Solutionnaire du chapitre 11

1. a) On a

$$r = \frac{a\left(1-e^2\right)}{1+e\cos\theta}$$

$$1,5\times10^{11} m = \frac{1,496\times10^{11} m\left(1-(0,01671)^2\right)}{1+0,01671\cdot\cos\theta}$$

$$1,5\times10^{11} m = \frac{1,49558\times10^{11} m}{1+0,01671\cdot\cos\theta}$$

$$1,00295 = \frac{1}{1+0,01671\cdot\cos\theta}$$

$$1+0,01671\cdot\cos\theta = 0,997054$$

$$0,01671\cdot\cos\theta = -0,002945$$

$$\cos\theta = -0,1762$$

$$\theta = 100,1°$$

b) Pour l'aire entre $\theta = 0°$ et $\theta = 100,1°$, on a

$$\begin{aligned} E &= 2\arctan\left(\sqrt{\frac{1-e}{1+e}}\tan\frac{\theta}{2}\right) \\ &= 2\arctan\left(\sqrt{\frac{1-0,01671}{1+0,01671}}\tan\frac{100,1°}{2}\right) \\ &= 1,7306 rad \end{aligned}$$

L'aire est donc

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{2}a^2\sqrt{1-e^2}\left(E - e\sin E\right) \\ &= \frac{1}{2}\left(1,496\times10^{11} m\right)^2\sqrt{1-(0,01671)^2}\left(1,7306-0,01671\cdot\sin 1,7306\right) \\ &= 1,918\times10^{22} m^2 \end{aligned}$$

Le temps est donc

$$\Delta A = \frac{\sqrt{GM_c r_p(1+e)}}{2}\Delta t$$

$$1,918\times10^{22}m^2 = \frac{\sqrt{6,674\times10^{-11}\tfrac{Nm^2}{kg^2}\cdot 1,9885\times10^{30}m\cdot 1,496\times10^{11}m(1+0,01671)}}{2}\Delta t$$

$$1,918\times10^{22}m^2 = 2,246\times10^{15}\tfrac{m^2}{s}\Delta t$$

$$\Delta t = 8,537\times10^{6}s$$

$$\Delta t = 98,8\,j$$

2. a) Au périhélie, la distance est 147 100 000 km et la vitesse est de 32 km/s. L'excentricité est donc

$$\begin{aligned} e &= \frac{v_p^2 r_p}{GM_c} - 1 \\ &= \frac{\left(32\,000\tfrac{m}{s}\right)^2\cdot\left(1,471\times10^{11}m\right)}{6,674\times10^{-11}\tfrac{Nm^2}{kg^2}\cdot 1,9885\times10^{30}kg} - 1 \\ &= 0,1350 \end{aligned}$$

et le demi grand axe est

$$r_p = a(1-e)$$

$$1,471\times10^{11}m = a(1-0,1350)$$

$$a = 1,701\times10^{11}m$$

b) À l'aphélie, la distance est maintenant de

$$\begin{aligned} r_a &= a(1+e) \\ &= 1,701\times10^{11}m\cdot(1+0,1350) \\ &= 1,930\times10^{11}m \end{aligned}$$

Elle a donc augmenté de 40,9 millions de km.

c) La période est maintenant

$$
\begin{aligned}
T &= 2\pi\sqrt{\frac{a^3}{GM_c}} \\
&= 2\pi\sqrt{\frac{\left(1{,}701\times 10^{11}m\right)^3}{6{,}674\times 10^{-11}\frac{Nm^2}{kg^2}\cdot 1{,}9885\times 10^{30}kg}} \\
&= 3{,}826\times 10^{7}s \\
&= 442{,}86\,jours
\end{aligned}
$$

3. En ce moment, le temps entre le début de l'hiver et le périhélie est 14 jours (nombre de jour entre le 21 décembre et le 4 janvier). L'angle entre la position de la Terre sur l'obtite au début de l'hiver et le périhélie est (si on suppose que la vitesse angulaire est constante)

$$
\frac{\theta}{360°} = \frac{14\,j}{365{,}2565654\,j}
$$
$$
\theta = 13{,}80°
$$

Dans 1000 ans, le périhélie sera 13,97° plus tôt sur l'orbite. Quant au périhélie, il sera 3,26° plus loin sur l'orbite. Ainsi, l'angle entre la position de la Terre sur l'obtite au début de l'hiver et le périhélie aura augmentée de 17,23°. L'angle sera donc de

$$
\begin{aligned}
\theta' &= 13{,}80° + 17{,}23° \\
&= 31{,}03°
\end{aligned}
$$

Le temps qu'il faut pour parcourir cet angle est (si on suppose que la vitesse angulaire est constante)

$$
\frac{31{,}03°}{360°} = \frac{t}{365{,}265654\,j}
$$
$$
t = 31{,}5 \text{ jours}
$$

Le périhélie sera donc 31 jours après le début de l'hiver. Il sera donc le 21 janvier.

