet angle est de $42,35^\circ$ à Boston, c'est que l'angle entre Québec et Boston, mesuré à partir du centre de la Terre, est

$$\theta = 46,80^\circ - 42,35^\circ = 4,45^\circ$$

Puisque la distance est de 435 km, la circonférence de la Terre se trouve avec

$$\frac{495km}{4,45^\circ} = \frac{\text{circonférence}}{360^\circ}$$

$$\text{circonférence} = 40\,045km$$

7. On trouve la période de rotation avec

$$f = \frac{15\pi}{4GT^2\rho}$$

$$0,1 = \frac{15\pi}{4 \cdot 6,674 \times 10^{-11} \frac{Nm^2}{kg^2} \cdot T^2 \cdot 5514 \frac{kg}{m^3}}$$

$$T = 8946,1s = 2,485h$$

8. Avec une période de 6 h = 21 600 s, l'aplatissement serait

$$\begin{aligned} f &= \frac{15\pi}{4GT^2\rho} \\ &= \frac{15\pi}{4 \cdot 6,674 \times 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2} \cdot (21600\text{s})^2 5514 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} \\ &= 0,0686 \end{aligned}$$

On aurait alors

$$\begin{aligned} \frac{a-b}{a} &= 0,0686 \\ a-b &= 0,0686a \\ a-0,0686a &= b \\ 0,9314a &= b \end{aligned}$$

Ainsi, on aurait

$$\begin{aligned} R^3 &= a^2b \\ (6371\text{km})^3 &= a^2(0,9314a) \\ (6371\text{km})^3 &= 0,9314a^3 \\ 6371\text{km} &= 0,9766a \\ a &= 6523,8\text{km} \end{aligned}$$

De là, on trouve que

$$\begin{aligned} b &= 0,9314a \\ &= 6076,1\text{km} \end{aligned}$$

9. Le champ est

$$\begin{aligned}
 g &= \frac{GM_{\oplus}}{r^2} \\
 &= \frac{6,674 \times 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2} \cdot 5,972 \times 10^{24} \text{kg}}{(6,471 \times 10^6 \text{m})^2} \\
 &= 9,52 \frac{\text{N}}{\text{kg}}
 \end{aligned}$$

10. Le champ est

$$\begin{aligned}
 g &= \frac{GM_{\oplus} r}{R_{\oplus}^3} \\
 &= \frac{6,674 \times 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2} \cdot 5,972 \times 10^{24} \text{kg} \cdot 5,371 \times 10^6 \text{m}}{(6,371 \times 10^6 \text{m})^3} \\
 &= 8,28 \frac{\text{N}}{\text{kg}}
 \end{aligned}$$

11. La vitesse de libération est

$$\begin{aligned}
 v_{lib} &= \sqrt{\frac{2GM}{R}} \\
 &= \sqrt{\frac{2 \cdot 6,674 \times 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2} \cdot 6,4185 \times 10^{23} \text{kg}}{3,386 \times 10^6 \text{m}}} \\
 &= 5030 \frac{\text{m}}{\text{s}}
 \end{aligned}$$

12. La température

$$\begin{aligned}
 T &= \sqrt[4]{\frac{L_{\text{étoile}} (1-A)}{16\pi\sigma D^2}} \\
 &= \sqrt[4]{\frac{3,828 \times 10^{26} \text{W} (1-0,25)}{16\pi \cdot 5,67 \times 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}^4} (1,523679 \cdot 1,496 \times 10^{11} \text{m})^2}} \\
 &= 209,84 \text{K} \\
 &= -63,31^{\circ}\text{C}
 \end{aligned}$$

13. a) Comme la formule sans effet de serre nous donne $-63\text{ }^{\circ}\text{C}$ et que la température est effectivement de $-63\text{ }^{\circ}\text{C}$, on en conclut que l'effet de serre est négligeable sur Mars. L'augmentation de température est donc de $0\text{ }^{\circ}\text{C}$.

b) La vitesse des molécules de CO_2 est

$$\begin{aligned}
 v_{\text{molécules}} &= \sqrt{\frac{2kT}{m}} \\
 &= \sqrt{\frac{3 \cdot 1,38 \times 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}} \cdot 210\text{K}}{44 \cdot 1,66 \times 10^{-27} \text{kg}}} \\
 &= 280,7 \frac{\text{m}}{\text{s}}
 \end{aligned}$$

$$\frac{v_{\text{lib}}}{v_{\text{molécules}}} = 17,9$$

Le CO_2 peut donc rester dans l'atmosphère de Mars

c) La vitesse des molécules de He est

$$\begin{aligned}
 v_{\text{molécules}} &= \sqrt{\frac{2kT}{m}} \\
 &= \sqrt{\frac{3 \cdot 1,38 \times 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}} \cdot 210\text{K}}{4 \cdot 1,66 \times 10^{-27} \text{kg}}} \\
 &= 930,1 \frac{\text{m}}{\text{s}}
 \end{aligned}$$

$$\frac{v_{\text{lib}}}{v_{\text{molécules}}} = 5,4$$

L'hélium ne peut donc pas rester dans l'atmosphère de Mars

14. Puisque l'effet de serre ajoute $38\text{ }^{\circ}\text{C}$, la température de la Terre sans l'effet de serre serait de $80\text{ }^{\circ}\text{C} - 38\text{ }^{\circ}\text{C} = 42\text{ }^{\circ}\text{C}$. On peut alors trouver la distance avec la formule

$$T = \sqrt[4]{\frac{L_{\text{étoile}}(1-A)}{16\pi\sigma D^2}}$$

$$315K = \sqrt[4]{\frac{3,828 \times 10^{26} \text{ W} (1-0,35)}{16\pi \cdot 5,67 \times 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}^4} D^2}}$$

$$D = 9,417 \times 10^{10} \text{ m}$$

$$D = 0,629 \text{ UA}$$

15. La chaleur est

$$Q = \frac{3}{5} \frac{GM^2}{R}$$

$$= \frac{3}{5} \frac{6,674 \times 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2} \cdot (6,4185 \times 10^{23} \text{ kg})^2}{3,386 \times 10^6 \text{ m}}$$

$$= 4,872 \times 10^{30} \text{ J}$$

16. La chaleur par unité de masse est

$$q = \frac{3}{5} \frac{GM}{R}$$

$$= \frac{3}{5} \frac{6,674 \times 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2} \cdot 6,4185 \times 10^{23} \text{ kg}}{3,386 \times 10^6 \text{ m}}$$

$$= 7,59 \times 10^6 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$$

17. Nous avons 7,59 millions de J pour chaque kg. Examinons si cette énergie est suffisante pour faire fondre la roche.

Premièrement, il faut chauffer la roche de $-63 \text{ }^\circ\text{C}$ à $1000 \text{ }^\circ\text{C}$, soit une augmentation de $1063 \text{ }^\circ\text{C}$. À $1000 \text{ J par } ^\circ\text{C}$, il faut donc $1\,063\,000 \text{ J}$ pour chauffer le kilo de roche à $1000 \text{ }^\circ\text{C}$. Après ce chauffage, il nous reste encore $6,527$ millions de J. Cette quantité est amplement suffisante pour fournir les $250\,000 \text{ J}$ nécessaires pour faire fondre la roche.