4. Le jour solaire est

$$\frac{1}{J_{sid}} = \frac{1}{J_{sol}} + \frac{1}{T_{planète}}$$
$$\frac{1}{24,6229h} = \frac{1}{J_{sol}} + \frac{1}{686,971 \times 24h}$$
$$J_{sol} = 24,6597h = 24h39\min 35s$$

5. Le jour solaire est

$$\frac{1}{J_{sid}} = \frac{1}{J_{sol}} - \frac{1}{T_{planète}}$$
$$\frac{1}{24,6229h} = \frac{1}{J_{sol}} - \frac{1}{686,971 \times 24h}$$
$$J_{sol} = 24,5862h = 24h35\min 10s$$

6. Si l'angle entre l'horizon et l'Étoile polaire est de 46,8° et que cet angle est de 42,35° à Boston, c'est que l'angle entre Québec et Boston, mesuré à partir du centre de la Terre, est

$$\theta = 46,80° - 42,35° = 4,45°$$

Puisque la distance est de 435 km, la circonférence de la Terre se trouve avec

$$\frac{495km}{4,45°} = \frac{circonférence}{360°}$$
$$circonférence = 40\,045km$$

7. On trouve la période de rotation avec

$$f = \frac{15\pi}{4GT^2\rho}$$
$$0,1 = \frac{15\pi}{4 \cdot 6,674 \times 10^{-11} \frac{Nm^2}{kg^2} \cdot T^2 \cdot 5514 \frac{kg}{m^3}}$$
$$T = 17\,892s = 4,97h$$

8. Avec une période de 6 h = 21 600 s, l'aplatissement serait

$$\begin{aligned} f &= \frac{15\pi}{4GT^2\rho} \\ &= \frac{15\pi}{4\cdot 6{,}674\times 10^{-11}\,\frac{Nm^2}{kg^2}\cdot(21600s)^2\,5514\,\frac{kg}{m^3}} \\ &= 0{,}0686 \end{aligned}$$

On aurait alors

$$\begin{aligned} \frac{a-b}{a} &= 0{,}0686 \\ a-b &= 0{,}0686a \\ a-0{,}0686a &= b \\ 0{,}9314a &= b \end{aligned}$$

Ainsi, on aurait

$$\begin{aligned} R^3 &= a^2b \\ (6371km)^3 &= a^2(0{,}9314a) \\ (6371km)^3 &= 0{,}9314a^3 \\ 6371km &= 0{,}9766a \\ a &= 6523{,}8km \end{aligned}$$

De là, on trouve que

$$\begin{aligned} b &= 0{,}9314a \\ &= 6076{,}1km \end{aligned}$$

9. Le champ est

$$\begin{aligned} g &= \frac{GM_{\oplus}}{r^2} \\ &= \frac{6,674\times10^{-11}\ \frac{Nm^2}{kg^2}\cdot 5,972\times10^{24}kg}{\left(6,471\times10^6 m\right)^2} \\ &= 9,52\ \tfrac{N}{kg} \end{aligned}$$

10. Le champ est

$$\begin{aligned} g &= \frac{GM_{\oplus}r}{R_{\oplus}^3} \\ &= \frac{6,674\times10^{-11}\ \frac{Nm^2}{kg^2}\cdot 5,972\times10^{24}kg\cdot 5,371\times10^6 m}{\left(6,371\times10^6 m\right)^3} \\ &= 8,28\ \tfrac{N}{kg} \end{aligned}$$

11. La vitesse de libération est

$$\begin{aligned} v_{lib} &= \sqrt{\frac{2GM}{R}} \\ &= \sqrt{\frac{2\cdot 6,674\times10^{-11}\ \frac{Nm^2}{kg^2}\cdot 6,4185\times10^{23}kg}{3,386\times10^6 m}} \\ &= 5030\ \tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

12. La température

$$\begin{aligned} T &= \sqrt[4]{\frac{L_{étoile}\left(1-A\right)}{16\pi\sigma D^2}} \\ &= \sqrt[4]{\frac{3,828\times10^{26}W\left(1-0,25\right)}{16\pi\cdot 5,67\times10^{-8}\ \frac{W}{m^2K^4}\left(1,523679\cdot 1,496\times10^{11}m\right)^2}} \\ &= 209,84K \\ &= -63,31°C \end{aligned}$$

13. a) Comme la formule sans effet de serre nous donne - 63 °C et que la température est effectivement de – 63 °C, on en conclut que l'effet de serre est négligeable sur Mars. L'augmentation de température est donc de 0 °C.

b) La vitesse des molécules de CO_2 est

$$\begin{aligned} v_{molécules} &= \sqrt{\frac{2kT}{m}} \\ &= \sqrt{\frac{3 \cdot 1,38 \times 10^{-23} \frac{J}{K} \cdot 210K}{44 \cdot 1,66 \times 10^{-27} kg}} \\ &= 280,7 \tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

$$\frac{v_{lib}}{v_{molécules}} = 17,9$$

Le CO_2 peut donc rester dans l'atmosphère de Mars

c) La vitesse des molécules de He est

$$\begin{aligned} v_{molécules} &= \sqrt{\frac{2kT}{m}} \\ &= \sqrt{\frac{3 \cdot 1,38 \times 10^{-23} \frac{J}{K} \cdot 210K}{4 \cdot 1,66 \times 10^{-27} kg}} \\ &= 930,1 \tfrac{m}{s} \end{aligned}$$

$$\frac{v_{lib}}{v_{molécules}} = 5,4$$

L'hélium ne peut donc pas rester dans l'atmosphère de Mars

14. Puisque l'effet de serre ajoute 38°C, la température de la Terre sans l'effet de serre serait de 80 °C – 38 °C = 42 °C. On peut alors trouver la dustance avec la formule

$$T = \sqrt[4]{\frac{L_{étoile}\left(1-A\right)}{16\pi\sigma D^2}}$$
$$315K = \sqrt[4]{\frac{3,828\times10^{26}W\left(1-0,35\right)}{16\pi\cdot5,67\times10^{-8}\,\frac{W}{m^2K^4}\,D^2}}$$
$$D = 9,417\times10^{10}m$$
$$D = 0,629UA$$

15. La chaleur est

$$\begin{aligned} Q &= \frac{3}{5}\frac{GM^2}{R} \\ &= \frac{3}{5}\frac{6,674\times10^{-11}\,\frac{Nm^2}{kg^2}\cdot\left(6,4185\times10^{23}kg\right)^2}{3,386\times10^6 m} \\ &= 4,872\times10^{30}J \end{aligned}$$

16. La chaleur par unité de masse est

$$\begin{aligned} q &= \frac{3}{5}\frac{GM}{R} \\ &= \frac{3}{5}\frac{6,674\times10^{-11}\,\frac{Nm^2}{kg^2}\cdot6,4185\times10^{23}kg}{3,386\times10^6 m} \\ &= 7,59\times10^6\,\frac{J}{kg} \end{aligned}$$

17. Nous avons 7,59 millions de J pour chaque kg. Examinons si cette énergie est suffisante pour faire fondre la roche.

Premièrement, il faut chauffer la roche de -63 °C à 1000 °C, soit une augmentation de 1063 °C. À 1000 J par °C, il faut donc 1 063 000 J pour chauffer le kilo de roche à 1000 °C. Après ce chauffage, il nous reste encore 6,527 millions de J. Cette quantité est amplement suffisante pour fournir les 250 000 J nécessaires pour faire fondre la roche.

XXXXXXXXXXXXXX

18. La vitesse de libération est

$$\begin{aligned} v_{lib} &= \sqrt{\frac{2GM_{Lune}}{R_{Lune}}} \\ &= \sqrt{\frac{2 \cdot 6,674 \times 10^{-11} \, \frac{Nm^2}{kg^2} \cdot 7,35 \times 10^{22} \, kg}{1,738 \times 10^{6} \, m}} \\ &= 2376 \, \tfrac{m}{s} \end{aligned}$$